KONSTRUKTION UND TESTS STATISTISCHER VERFAHREN IM RAHMEN DER KREDITWÜRDIGKEITSPRÜFUNG ANHAND DER JAHRESABSCHLÜSSE KLEINER UND MITTLERER UNTERNEHMEN

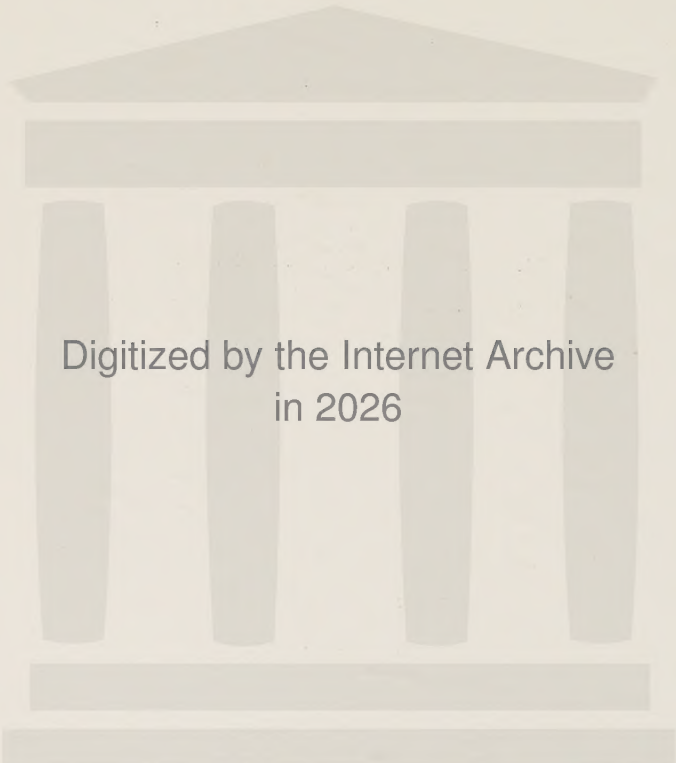
INAUGURALDISSERTATION
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Wirtschaftswissenschaft

der

Abteilung für Wirtschaftswissenschaft
der Ruhr-Universität
Bochum

vorgelegt von
Diplom-Ökonom Konrad Lüneborg
aus Essen

1981


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544708_0001

Konstruktion und Tests statistischer Verfahren im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung anhand der Jahresabschlüsse kleiner und mittlerer Unternehmen

INAUGURALDISSERTATION
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Wirtschaftswissenschaft

der

Abteilung für Wirtschaftswissenschaft
der Ruhr-Universität
Bochum

vorgelegt von

Diplom-Ökonom Konrad Lüneborg
aus Essen
1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Dekan: Prof. Dr. W. MAG
Referent: Prof. Dr. H. REICHARDT
Korreferent: Prof. Dr. W. STIER

Tag der mündlichen Prüfung: 17.07.1981

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Verzeichnis der Tabellen	8
Verzeichnis der Abbildungen	13
Verzeichnis des Anhangs	15
Verzeichnis der Abkürzungen	16
o Problemstellung dieser Arbeit	18
1 Jahresabschlüsse im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung	19
11 Bestimmungsfaktoren der Kreditwürdigkeit	19
12 Der Jahresabschluß als Abbild des Bonitätsrisikos	26
121 Aufspaltung des Gesamtrisikos in Teilrisiken	26
122 Ungewißheits- und Unsicherheitspotentiale im Jahresschluß	32
13 Überblick über den bisherigen Einsatz statistischer Verfahren bei der Bilanzauswertung in Literatur und Praxis	39
131 Branchenkennzahlensysteme	39
132 Scoring-Modelle im Firmenkundengeschäft	5o
1321 Begründung der Auswahl und Überblick über die dargestellten Untersuchungen	5o
1322 Die univariate heuristische Diskriminanzanalyse in der Studie von BEAVER	62

Seite

1323 Die multivariate lineare Diskriminanzanalyse in der Studie von ALTMAN 66

1324 Die multivariate quadratische Diskriminanzanalyse in der Studie von SINKEY 72

1325 Eine multinominale Diskriminanzanalyse in der Studie von WEINRICH 76

1326 Eine nichtparametrische heuristische Diskriminanzanalyse in der Studie von GEBHARDT 84

1327 Zusammenfassung der bisherigen empirischen Ergebnisse über die Anwendung statistischer Methoden bei Firmen-Scoring-Modellen 89

	Seite
2 Verfahren zur Konstruktion einer statistischen Bilanzanalyse	91
21 Diskriminanzanalyse als Klassifikator im Musterer-kennungsprozeß	91
211 Darstellung des Musterer-kennungsprozesses	91
212 Diskriminanzanalyse als ein statistisches Entscheidungs-problem	1oo
213 Verfahren der Diskriminanz-analyse	1o6
22 Nichtparametrische Nearest-Neighbor-Klassifikatoren	111
221 Allgemeine Modelldarstellung	111
222 Nearest-Neighbor-Prinzip von FIX/HODGES	114
223 Nearest-Neighbor-Prinzip von LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY	12o
224 Kernel-Prinzip von PARZEN	124
225 Ansätze zur Lösung offener Probleme bei den Nearest-Neighbor-Verfahren	128
2251 Bestimmung der Smoothing-Parameter	128
2252 Verbesserung der Rechen- und Speicherbelastungen	135
2253 Merkmalsreduktionen	142

Seite

3 Empirische Analyse der Jahresabschlüsse kleiner und mittlerer Unternehmen 15o
31 Aufbau der Untersuchung 15o
311 Bestimmung der Merkmale 15o
312 Aufbau der Datenbanken 161
313 Merkmalsreduktion in der Voruntersuchungsphase 174
32 Deskriptive Analyse mit univariaten Tests 181
321 Darstellung von Kennzahlenunterschieden 181
3211 Überprüfung von Verteilungshypothesen 181
3212 Problematik von Ausreißern 192
3213 Vergleich von Mittelwerten und Streuungen 199
322 Merkmalsreduktionen aufgrund von Stabilitätsuntersuchungen 212
323 Darstellung von Kennzahlenzusammenhängen 218
33 Diskriminanzanalysen bei verschiedenen Variablen- und Objektgruppen 231
331 Bestimmung der unbekannten Parameter der Klassifikatoren 231
332 Univariate nichtparametrische Diskriminanzanalyse von FIX/HODGES 244
333 Bedeutung verschiedener Distanzmaße für die Trennfähigkeit 252
334 Empirischer Vergleich multivariater parametrischer und nichtparametrischer Diskriminanzanalysen 26o

		Seite
335	Einfluß von Variationen der training- und test-samples bei der Mustererkennung	266
336	Trennfähigkeitsanalyse verschiedener Variablen-sets	271
337	Untersuchung von Einzelaspekten	276
338	Zusammenfassung der diskriminananalytischen Studien	283

Seite

4 Aufbau eines auf empirischen Ergebnissen aufbauenden statistischen Bilanzanalyseverfahrens 287
41 Gesamtbeurteilung von Unternehmensbilanzen 287
411 Auswahl der Merkmale sowie Aufbau und Pflege einer Datenbank 287
412 Vorschlag zur Entdeckung und Behandlung multivariater Ausreißer 293
413 Berücksichtigung von Branchenaspekten 3o1
42 Extraktion von Bilanzkomponenten auf empirischer Basis mit Hilfe der Faktorenanalyse 3o6
421 Analyseziel 3o6
422 Modelle und Verfahren der Faktorenanalyse 31o
423 Schätzung der Kommunalitäten 321
424 Bestimmung der Zahl der Faktoren 326
425 Festlegung der Kennzahlengruppen durch Rotationen 329
43 Erweiterung des Analyseinstrumentes um die Beurteilungsfähigkeit von Bilanzkomponenten 355
44 Mögliche Einflußnahme verschiedener Fehlerarten 359

	Seite
5 Zusammenfassung der Ergebnisse zur statistischen Bilanzanalyse bei der Kreditwürdigkeitsprüfung	365
Anhang	371
Literaturverzeichnis	4o4

Verzeichnis der Tabellen

		Seite
1.1	Informationsträger für mittelbare Bestimmungsfaktoren der Kreditwürdigkeit	24
1.2	Wahlrechte bei der Bilanzierung	35
1.3	Beispiel zur Berechnung von Maßzahlen der Branchendienste	43
1.4	Übersicht über die wichtigsten bei bisherigen Studien zur Insolvenzprognose angewandten statistischen Verfahren	56
1.5	Übersicht über näher analysierte empirische Studien zur Insolvenzprognose	61
1.6	Übersicht über die Untersuchung von BEAVER (1966)	63
1.7	Übersicht über die Untersuchung von ALTMAN (1968)	67
1.8	Übersicht über die Untersuchung von SINKEY (1975)	75
1.9	Übersicht über die Untersuchung von WEINRICH (1978)	77
1.1o	Übersicht über die Untersuchung von GEBHARDT (198o)	85
2.1	Übersicht über Modelle und Verfahren der Diskriminanzanalyse	1o8
3.1	Erhobene Jahresabschlußpositionen	151
3.2	Bereinigung von Bilanzpositionen	152
3.3	Arten von Bilanzkennzahlen	158

		Seite
3.4	Regionale Aufteilung der Stichproben	161
3.5	Branchenaufteilung der Stichproben	162
3.6	Rechtsform der Stichprobenfälle	164
3.7	Kreuztabellierung von Branche und Rechtsform	165
3.8	Größenklassifikation der Stichproben	167
3.9	Verteilung der Stichdaten	17o
3.1o	Verteilung der Tatbestände zur Aufnahme in die Klasse der schlechten Fälle	171
3.11	Absolutes Auftreten von missing-values bei den Bilanzkennzahlen	172
3.12	Schiefemaße des 57-Kennzahlen-set in den Gruppen S-3 und G-77	186
3.13	Merkmale, bei denen die Ablehnung der Normalverteilungshypothese auf 5%-Signifikanzniveau nicht möglich ist	19o
3.14	Zahl der Werte außerhalb des "4-Sigma-Bereiches"	193
3.15	Robuste Mittelwerte, Streuungen und A-Werte bei S-3 und G-77	2o8
3.16	Kennzahlenhistogramm anhand der A-Werte bei S-3 und G-77	211
3.17	F_c-Werte für die herausgenommenen Kennzahlen	216
3.18	Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten von S-3	22o

		Seite
3.19	Bravais-Pearson-Korrelations-koeffizienten von G-77	222
3.2o	Veränderung des Korrelations-koeffizienten zwischen K132 und K133 durch Eliminierung von Ausreißern aus der Stichprobe der guten Fälle	224
3.21	Bravais-Pearson-Korrelations-koeffizienten von S-3/G-77	226
3.22	Veränderung des Korrelations-koeffizienten zwischen K132 und K133 durch Eliminierung von Ausreißern aus der gemischten Stichprobe	227
3.23	Fehlklassifikationsergebnisse des univariaten F/H-Verfahrens	245
3.24	Kennzahlen-set A	25o
3.25	Leistungsvergleich verschiedener LR-Distanzmaße bei der L/Q-Diskriminanzanalyse	257
3.26	Leistungsvergleich verschiedener LR-Distanzmaße bei der F/H-Diskriminanzanalyse	259
3.27	Leistungsvergleich verschiedener Klassifikatoren	26o
3.28	Vergleich der Klassifikations-ergebnisse bei unterschiedlichen Jahren vor SD der schlechten Fälle	267
3.29	Vergleich der Klassifikations-ergebnisse bei unterschiedlichen Bilanzjahren der guten Fälle	268
3.3o	Fehlerschätzung bei dem fixen training-sample S-5/G-77	269
3.31	Zusammenstellung der getesteten Kennzahlen-sets	274

		Seite
3.32	Leistungsvergleich verschiedener Kennzahlen-sets	274
3.33	Vergleich verschiedener Standardisierungsmethoden	276
3.34	Relative Häufigkeiten der A-Posteriori-Werte für test-sample S-3/G-77 bei training-sample S-5/G-77, k-NN = 27	281
3.35	Klassifikationsergebnisse bei verschiedenem β mit training-sample S-5/G-77 und test-sample S-3/G-77, k-NN = 27	281
4.1	Robuste Mittelwerte, nach Branchengruppen getrennt, bei S-3 und G-77	3o3
4.2	Die wichtigsten Konzepte der Faktorenanalyse	311
4.3	Die bedeutsamsten Methoden der Kommunalitätenschätzung in der praktischen Anwendung	322
4.4	Kommunalitätenschätzung nach der SMC-Methode auf der Basis der gemischten Stichproben	323
4.5	Die gebräuchlichsten Methoden zur Bestimmung der Zahl der gemeinsamen Faktoren	324
4.6	Entscheidungskriterien für die vorläufige Faktorenzahl bei S-3/G-77	327
4.7	orthogonale Rotationsverfahren	33o
4.8	schiefwinklige Rotationsverfahren	333

		Seite
4.9	Referenz-Faktoren-Struktur nach Promax-Rotation mit t=1.8 bei S-3/G-77	338
4.1o	Referenz-Faktoren-Struktur nach Promax-Rotation mit t=1.6 bei S-1/G-77	34o
4.11	Referenz-Faktoren-Struktur nach Promax-Rotation mit t=1.8 bei S-5/G-77	341
4.12	Graphiken der relativen Risikomaße (Risikoindex) für Objekt Nr. S-38	357

Verzeichnis der Abbildungen

		Seite
1.1	Beispiel für den Zusammenhang zwischen Gesamtrisiko und Teilrisiken	3o
1.2	Punktebewertungsschema von WEINRICH am Beispiel der Kennzahl Eigenkapital/Fremdkapital	83
2.1	Mustererkennungsprozeß	95
2.2	Modell der statistischen Entscheidungssituation eines Klassifikators	1o5
2.3	Graphisches Beispiel für das NN-Prinzip von FIX/HODGES	114
2.4	Graphisches Beispiel für das NN-Prinzip von LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY	121
2.5	Beispiel zum Auffinden der k-NN nach Friedman et.al.	138
3.1	Mediane von Gesamtleistung und Bilanzsumme im Zeitvergleich	169
3.2	Veränderung von EK/FK bei linearer Variation von FK/GK	174
3.3	Schematisches Streudiagramm von FK/GK und LFK/FK	175
3.4	Schematisches Histogramm von LFK/GK	176
3.5	Histogramm von K6 bei S-3/G-77	177
3.6	Streudiagramm von K5 und K7 bei S-3/G-77	178

		Seite
3.7	Beispiel für eine schlechte Bilanz bei einem Unternehmen aus der Klasse der guten Fälle	196
3.8	Mittelwerte von K133	2o7
3.9	Streudiagramm von K132 und K133 bei S-3/G-77	228
3.1o	Streudiagramm von K132 und K138 bei S-3/G-77	23o
3.11	Zusammenhang zwischen Fehlerindex und A-Wert bei S-3/G-77	247
3.12	Histogramm der Diskriminanzfunktionswerte bei TS (CS) S-3/G-77 set A	264
4.1	"Quantil contour plot" von Ausreißerobjekt S-15 bei S-3/G-77 und Kennzahlenset A	298
4.2	Ablauf der Faktorenanalyse	32o
4.3	Die wichtigsten Fehlerquellen im Mustererkennungsprozeß bei der statistischen Bilanzanalyse	36o

Verzeichnis des Anhangs

		Seite
1	Abkürzungen der erfaßten Bilanzpositionen in alphabetischer Reihenfolge	371
2	Verwendete Branchensystematik (Kurzbezeichnungen)	372
3	Kennzahlen-Katalog	373
4	Kennzahlen, die nicht in den weiteren Untersuchungskatalog aufgenommen worden sind	378
5	Maßzahlen für das 57-Kennzahlen-set	383
6	Für die empirischen Untersuchungen benutzte Programme und Programmsysteme	4o2

Verzeichnis der Abkürzungen

AG	Aktiengesellschaft
AktG	Aktiengesetz
BAK	Bundesaufsichtsamt für das Kreditwesen
BFA	Bankenfachausschuß des IdW
BGB	Bürgerliches Gesetzbuch
bK	bemerkenswerter Kredit
COP	cut off point
CS	classification sample
EDV	elektronische Datenverarbeitung
EStG	Einkommensteuergesetz
EWB	Einzelwertberichtigung
F/H	FIX/HODGES
G	Klasse der guten Objekte
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
GoB	Grundsätze ordnungsmäßiger Buchführung
GuV	Gewinn- und Verlustrechnung
HGB	Handelsgesetzbuch
IdW	Institut der Wirtschaftsprüfer
K	Konkurs
KENDA	Diskriminanzanalyse von KENDALL
KG	Kommanditgesellschaft

KGaA	Kommanditgesellschaft auf Aktien
KWG	Kreditwesengesetz
K ...	Kennzahl ...
LDA	lineare multiple Diskriminanz-analyse
LR	Faktor der MINKOWSKI-Distanz
L/Q	LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY
MNDA	multinomiale Diskriminanzanalyse
NN	nearest-neighbor(s)
OHG	offene Handelsgesellschaft
QDA	quadratische multiple Diskriminanzanalyse
ROI	return on investment
S	Klasse der schlechten Objekte
SD	Stichdatum
SMC	squared multiple correlation
TS	training-sample
V	Vergleich
ZVEI	Zentralverband der Elektro-technischen Industrie e.V.

Statistische Bilanzanalyse bei der Kreditwürdigkeitsprüfung.
Konstruktion und Tests anhand der Jahresabschlüsse von kleinen und mittleren Unternehmen.

o Problemstellung dieser Arbeit

In der Praxis der Kreditinstitute ist bei der Kreditwürdigkeitsprüfung von Unternehmen die Bilanzanalyse meist mit hohem Stellwert anzutreffen. Die Verarbeitung des oft umfangreichen Zahlenmaterials durch die Sachbearbeiter erfordert neben einer verhältnismäßig hohen Qualifikation einen großen Zeitbedarf. Gerade im Geschäft mit kleinen und mittleren Unternehmen und den dort vorherrschenden relativ geringen Kreditsummen mindert eine gründliche Bilanzanalyse durch den Analyseaufwand spürbar die erzielbare Einzelkredit-Gewinnmarge. Hinzu kommt, daß mit der Gewinnung und Auswertung von Vergleichszahlen anderer Unternehmen einzelne Institute überfordert sind.

Gerade dieser Umstand hat große Kreditinstitute und Verbände von Einzelinstituten veranlaßt, Datenbanken mit Unternehmensabschlüssen aufzubauen und dem Kreditsachbearbeiter statistische Kennzahlen branchenbezogen für die Entscheidungsfindung zur Verfügung zu stellen. Aus der empirischen Literatur der letzten 15 Jahre sind außerdem Versuche bekannt, Informationen über gute und schlechte Unternehmen für Insolvenzprognosezwecke nutzbar zu machen. Sowohl die angewendeten Methoden als auch der jeweilige Untersuchungsaufbau haben bislang der Verwendung solcher statistischer Verfahren in der Praxis enge Grenzen gesetzt, zumal sich die Untersuchungsergebnisse dort nur selten wiederholen ließen.

Die vorliegende Arbeit sucht daher Antworten auf folgende Fragen:

- Welcher Zusammenhang besteht zwischen Bilanzanalyse und Erkennung von Kreditrisiken?

- Welche Informationen bieten die Branchendienste den Kreditsachbearbeitern?

- Wie sind die statistischen Verfahren der Insolvenzprognosestudien für den Einsatz bei der Kreditwürdigkeitsprüfung zu beurteilen?

- Wie läßt sich ein statistisches Verfahren konstruieren, das die dem Kreditsachbearbeiter vorliegenden Bilanzen danach auswertet, in welchem Maße sich Krisenanzeichen für das Unternehmen insgesamt bzw. für Teilbereiche des Unternehmens erkennen lassen?

- Wie oft wird das Ergebnis dieser statistischen Bilanzanalyse dem Kreditsachbearbeiter Fehlinformationen liefern und worin liegen die Ursachen dafür begründet?

Die letzten beiden Punkte enthalten den Schwerpunkt dieser empirischen Studie (Kapitel 2 bis 4), während die Erörterung der Punkte 1. bis 3. der dafür notwendigen Aufbereitung der bereits vorliegenden Lösungsansätze dient (Kapitel 1).

1 Jahresabschlüsse im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung

11 Bestimmungsfaktoren der Kreditwürdigkeit

Der Begriff der Kreditwürdigkeit wird in Praxis und Literatur gebraucht, ohne daß Einigkeit darüber besteht, was mit ihm bezeichnet werden soll. Mit der Vergabe eines Kreditbetrages ist zugleich eine Wertvorstellung verbunden[1], die sich in der "Würdigkeit" ausdrückt, während der Wortbestandteil "credit" das Vertrauen zu dem Kreditnehmer kennzeichnet. Kredit beinhaltet also auch eine Unsicherheit, die mit "Fingerspitzengefühl" und anderen Subjektivismen oft nur schwerlich eingeschätzt werden kann. Auch allein Vertrauen und allgemeine Wertschätzung des Kreditnehmers sind nur in seltenen Fällen eine ausreichende Begründung für ein Kreditverhältnis[2]. Ein planvoll handelnder Kreditgeber wird daher nach Kriterien suchen, die irgendwie messen, ob sich die Kreditvergabe lohnt oder nicht. Das "Lohnen" spricht dabei unmittelbar die Zielvorstellung des Kreditge-

---

1) So auch R. TRAUTNER: Die Bewertung des wirtschaftlichen Eigenkapitals im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung, Diss. München 1957, S. 18.

2) Ähnlich argumentieren auch K. MELLEROWICZ und H. JONAS: Bestimmungsfaktoren der Kreditfähigkeit, 2. Aufl., Berlin 1957, S. 15 ff.

bers an: Regelmäßige Zinszahlungen und Rückführung des ausgeliehenen Kapitals[1]. Die Erfüllung beider Ziele erfordert Leistungen des Kreditnehmers während der gesamten Laufzeit des Kredites. Diese zukunftsbezogene Leistungsfähigkeit ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt unbekannt. Nicht allein Vertrauen muß notwendig sein, wenn es möglich ist, durch Schätzungen[2] diese Ungewißheit meßbar zu machen. Dieses entspricht planvollem Handeln und ist insoweit ökonomisch.

Nach diesen Überlegungen kann nun die Kreditwürdigkeit von Unternehmen genauer definiert werden[3]:

> Kreditwürdigkeit ist die Fähigkeit eines Unternehmens, Zins- und Tilgungszahlungen wie mit der Bank vereinbart leisten zu können[4].

---

1) Obwohl diese beiden Ziele die Grundlage jeden Kreditgeschäftes sind, werden sie in der älteren Literatur kaum so konkret genannt. Vielleicht ist darauf auch zurückzuführen, daß die vorgeschlagenen Prüfungskataloge oft unsystematisch und nur wenig begründet sind.

2) Der Begriff der Schätzung soll an dieser Stelle ganz allgemein verstanden werden.

3) Von der allgemeinen Darstellung eines Kreditgebers und -nehmers wird hier - entsprechend der Zielsetzung der Arbeit - abgegangen und nur noch von Unternehmen (synonym: Firmen, Objekten) und Banken (synonym: Kreditinstituten) gesprochen.

4) Da der Wille zur Zahlungsleistung von der Geschäftsführung abhängt, kann ein Nicht-Wollen als Unfähigkeit (im persönlichen Bereich) der Geschäftsleitung aufgefaßt und so unter die genannte Definition subsumiert werden.

Begriffe wie Kreditkontrolle, Kreditüberwachung und Kreditprüfung können als Synonyma oder Teilgebiete der Kreditwürdigkeitsprüfung aufgefaßt werden[1]. Andere Abgrenzungen und Definitionen finden sich in der Literatur und Praxis[2], doch scheint sich in den letzten Jahren eine Vereinheitlichung im oben definierten Sinne anzubahnen[3].

So klar das Ziel jeder Kreditwürdigkeitsprüfung zu sein scheint, so schwierig sind die eigentlichen Bestimmungsfaktoren dafür zu erkennen und in ihrer Wichtigkeit zu beurteilen. Obwohl in neuerer Literatur die Person des Kreditnehmers als ein wichtiger

---

1) So wird es auch von HAUSCHILDT gesehen, vgl. J. HAUSCHILDT: Bankgeschäfte und Bankpolitik, Kurseinheit 3, Fernuniversität Hagen 1980, S. 103. Die Kreditfähigkeit stellt bei unserer Definition allein auf die juristischen Aspekte der Kreditwürdigkeit ab. So auch K.F. HAGENMÜLLER: Der Bankbetrieb, Band III, 4. Aufl., Wiesbaden 1978, S. 17.

2) GROSSE umschreibt Kreditwürdigkeitsprüfung etwa mit Vermögensbewertung und Kreditfähigkeit mit Vermögensrentabilität, vgl. G. GROSSE: Bilanz und Kredit. Prüfung, Beurteilung und Überwachung, Berlin 1932, S. 5. MELLEROWICZ/JONAS unterscheiden zwischen Kreditwürdigkeit (personelle Faktoren) und Kreditfähigkeit (Ertragslage, Vermögensstatus, finanzielle Lage), vgl. K. MELLEROWICZ und H. JONAS: Bestimmungsfaktoren ..., a.a.O., S. 13. Eine solche Abgrenzung ist auch in der Praxis zum Teil verbreitet.

3) Siehe etwa H.J. KRÜMMEL: Zur Bewertung im Kreditstatus, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 14 (1962), S. 137-151, hier S. 139, der für eine gleichartige Definition aber den Begriff der Kreditfähigkeit wählt. Vgl. jedoch auch K.F. HAGENMÜLLER: Kreditwürdigkeitsprüfung, in: Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, hrsg. von H.E. BÜSCHGEN, Stuttgart 1976, Spalte 1224.

Einflußfaktor angesehen wird[1], steht die Bilanz immer noch im Mittelpunkt der meisten theoretischen und praktischen Untersuchungen[2]. Dazu kommen etwa Auszüge aus Registern und Verzeichnissen, Bescheide, Berichte sowie bankinterne Beobachtungen und Untersuchungen[3]. Insbesondere wird den verschiedensten Plänen (z.B. Investitionsplänen, Finanzplänen, Personalplänen) heute große Aufmerksamkeit geschenkt[4]. Auch scheint das Kontokorrentkonto des Unternehmens bei schon länger bestehender Bankverbindung nach neuesten Untersuchungen bislang noch wenig genutztes Informationsmaterial für die Kreditwürdigkeitsprüfung zu enthalten[5].

---

1) So auch bei den Vorschlägen von GAUER, sich auf eine Kreditwürdigkeitsprüfung vorzubereiten, vgl. H. GAUER: Vorbereitung von Unternehmen auf Kreditwürdigkeitsprüfungen, 4. Aufl., Frankfurt 1976, S. 1. Aber auch bei J.H. VON STEIN und M.KIRSCHNER: Die Kreditwürdigkeitsprüfung, in: OBST/HINTNER, Geld-, Bank- und Börsenwesen, hrsg. von N. KLOTEN und J.H. VON STEIN, 37. Aufl., Stuttgart 198o, S. 255.

2) So neben den beiden zuletzt genannten Veröffentlichungen auch J. SÜCHTING: Finanzmanagement, 2. Aufl., Wiesbaden 1978, S. 353.
In unserer Arbeit steht "Bilanz" i.d.R. für Jahresabschlußbilanz sowie Gewinn- und Verlustrechnung. Aus dem Zusammenhang geht im weiteren hervor, ob der gesamte Jahresabschluß oder die einzelne Bilanz gemeint ist.

3) So etwa o.V.: Informationsbedarf und -quellen bei der Kreditentscheidung, in: Der Bankkaufmann, 23 (1974), S. 25-3o, 65-72.

4) Vgl. J.H. VON STEIN und M. KIRSCHNER: Die Kreditwürdigkeitsprüfung, a.a.O., S. 256 und E. KREIM: Finanzplanung und Kreditentscheidung, Wiesbaden 1977.

5) So eine bislang unveröffentlichte Analyse von J.H. VON STEIN, Stuttgart-Hohenheim 1981. Erste, aber nicht weiterverfolgte Ansätze, zeigen sich bereits bei C. EISFELD: Kontenanalyse im Dienste der Kreditbeobachtung, in: Die Sparkasse, 55 (1935), S. 333-345.

Alle diese Unterlagen können jedoch nur Ersatzmerkmale für die unmittelbare nicht erfaßbare (meßbare) Größe "effektive zukünftige Zins- und Tilgungszahlungen" enthalten. Mit Hilfe dieser Merkmale wird untersucht, die eben unbekannte Größe so genau wie möglich zu schätzen. Die schon genannte Fähigkeit zur vereinbarten Zins- und Tilgungszahlung soll als unmittelbarer Bestimmungsfaktor der Kreditwürdigkeit bezeichnet werden, so daß die erfaßbaren Merkmale die mittelbaren Bestimmungsfaktoren sind. Tabelle 1.1 zeigt eine Aufteilung dieser Größen

	Informationsträger für mittelbare Bestimmungsfaktoren
enthalten in der Regel quantitative Merkmale:	Pläne Abschlüsse von Bilanz und GuV Konten
enthalten in der Regel qualitative Merkmale:	Auszüge aus Registern und Verzeichnissen Vertragsunterlagen Veröffentlichungen Bescheide Berichte bankinterne Beobachtungen und Untersuchungen

Tabelle 1.1 : Informationsträger für mittelbare Bestimmungsfaktoren der Kreditwürdigkeit

nach Verfügbarkeit. Die Informationen zur Beurteilung der Person entstammen hauptsächlich dem qualitativen Bereich, während der quantitative Bereich eher Aufschluß über das Unternehmen in seiner Gesamtheit gibt. Über die gegenseitigen Beeinflussungen (z.B. Bilanz als Ausdruck unternehmerischen Handelns) ist damit jedoch noch keine Aussage verbunden. Die Verarbeitung und Beurteilung qualitativer Daten ist von einem formalen Gesichtspunkt aus bei weiten schwieriger als die quantitativer Werte. Sicher liegt darin einer der Gründe, daß der Jahresabschluß immer noch eine so bedeutende Stellung bei der Kreditwürdigkeitsprüfung einnimmt.

Die Aufteilung in quantitative und qualitative Merkmale lehnt sich an POTTHOFF an[1]. Gerade im Rahmen dieser Arbeit erscheint eine solche Klassifizierung sinnvoll, da sie auf die Analyse-Instrumente gerichtet ist. Denn besonders für die quantitativen Größen bieten sich statistische Auswertungsmethoden an. Diese erscheinen operationabel und objektiv. Die Gefahr einer Scheingenauigkeit und trügerischen Sicherheit ist jedoch nicht zu unterschätzen.

---

1) Vgl. E. POTTHOFF: Kreditwürdigkeitsprüfung, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, hrsg. von E GROCHLA und W. WITTMANN, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Spalten 2392 ff.

12 Der Jahresabschluß als Abbild des Bonitätsrisikos

121 Aufspaltung des Gesamtrisikos in Teilrisiken

Bei der Entscheidung über eine Kreditvergabe spielt die Unsicherheit über die Bestimmungsfähigkeit der erwähnten Ersatzmerkmale für die Kreditwürdigkeit eine große Rolle (Bonitätsrisiko)[1]. Andere Risiken, die durch Zins-, Geldwert-, Besicherungs- und Währungsänderungen hervorgerufen werden können[2], werden hier der Zielsetzung dieser Arbeit entsprechend unberücksichtigt gelassen. Basiert unter dieser Annahme die Kreditvergabe bzw. die Festlegung der Kreditbedingungen[3] also allein auf der Einschätzung des Bonitätsrisikos, so sind dafür im wesentlichen zwei Informationen notwendig[4]:

1. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung über das Eintreten der Zahlungszustände,
2. Eine Beurteilungsfunktion, die angibt, wie der Kreditgeber die Wahrscheinlichkeitsverteilungen einschätzt (Risikoneutralität, Risikoaversion, Risikofreudigkeit).

---

1) Zum Begriff vgl. etwa auch M. WÄCHTERSHÄUSER: Kreditrisiko und Kreditentscheidung im Bankbetrieb, Wiesbaden 1971, S.7o ff.

2) Vgl. dazu etwa H. STANNIGEL: Kreditrevision bei Banken und Sparkassen, Frankfurt 1969, S. 1o3 oder E. DICKEN: Kreditwürdigkeitsprüfung, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Kontaktstudium, 29 (1977), S. 163 f.

3) Ausgegangen wird hier von der Einzelkredit-, nicht von einer Portefeuille-Entscheidung.

4) Vgl. zu den entscheidungstheoretischen Grundlagen etwa G. MENGES: Grundmodelle wirtschaftlicher Entscheidungen, Köln-Opladen 1969, S. 176 ff.

Wie bereits erläutert, kann versucht werden, das Bonitätsrisiko durch verschiedene Daten zu erfassen (mittelbare Bestimmungsfaktoren). Diese Einschätzung bedeutet dabei nichts anderes als die Aufstellung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über das Eintreten der für möglich gehaltenen Zahlungszustände. Da hier jedoch nur die Bilanz zur Beurteilung herangezogen werden soll, wäre die Bestimmung der Eintrittswahrscheinlichkeit unvollständig, da wohl in den seltensten Fällen der Inhalt des Jahresabschlusses allein als Bestimmungsfaktor für die Kreditwürdigkeit angesehen werden kann. Daher soll das Bonitätsrisiko in Teilrisiken aufgespalten werden, die von den jeweiligen (mittelbaren) Bestimmungsfaktoren beschrieben werden können. Somit ergibt sich keine disjunkte Aufspaltung des Gesamtrisikos, da z.B. aus der Bilanzbeurteilung zum Teil gleiche Risiken wie aus der Personenbeurteilung ermittelt werden können. Auch muß die Aufspaltung nicht vollständig sein, so daß ein unerkanntes Restrisiko vorhanden bleibt. In dieser zusätzlichen Unsicherheit über die Aufteilungsform des gesamten Bonitätsrisikos ist auch die Ursache zu sehen, warum in der Praxis eine so große Vielfalt von mittelbaren Bestimmungsfaktoren zur Kreditwürdigkeitsprüfung herangezogen wird.

Aus verschiedenen empirischen Untersuchungen und praktischen Erfahren geht hervor, daß jedenfalls die Bilanzanalayse in der Lage zu sein scheint, einen großen Teil des gesamten Bonitätsrisikos aufzudecken[1]. Dies wiederum begründet den Anspruch mancher Autoren

---

1) Vgl. hierzu insbesondere die Literatur zu den Scoring-Modellen, Kapitel 132.

und Praktiker, den Inhalt der Bilanz als gewichtigsten Kreditwürdigkeitsbestimmungsfaktor anzusehen.

Bei der Beurteilung von Personaldaten ist in den vergangenen Jahren im Bereich der Konsumentenkredite eine erhebliche Zahl von sogenannten "Scoring-Modellen" entwickelt und zum Teil auch eingesetzt worden[1]. Diese Idee wird folgerichtig auch bei der Firmenkundschaft fortgesetzt, wobei sich die Instrumente im wesentlichen auf die quantitativen Merkmale der Bilanz stützen. Gemäß den obigen Überlegungen wird mit solchen Analyseverfahren jedoch nur ein Teilrisiko in die Entscheidungsfindung eingebracht. Die Folge können Fehlentscheidungen sein.

Welche zusätzlichen Probleme treten jedoch bei diesem Versuch auf, wenigstens Teilrisiken anhand der Jahresabschlüsse aufzudecken? Bisher haben wir Kreditrisiko ohne Zeitbezug aufgefaßt, d.h. die Erwartung nur auf einen einzigen, bestimmten (aber undefinierten) Zeitpunkt hin ausgerichtet. Bei laufzeitgebundenen Krediten könnte dies etwa Endzeitpunkt sein, nachdem also alle Zins- und Tilgungszahlungen bei der Bank eingegangen sind. Da Krediten mit langen oder fehlenden festen Laufzeiten Zahlungen mehrere Jahre lang gegenüberstehen, wachsen die Schwierigkeiten, das Kreditrisiko zu schätzen, mit der Länge des betrachteten Zeitraums. Beschränken wir uns auf eine fest abgegrenzte Zeitspanne[2], so decken wir damit wiederum nur ein Teilrisiko auf, diesmal in bezug auf die Zeit.

---

1) Vgl. etwa die umfangreiche Bibliographie in FAIR, ISAAC & Co, INC. (ed.): Articles on credit scoring, San Ranfael (California), 1979.

2) D.h. es werden z.B. nur drei Jahre betrachtet, wobei dieser Drei-Jahreszeitraum nicht mit der Kreditlaufzeit übereinstimmt. Diese Analyseform führt zur Kreditüberwachung

Die Beachtung der Zeitdimension hat für die Bilanzanalyse noch eine weitere Bedeutung. Bei der Kreditwürdigkeitsprüfung liegen nur Bilanzen vergangener Jahre vor[1]. Genaugenommen wird also die Kreditwürdigkeit zurückliegender Perioden beurteilt, d.h. die Erwartungen beruhen nur auf Teilinformationen, bei denen der neueste Unternehmenszustand (als Basis für die zukünftige Entwicklung) unberücksichtigt bleibt. Trifft man jedoch die (nicht realitätsferne) Annahme, daß die Entwicklung eines Unternehmens im Zeitpunkt t nicht unabhängig vom Zustand im Zeitpunkt t-1, t-2, ... (mit fallender Intensität) ist, so sind die gewonnenen Informationen nicht vollkommen wertlos[2]. Andererseits zeigt sich hier schon die Schwäche der Jahresabschlußinformationen als Bestimmungsfaktoren für die Kreditwürdigkeit[3]. Insbesondere werden plötzliche, negative Entwicklungen im Unternehmen, die sich in der Bilanz bisher nicht niedergeschlagen haben, viel zu spät erkannt. Daher entscheidet die Güte der anderen Bestimmungsfaktoren oft darüber, ob die Kreditvergabe zu einer Fehlentscheidung wird oder nicht.

Die Einschätzung insbesondere der Teilrisiken kann im Zeitablauf schwanken und richtet sich nach dem jeweiligen Informationsstand des Kreditgebers. Dies ist für die Bilanzanalyse wohl bedeutender als für die Einschätzung der Person. Abbildung 1.1

---

1) Planbilanzen seien hier ausgeschlossen, da dort zusätzlich die Kriterien der Planerstellung mitbeurteilt werden müßten.

2) Dieses Prognoseproblem wird in bezug auf drohende Insolvenzen ausführlich untersucht von K. MAYR: Insolvenzprognosen mittels Jahresabschlußinformationen, Frankfurt - Zürich 1976.

3) Vgl. dazu auch Kapitel 122.

zeigt einen möglichen zeitlichen Verlauf der Risikoeinschätzungen sowie das durch die Bilanzanalyse aufgedeckte Teilrisiko.

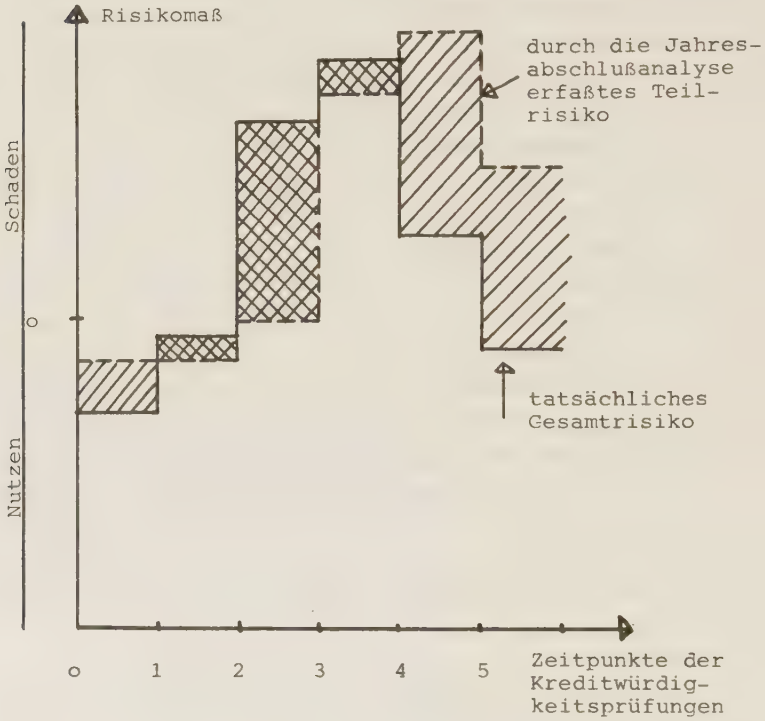


Abbildung 1.1 : Beispiel für den Zusammenhang zwischen Gesamtrisiko und Teilrisiko

Im Zeitpunkt o vollzieht sich die eigentliche Gewährung eines über 6 Jahre zeitraumgebundenen Kredites. Eine umfassende Kreditwürdigkeitsprüfung ergibt einen Risikowert, bei dem sich die Kreditvergabe lohnt. Die Beurteilung allein

der Bilanz führt zwar zu einem gerigeren Nutzenwert, doch ist dieser immer noch positiv. Im Zeitpunkt 1 tritt (bei einer Kreditüberwachung) der Fall ein, daß die Risikosituation anhand der (vergangenen) Bilanzen positiver eingeschätzt wird als bei Berücksichtigung aller Bestimmungsfaktoren. Dieser Tatbestand setzt sich auch noch in den Perioden 2 und 3 fort. Dabei entsteht im Zeitpunkt 2 die problematische Situation, daß anhand der Bilanzen die Risikolage des Unternehmens völlig falsch eingeschätzt wird (Nachhängeeffekt).
Auf der anderen Seite zeigt sich anhand der Jahresabschlüsse in den Perioden 4 und 5, daß eine durchaus positive Beurteilung nicht in jedem Teilbereich wie dem durch die Bilanz erfaßten nachvollzogen werden muß.

Das Risikomaß ist die Kombination von Eintrittswahrscheinlichkeiten und deren Beurteilung durch den Kreditgeber. Die vorliegende Arbeit stellt nun einen Ansatz dar, ein numerisch bestimmtes Risikomaß aufzustellen, in dem das aus den Jahresabschlüssen erkennbare Teilrisiko des gesamten Bonitätsrisikos deutlich wird. Dadurch wird dem Kreditgeber ein Instrument in die Hand gegeben, das er als mittelbaren Bestimmungsfaktor bei der umfassenden Kreditwürdigkeitsprüfung einsetzen kann.

122 Ungewißheits- und Unsicherheitspotentiale im Jahresabschluß

Mit der Aktienrechtsreform 1965 wurde der Versuch gemacht, ein einheitliches Normensystem für eine aussagekräftige Rechnungslegung von Aktiengesellschaften zu schaffen. Auch wenn die Vorschriften des geltenden Aktiengesetzes in Verbindung mit den Grundsätzen ordnungsmäßiger Buchführung (GoB)[1] als relativ eng anzusehen sind, so werden dennoch genügend Wahlrechte eingeräumt, um sich unterschiedlichen ökonomischen Situationen der Unternehmen anpassen zu können. Andererseits sind manche Tatbestände nicht berücksichtigt, die für eine Unternehmensbeurteilung wichtig sind (wie etwa genaue Fristigkeiten für Forderungen und Verbindlichkeiten). Da aktienrechtliche Einschränkungen zu einem großen Teil bereits GoB geworden sind[2], lassen sich allgemein etwa folgende Beeinträchtigungen der Aussagefähigkeit von Jahresabschlüssen

---

1) Vgl. etwa U. LEFFSON: Die Grundsätze ordnungsmäßiger Buchführung, 3. Aufl., Düsseldorf 1972.

2) Da die GoB in keinem deutschen Gesetz geschlossen niedergelegt sind, ist die Abgrenzung der GoB oft strittig. Vgl. etwa M. REHBINDER: Gelten die neuen Bewertungsvorschriften des Aktienrechts auch für Unternehmen mit anderer Rechtsform?, in: Neue Juristische Wochenschrift, 19 (1966), S. 1549.
Nicht GoB scheint jedoch die in § 148 AktG festgelegte Bilanzvorlagefrist (an den Abschlußprüfer) von drei Monaten geworden zu sein.

nennen[1]:

1. Es herrscht das Nominalwertprinzip.
2. Die Bilanz entspricht einer Momentaufnahme, die durch ein "window-dressing"[2] erheblich beeinflußt werden kann.
3. Es liegen Methoden- und Wertansatzwahlrechte vor, die von außen nicht detailliert nachvollziehbar sind.
4. Die Bilanzpositionen sind von der Fristigkeit her heterogen zusammengesetzt. Dabei fehlen genaue Fälligkeitstermine.
5. Vertragliche, künftige Zahlungsverpflichtungen und Zahlungseingänge sowie schwebende Geschäfte werden nur zum Teil bilanziert.

---

1) Vgl. dazu etwa F. EHRHARD: Bilanzanalyse und steuerliche Betriebsprüfung, Wiesbaden 1970, S. 9,
R. HOFMANN: Bilanzkennzahlen: Industrielle Bilanzanalyse und Bilanzkritik, 4. Aufl., Opladen 1977, S. 123 ff,
G. VOGLER: Bilanzen, Stuttgart 1972, S. 195 f.,
G. VOGLER und H. MATTES: Theorie und Praxis der Bilanzanalyse, Berlin 1975, S. 27 ff.,
J. SÜCHTING: Finanzmanagement, a.a.O., S. 348 f.
Gleichzeitig wird mit dieser Nennung jedoch nicht die Forderung aufgestellt, das externe Rechnungswesen aus diesen Gründen in irgendeiner Form zu verändern. Dies erfordert umfangreichere Überlegungen und entspricht nicht dem Ziel unserer Arbeit.

2) Das sind alle gesetzlich erlaubten Transaktionen vor dem Bilanzstichtag, um das äußere Bilanzbild möglichst günstig zu gestalten (siehe auch weiter unten).

Das Nominalwertprinzip äußert sich bei der Bilanzierung vor allem im Anschaffungswertprinzip, d.h. der grundsätzlichen Vermögensbewertung zu Anschaffungs- oder Herstellungskosten. Bei - wie in den vergangenen Jahren - jährlich steigenden Preisen führt dies zwangsläufig zu einer unrichtigen Darstellung der Vermögenslage. Das Vermögen wird zu schlecht, der Gewinn z.B. durch zu niedrige Abschreibungen zu hoch ausgewiesen. Aus dem Nominalwertprinzip folgt daher eine Ungleichbehandlung steigender und fallender Preise bei der Bewertung bilanzierter Wirtschaftsgüter und damit eine unterschiedliche Aussagefähigkeit des Jahresabschlusses bei wechselnden Konjunkturlagen[1].

Die im Aktiengesetz vorgesehenen Wahlrechte ergeben sich aus Tabelle 1.2. Zu den Wertfindungswahlrechten zählen z.B. die Verfahren bei der Bewertung gleichartiger Vorräte[2], die unter bestimmten Prämissen wahlweise anwendbar sind. Sie können jeweils einen anderen Endbestandswert ergeben (z.B. abhängig von der Preisentwicklung). Dies führt zwangsläufig zu einem unterschiedlichen Erfolgs- und Vermögensausweis.

---

1) Vgl. G. VORGLER und H. MATTES: Theorie ..., a.a.O., S. 28.

2) Wie Durchschnittsmethode, Lifo-Methode, Fifo-Methode, Hifo-Methode, Gruppenbewertung und Festbewertung. Vgl. dazu etwa K. CHMIELEWICZ: Betriebliches Rechnungswesen, Band 1: Finanzierung und Bilanz, Reinbek bei Hamburg 1973, S. 184-186.

Wahlrechte					
Methodenwahlrechte		Wertansatzwahlrechte			
Wertfindungswahlrechte	Abschreibungswahlrechte	Aufwertungswahlrechte	Abwertungswahlrechte	Wertbeibehaltungswahlrechte	Nichtansatzwahlrechte

Tabelle 1.2 : Wahlrechte bei der Bilanzierung

Das Prinzip der materiellen Bilanzkontinuität verlangt die Planmäßigkeit der Abschreibungen. Nach den Grundsätzen ordnungsmäßiger Buchführung muß der Abschreibungsverlauf dem Nutzungsverlauf "entsprechen"[1]. Gerade dies kann aber einen Wechsel der Abschreibungsmethode notwendig machen[2], der wiederum eine Änderung des Erfolgsausweises zur Folge hat. Die Einräumung steuerlicher Bewertungswahlrechte (Sonderabschreibungen, Bewertungsfreiheiten), die außerfiskalischen Zielen dienen, beeinflussen den Gewinn aus wirtschaftspolitischen Gründen und stellen daher eine

---

1) Vgl. U. LEFFSON: Die Grundsätze ..., a.a.O., S. 24o ff.

2) Zulässig sind handelsrechtlich die lineare, degressive und progressive Abschreibung. Nach § 16o II 2 AktG ist das Abschreibungsverfahren im Geschäftsbericht anzugeben, nach Satz 4 dieser Vorschrift ebenso Änderungen der Bewertungs- und Abschreibungsmethoden einschließlich der Vornahme außerplanmäßiger Abschreibungen oder Wertberichtigungen, wenn die Vergleichbarkeit des Jahresabschlusses beeinträchtigt wird.

zusätzliche Beeinträchtigung der Aussagefähigkeit des Jahresabschlusses (im Sinne eines sicheren Einblicks in die Ertrags- und Vermögenslage) dar.

Die Wertansatzwahlrechte äußern sich vor allem im Niederstwertprinzip beim Anlage- und Umlaufvermögen sowie in den Aktivierungs- und Passivierungswahlrechten. So können z.B. durch die Inanspruchnahme des Passivierungswahlrechtes für Pensionsrückstellungen die Gewinnhöhe, die Steuerzahlung und damit auch die Finanzierungsmöglichkeiten und die Liquiditätslage beeinflußt werden.

VOGLER bezeichnet die Bilanz als einen künstlichen Schnitt in einem kontinuierlichen Prozeß[1]. Dieser Schnitt ist vorherbestimmt und damit planbar. Jedes Unternehmen will sich möglichst gut (aber auch nicht zu gut) darstellen. Dadurch wird ein sogenanntes "window-dressing" veranlaßt, d.h., die bewußte Veränderung von Bilanz- sowie GuV-Positionen zur Beeinflussung des Gesamtbildes des Jahresabschlusses[2]. Daß in diesem Zusammenhang auch Bilanzverschleierungen und Bilanzfälschungen vorgenommen werden, kann nicht von der Hand gewiesen werden[3]. Auch das Ergebnis der GuV wird oft durch bilanzpolitische Maßnahmen beeinflußt (etwa durch Ausrichtung nach dem auszu-

---

1) Vgl. G. VOGLER: Bilanzen, a.a.O., S. 196.

2) Vgl. im Hinblick auf das Verhältnis von Bilanzregeln und Kreditwürdigkeitsprüfung etwa die Untersuchungen von J. HAUSCHILDT: "Kreditwürdigkeit". Bezugsgrößen von Verhaltenserwartungen in Kreditbeziehungen, in: Hamburger Jahrbuch für Wirtschafts- und Gesellschaftspolitik, hrsg. von H.D. ORTLIEB et. al., 17 (1972), S. 167-183.

3) Vgl. etwa C. ZIMMERER: Kreditwürdigkeit durch Finanzmanipulation? in: Der Bankkaufmann, 23(1974), S. 443-448.

schüttenden Gewinn)[1].

Wichtig für die Bilanzanalyse ist insbesondere das Bewußtsein der "Momentaufnahme". So ist z.B. die wahre Liquiditätslage aus dem Jahresabschluß nicht erkennbar, weil Informationen über künftige Zahlungsströme fehlen[2]. Denn weder sind alle auf den Abschlußstichtag folgenden Ein- und Auszahlungen noch eine potentielle Liquidität aufgeführt. Die angegebene Liquidität (die in einer entsprechenden Kennzahl ausgedrückt werden kann) bezieht sich stets auf den Stichtag des Abschlusses, der bei der Beurteilung der Bilanz aber schon zurück liegt.

In das Liquiditätsbeurteilungsproblem spielen auch die fehlenden Angaben über die Fristigkeiten im Jahresabschluß hinein. Die Trennung in Verbindlichkeiten bzw. Forderungen unter und über vier Jahre Restlaufzeit ist willkürlich und für eine Liquiditätsanalyse viel zu grob.

Insgesamt zeigt sich, daß dem Kreditgeber durch die Bilanz ein in vielfacher Weise gestörtes Bild der realen Ertrags-, Liquiditäts- und Vermögenslage vorliegt.

---

1) Daran zeigt sich, daß die Bilanzierung immer auf bestimmte Aussagezwecke hin vorgenommen wird. Vgl. dazu etwa A. MOXTER: Aussagegrenzen von "Bilanzen", in: Das Wirtschaftsstudium (WISU), 4 (1975), S. 325-329.

2) So die Kritik von LEFFSON an allen Liquiditätskennzahlen, vgl. U. LEFFSON: Bilanzanalyse, Stuttgart 1976, S. 31 ff.

Dies erzeugt neben der Bilanzauswertungs- und Erkenntnisbewertungsunsicherheit[1] zusätzliche Ungewißheitspotentiale unter dem Gesichtspunkt, daß hier allein auf den Informationswert einer Jahresabschlußanalyse abgestellt wird. Ist die Bilanz durch Wertansätze etc. oder sogar durch Manipulationen so verzerrt, daß selbst durch die simultane Betrachtung mehrerer Bilanzkennzahlen das wahre Unternehmensbild nicht deutlich oder (noch schlimmer) umgekehrt wird, kann der Jahresabschluß mit keinem noch so gut konstruierten statistischen Verfahren "richtig" ausgewertet werden. D.h. da die Bilanz die einzige Datenquelle darstellt, ist die Fähigkeit jeder Analyse dadurch eingeschränkt. Dies kann für den statistisch empirischen Analysten gegenüber dem fundamentalen Analytiker von Nachteil sein, da dieser im Bedarfsfall seine Informationsbasis evtl. erweitern könnte. Dann jedoch werden in unzulässiger Weise zwei verschiedenartige Modelle verglichen. Die Ergebnisse können nicht mehr konkurrieren. Die Ungewißheits- und Unsicherheitspotentiale der Jahresabschlußinformation stellen höchstens den Nutzen einer Bilanzanalyse überhaupt infrage, nicht aber die Verwendung statistischer Methoden. "Die große Beachtung der aktienrechtlichen Rechnungslegung z.B. in der Wirtschaftspresse zeigt, daß sie trotz aller Schwächen die unentbehrlichen Grunddaten für die Beurteilung des Unternehmens liefert"[2].

---

1) Dazu zählt die Unsicherheit, ob die vorliegende Information überhaupt ausgewertet werden (Fähigkeit des Analysten) und ob die erzielten Einzelergebnisse in optimaler Form zusammengefaßt werden können (Fähigkeit des Entscheiders).

2) E. GESSLER et. al.: Aktiengesetz, Kommentar, Bd. III, 1973, S. 7. So auch R. HOFMANN: Bilanzkennzahlen, a.a.O., S. 74.

13 Überblick über den bisherigen Einsatz statistischer Verfahren bei der Bilanzauswertung in Literatur und Praxis

131 Branchenkennzahlensysteme

In der Praxis der deutschen Kreditinstitute gibt es seit einiger Zeit sogenannte Branchendienste[1]. Diese ermitteln bankintern Branchenkennzahlenwerte zur Unterstützung des Kreditsachbearbeiters. Solche Zahlen sind meistens mit einer maschinellen Bilanzauswertung gekoppelt. So vermag etwa das EBIL-System

---

1) Vgl. hierzu etwa J. KRAHN et. al.: Maschinelle Einzelbilanzanalyse (EBIL), in: Betriebswirtschaftliche Blätter für die Praxis der Sparkassen und Landesbanken/Girozentralen, 27(1978), S. 77-82,
J. HÜTTER und J. WEGENER: Bilanzauswertung des Branchendienstes, in: Die Sparkasse, 95(1978), S. 233-237,
W. MECKES: EDV-Analyse von Kundenbilanzen mit Branchenvergleichswerten, in: Bank-Information, Heft 1, 1979, S. 7-9,
A. LANGENBRINCK: Bilanzanalyse per Computer, in: Bank-Information, Heft 3, 1979, S. 24.
Diese Branchendienste sind an sich nur eine Ausweitung und Verbesserung von schon früher aus der Literatur bekannten Branchenkennzahlendarstellungen (Quartilswerte) wie z.B. von R. FOULKE: Practical financial statement analysis, 6. ed., London 1968.

bis zu drei aufeinanderfolgende Jahresabschlüsse zu speichern und dem Kreditgeber tabellarisch wieder zur Verfügung zu stellen. Außerdem werden prozentuale Strukturkennzahlen, 24 Bilanzkennzahlen, eine Bewegungsbilanz über vier Perioden sowie eine Cash-Flow-Rechnung ausgedruckt. Dies erspart dem Kreditbearbeiter eine Menge Rechenzeit, läßt einen visuellen und manuell rechnerischen Zeitvergleich (wie etwa Wachstumsraten)von drei Bilanzjahren zu und gibt Branchenvergleichswerte in bezug auf die aktuelle Bilanz an. KRAHN et. al. behaupten, daß die Kosten der Anwendung durch Einsparung von Personalkosten sogar mehr als kompensiert würden[1)].
Eine derartige Darstellungsform erfordert

---

1) So J. KRAHN et. al.: Maschinelle ...
a.a.O., S. 78.

standardisierte Erfassungsbögen, damit sowohl die Bilanzen eines einzelnen Kreditnehmers über die Zeit als auch im Betriebsvergleich kompatibel sind[1]. Werden die Bilanzen nur tabellarisch gedruckt sowie Kennzahlen und Veränderungswerte berechnet, dann liegt kein Problem der analytischen Statistik vor[2].
Anders ist die Angabe von Branchenwerten zu beurteilen.
Ziel dieser Branchenvergleichszahlen ist vor allem[3]:

> Erhöhung der Aussagefähigkeit der Bilanzkennzahlen bei der Beurteilung der Kreditwürdigkeit.

Da jeder Kreditsachbearbeiter überfordert wäre, wenn er zum Betriebsvergleich[4] 3o, 4o oder mehr Bilanzen auszuwerten hätte, sucht man die in den Vergleichsbilanzen enthaltene Information mit Hilfe statistischer Verfahren zu verdichten.

---

1) Zur Problematik der standardisierten Erfassungsbögen vgl. Kapitel 311.

2) Der Begriff der Statistik wird oft mehrdeutig gebraucht. In dieser Arbeit umfaßt "Statistik" nur den Bereich der sogenannten deskriptiven und analytischen Statistik.
Andere Definitionen sind jeweils erwähnt.
Vgl. dazu etwa G. BAMBERG und F. BAUER: Statistik, München - Wien 198o, S. 1.

3) Vgl. W. MECKES: EDV-Analyse ..., a.a.O., S. 9.

4) Vgl. dazu etwa H. BURGARD: Der zwischenbetriebliche Betriebsvergleich als Mittel der Kreditwürdigkeitsprüfung, Diss. Köln 196o.

Das Vorgehen kann - von der Idee her - etwa wie folgt beschrieben werden:
Die Grundgesamtheiten[1] bestehen aus allen Firmen in einer Branche[2] , deren Bilanzen beim jeweiligen Kreditinstitut vorliegen. Die Berechnung und Aufgabe einiger Maßzahlen kann im Sinne von MENGES/SKALA als "erklärende oder deutende Deskription"[3] aufgefaßt werden. Es soll dadurch "ein möglichst plausibler, möglichst verständlicher ... realer Wert gefunden werden, der möglichst wenig an wesentlicher Information, die in der Stichprobe enthalten ist, verliert und eine möglichst große Erklärungsreichweite hat"[4]. Diese Zielsetzung scheinen die Anwender von Branchenkennzahlen bei der Verwendung der verschiedenen Maßzahlen im Auge zu haben. Denn weder aus den Veröffentlichungen noch aus Gesprächen mit Praktikern scheint die

---

1) Zur statistischen Terminologie vgl. etwa H. REICHARDT: Statistische Methoden für Wirtschaftswissenschaftler, 6. Aufl., Opladen 1976 sowie G. BAMBERG und F. BAUR: Statistik, a.a.O., 198o.

2) Die Brancheneinteilung kann besonders bei größeren Firmen problematisch werden. Im allgemeinen wird nach dem Schwerpunktprinzip vorgegangen, bei dem das Unternehmen derjenigen Branche zugeordnet wird, in dem der Schwerpunkt seiner wirtschaftlichen Tätigkeit liegt (gemessen am Umsatz oder den Beschäftigten). Wird diese Einteilung im Zeitverlauf nicht überprüft, können sich etwa durch Produktionsverlagerungen Verzerrungen ergeben. Vgl. dazu etwa H. ABELS: Wirtschaftsstatistik, Opladen 1976, S. 17 f.

3) G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß der Statistik, Teil 2: Daten, Opladen 1973, S. 3o8.

4) G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß ... , Teil 2: Daten, a.a.O., S. 3o9.

Absicht hervorzugehen, Verteilungsannahmen aufzustellen und Verteilungsparameter zu schätzen. Berechnet werden bzw. wurden[1]:

1. Arithmetisches Mittel
2. "Gewichtetes" arithmetisches Mittel (aus der Summe der Einzelwerte)
3. Geometrisches Mittel
4. Median (zweites Quartil)
5. Erstes und drittes Quartil

---

1) Vgl. dazu etwa auch H. MÜLLER: Aktuelle Entwicklungen in der praktischen Kreditprüfung, in : Der Bankbetrieb zwischen Theorie und Praxis, Festschrift zum 6o. Geburtstag von K.F. HAGENMÜLLER, hrsg. von J. SÜCHTING, Wiesbaden 1977, S. 127f. Aufgeführt sind u.a. Maßzahlen, die vom Branchendienst der Sparkassen und dem der Kreditgenossenschaften veröffentlicht werden, vgl. J. HÜTTER und J. WEGENER: Bilanzauswertungen ..., a.a.O., S. 233-237, sowie W. MECKES: EDV-Analyse ..., a.a.o., S. 7.

Die angeführten Überlegungen sollen anhand eines kleinen Beispieles verdeutlicht werden (Tabelle 1.3):

Objekt Nr.	1	2	3	4	5	Summe der Einzelwerte
Eigenkapital (EK)	1oo	2ooo	4oo	3oo	35o	315o
Gesamtkapital (GK)	1ooo	1oooo	2ooo	1ooo	5oo	145oo
Kennzahl Eigenkapitalquote EK/GK	o.1	o.2	o.2	o.3	o.7	o.217

Arithmetisches Mittel	o.3oo
"Gewichtetes" arithm. Mittel	o.217
Geometrisches Mittel	o.243
Median	o.2oo
1. Quartil	o.15o
2. Quartil	o.5oo

Tabelle 1.3: Beispiel zur Berechnung von Maßzahlen der Branchendienste

Die einzelnen Maßzahlen haben nun folgende Eigenschaften:

1. Das arithmetische Mittel gibt jedem Objekt gleiches Gewicht. In diesen Mittelwert gehen explizit keine anderen Informationen ein als die Kennzahlen selbst. Durch Ausreißerwerte[1] (vgl. Objekt Nr. 5 mit O.7) kann diese Maßzahl besonders bei kleinen Stichproben stark verzerrt werden und in einen Verteilungsbereich fallen, der durch keine Masse repräsentiert wird. Bei nichtsymmetrischen Verteilungen wird das arithmetische Mittel je nach Massenschwerpunkt entweder zu groß oder zu klein. Ein solcher Wert kann dann nicht mehr plausibel genannt werden.

2. Das "gewichtete"[2] arithmetische Mittel geht von der Fiktion einer Gesamt-Branchen-Bilanz aus. Für die Berechnung werden die einzelnen Komponenten der Kennzahl über alle Stichprobenfirmen addiert (im Beispiel der Zähler EK und der Nenner FK) und dann die Kennzahl berechnet. Durch die gestellte Prämisse einer Bilanz der Gesamtbranche wird der eigentliche Maßzahlencharakter aufgehoben, da die einzelnen Objektzahlen als solche in die Mittelwertberechnung nicht eingehen. Es kann auch nicht mehr davon gesprochen werden, Verteilungsinformationen komprimiert darzustellen, da die Kennzahlenverteilungen in keiner Weise berücksichtigt werden. Aus diesem Grund muß das "gewichtete" arithmetische Mittel im Sinne der obengenannten Maßzahlen-Definition als nicht geeignet angesehen werden.

---

1) Zur Ausreißerproblematik bei Bilanzen vgl. etwa Abschnitt 3212.

2) Unter dem gewichteten arithmetischen Mittel wird in der Statistik etwas anderes verstanden als im Zusammenhang mit den Branchenkennzahlen, vgl. etwa G. BAMBERG und F. BAUER: Statistik,

3. Das geometrische Mittel ist sinnvoll bei Veränderungszahlen, die sich multiplikativ verknüpfen lassen (z.B. Gliedzahlen)[1]. Es ist stets kleiner als das arithmetische Mittel, es sei denn, alle Beobachtungswerte sind gleich[2]. Analog dem arithmetischen Mittel kann es u.U. in einen Bereich fallen, in dem kein Beobachtungswert vorliegt. Bei Beobachtungswerten mit unterschiedlichen Vorzeichen, mit nur negativen Vorzeichen und/oder dem Wert Null ist dieser Mittelwert nicht berechenbar oder ohne Aussagekraft. Die angeführten Gründe zeigen, daß es bei der angestrebten Branchenanalyse mit Hilfe von Bilanzkennzahlen nicht als "erklärende oder deutende Deskription" aufgefaßt werden kann.

---

1) Vgl. dazu etwa H. ABELS, Wirtschaftsstatistik, a.a.O., S. 33 oder W. BRACHWITZ: Zur Frage der Anwendung des geometrischen Mittels (insbesondere bei der Berechnung von Indexzahlen), in: Allgemeines Statistisches Archiv, 42 (1958), S. 39-41. Wachstumsraten sind vor der Berechnung des geometrischen Mittels in Gliedzahlen umzurechnen.

2) Vgl. H. ABELS: Wirtschaftsstatistik, a.a.O., S. 33.

4. Der Median (das zweite Quartil) ist eine Maßzahl des Ordinalskalenniveaus. Bei dem im Kennzahlenbereich vorliegenden Intervallskalennivau wird also die Differenzengleichheit im Mittelwert nicht berücksichtigt. Für die Einbeziehung von Ausreißern und bei links- bzw. rechtssteilen Verteilungen kann dies als nützlich angesehen werden. Bei starken Punkthäufungen hingegen wird die Verteilung in diesem Bereich durch den Median gestreckt interpretiert[1]. Für die Zwecke des Branchendienstes scheint der Median durchaus geeignet, da er plausibel und verständlich ist[2]. Bei kleinen Stichproben kann diese Plausibilität jedoch zu einer Verzerrung und somit zu einer Beeinträchtigung der Aussagekraft führen.

---

1) Das Bindungsproblem tritt nach allgemeiner Erfahrung im Bilanzdatenbereich nicht auf.

2) Zur allgemeinen Zahlen- und Sachlogik des Medians vgl. etwa G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß ..., Teil 2: Daten, a.a.O., S. 347 ff.

5. Das erste und dritte Quartil werden von den Branchendiensten als Streuungsgrößen aufgefaßt. Sie hängen eng mit dem Median zusammen, so daß die dort gegebenen Bemerkungen übertragen werden können. Nach der Definition von MENGES/SKALA scheinen die Quartile wohl unter allen in der Praxis berechneten Maßzahlen der Streuung am geeignetsten zu sein, nämlich die Dateninformation plausibel und verständlich darzustellen.

Die berechneten Maßzahlen sind nur Deskriptoren einer statistischen Masse. Eine inferenzstatistische Eigenschaft kann ihnen zugedacht werden, wenn Annahmen über die Verteilung getroffen werden. Dann sind sie Schätzer von Verteilungsparametern. Die Bilanzen der Stichproben stammen zum größten Teil von den Firmen, die bereits eine der üblichen Kreditwürdigkeitsprüfungen in einer Bank durchlaufen haben. Eine Interpretation als Stichprobe ist unmittelbar daher nicht möglich [1].

Angenommen, die Kreditwürdigkeitsprüfung beruhe auf nur einer einzigen Kennzahl. Vergleicht man nun den Kennzahlenwert des zu untersuchenden Objektes mit den Branchen-Maßzahlen, so kann diese zusätzliche Information zwar einen Hinweis geben, wieviel Prozent etwa branchengleicher Unternehmen einen höheren bzw. niedrigeren Kennzahlenwert besitzen. Eine Prognose der zukünftigen Zahlungsfähigkeit kann daraus jedoch nicht unmittelbar abgeleitet werden.

---

1) Von der Problematik der branchenmäßigen Schwerpunktorientierung einiger Kreditinstitute sei hier abgesehen.

Die Betrachtung einer einzigen Kennzahl schöpft jedoch das Informationspotential des Jahresabschlusses nicht aus. Die Zusammenschau oder Verknüpfung der Kennzahlen ist im Modell der Branchenvergleichswerte nicht gegeben. Die Gewichtung der Einflußgröße ist vom Analytiker abhängig und nicht durch das Datenmaterial indiziert.

Für die Kreditakquisition gelten ähnliche Einschränkungen, da die Beurteilung der Chancen genauso wie der Verluste bei diesem Verfahren nicht durch das Datenmaterial kontrolliert erfolgen kann.

Branchenkennzahlensysteme auf der beschriebenen deskriptiven Basis liefern lediglich Vergleichsgrößen, die die Einzelbilanzauswertung unterstützen, aus denen sich eine systematische Bilanzbeurteilung aber mit Aussicht auf Erfolg nur schwerlich ableiten läßt.

Die Stichprobenerhebung, die Formulierung von Maßzahlen und die Verknüpfung der verschiedenen Kennzahlen sind in diesem Modell jedoch noch ungelöste Probleme.

132 Scoring-Modelle im Firmenkundengeschäft

1321 Begründung der Auswahl und Überblick über die dargestellten Untersuchungen

Das "Scoring" bezeichnet die Ermittlung von Trennregeln von Datengruppen anhand bestimmter Merkmale. Daher sollen unter Scoring-Modellen Verfahren verstanden werden, die aufgrund unterschiedlicher Firmengruppen Rückschlüsse auf eine bestimmte Zielgröße zulassen. Als Zielgröße wird hier - dieser Untersuchung entsprechend - die Kreditwürdigkeit verstanden[1]. Diese Definition ist sehr allgemein. Daher wird bei der Darstellung der einzelnen Untersuchungen jeweils eine genauere Erklärung angegeben. Als Gruppierung wird die

---

1) Andere Zielgrößen können etwa sein:
- Unternehmenswachstum, vgl. etwa
  M. PERLITZ: Die Prognose des Unternehmenswachstums aus Jahresabschlüssen deutscher Aktiengesellschaften, Wiesbaden 1973,
  H. BRUSE: Die Prognosefähigkeit von Kennzahlen bei verschiedenen Maßen für das Unternehmenswachstum, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 48 (1978), S. 138-152,
  K. HÖFER: Ex-post Prognose des Unternehmenswachstums - Überprüfung der Ansätze von Perlitz und Bruse an den Daten der Bonner Stichprobe, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 48 (1978), S. 452 ff,
- Unternehmensfusionen, vgl. etwa
  D.L. STEVENS: Financial characteristics of merged firms: a multivariate analysis, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 8 (1973), pp 149-158,
  M. WEISS: Diskriminanzfunktionen aus Bilanzkennzahlen zur Fusionsprognose deutscher Aktiengesellschaften, Diss. Kiel 1976,
- Kapitalverluste, vgl. etwa
  K. BEERMANN: Prognosemöglichkeiten von Kapitalverlusten mit Hilfe von Jahresabschlüssen, Düsseldorf 1976.

Einteilung in gute und schlechte Unternehmen angesehen[1]. Da auch dies bei jedem überprüften Modell unterschiedlich definiert wird[2], soll an dieser Stelle von einer weiteren Spezifikation abgesehen werden. Vergleicht man die Scoring-Modelle mit den Branchendiensten, so bezieht sich beim Scoring die Gruppenbildung auf die Zielgröße, so daß aus den Gruppenunterschieden die gewünschten Informationen gewonnen werden können. Bei den Branchendiensten dient die Gruppenbildung allein der Homogenität der Untersuchungseinheiten. Aus den Branchenunterschieden wird direkt kein Hinweis auf die Kreditwürdigkeit (als Zielgröße) abgeleitet, d.h. die Zuordnung zu einer Branchengruppe ist unabhängig von dem Jahresabschluß (dem eigentlichen Untersuchungsobjekt)[3].

---

1) Die dichotomische Einteilung ist nicht zwingend. Generell sind auch mehrere Gruppen denkbar.

2) Die gemeinsame Grundlage aber ist der Zielbezug Kreditwürdigkeit, auch wenn oft "nur" eine Insolvenzprognose versucht wird. Das Ergebnis einer solchen Prognose kann jedoch als unmittelbarer Bestimmungsfaktor für die Kreditwürdigkeit angesehen werden.

3) Die Berechnung der Maßzahlen der Branchendienste beruht demnach auf einer gemischten Population. Beeinträchtigungen der Zufälligkeit der Datenauswahl (z.B. es werden eher die nach Meinung der Sachbearbeiter problematischen Kreditfälle ausgewertet) ziehen daher eine Verzerrung der berechneten Maße nach sich.

Den Beginn der Entwicklung solcher Scoring-Modelle festzulegen fällt schwer, da diese erst das Ergebnis einer langen Entwicklungs- und Reifezeit darstellen. HORRIGAN nennt BEAVER's Studie von 1966[1] einen Wendepunkt für die Bilanzanalyse mit Hilfe von Kennzahlen[2]. Auch aus heutiger Sicht beginnt mit BEAVER die Phase der intensiven statistisch-mathematischen Auswertung von Jahresabschlußinformationen auf verschiedene Ziele hin[3]. Über die Fülle der seither geleisteten größeren und kleineren Arbeiten ist kaum mehr ein Überblick zu gewinnen,

---

1) W.H. BEAVER: Financial ratios as predictors of failure, in : Empirical Research in Accounting: Selected Studies, 1966, pp. 71-111.

2) Vgl. J.O. HORRIGAN: A short history of financial ratio analysis, in: The Accounting Review, 43 (1968), pp. 284-295, hier p. 291. Er benutzt das Wort "landmark".

3) So wird dies etwa auch von WEINRICH gesehen, G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, Wiesbaden 1978, S. 42 f. Erste Ansätze zur statistischen Auswertung zeigen sich aber schon in den Studien von P.J. FITZ PATRICK: A comparison of ratios of successful industrial enterprises with those of failed firms, in: Certified Public Accountant, 1932, pp. 598-6o5, 656-662 and 727-731,
sowie von C.L. MERWIN: Financing small corporations in five manufacturing industries, 1926-1936 (ed. National Bureau of Economic Research), New York 1942, pp. 9o-1o5.

insbesondere in bezug auf die Entwicklung in den USA[1]. Die Variationsmöglichkeiten der Input-Parameter sind so vielfältig, daß sich die große Zahl der Analysen dadurch allein erklärt. Hinzu kommt der stets ungesättigte Bedarf der Praxis nach erforderlichen Prognoseverfahren. Auch die Untersuchungskonzeption hat sich in den letzten Jahren gewandelt. Im Vordergrund steht nicht mehr allein die Suche nach prognosefähigen Bilanzkennzahlen sondern auch die Konstruktion zielgerichteter Entscheidungsverfahren. Während z.B. BEAVER sich noch mit der Angabe von sechs insolvenzprognosekräftigen Bilanzkennzahlen begnügte, entwickelt WEINRICH einen konkreten Vorschlag, wie die Ergebnisse seiner empirischen Analysen bei der Kreditwürdigkeitsprognose in der Praxis eingesetzt werden können. Da eine statistische Bilanzanalyse in erste Linie verfahrensorientiert sein muß und weniger einer Hypothesenüberprüfung entspricht, soll der Literaturüberblick Antwort darauf geben, welche statistischen Verfahren zu welchem Untersuchungsziel bisher eingesetzt worden sind. Es wird daher darauf verzichtet, die einzelnen empirischen Analysen in Kurzfassungen darzustellen[2]. Diskutiert wird vielmehr der Einsatz der verschiedenen statistischen Methoden in bezug auf das jeweilige Untersuchungsziel.

---

1) So schon P. WEIBEL: Die Aussagefähigkeit von Kriterien zur Bonitätsbeurteilung im Kreditgeschäft der Banken, Bern - Stuttgart 1973, S. 116. Vgl. aber eine Bibliographie von R. BALL: Index of empirical research in accounting, in: Journal of Accounting Research, 9 (1971), pp. 1-31.

2) Dies tut in Auswahl etwa K. MAYR: Insovenzprognosen ..., a.a.O., S. 81-138.

Die Auswahl und Zusammenstellung der vorzustellenden Untersuchungen richtet sich deshalb nach dem ersten umfassenden Einsatz[1] neuer statistischer Methoden bei der Insolvenzprognose auf der Basis von Jahresabschlußdaten. Die Tabelle 1.4 gibt einen Überblick über die wesentlichen eingesetzten Ver-

---

1) Dies gilt soweit, wie die Untersuchungsergebnisse veröffentlicht worden sind. Maßgebend ist also i.d.R. das Publikationsjahr, nicht das Analysejahr.

fahren[1)].

Wie bei jedem Vergleich ist eine gewisse Einengung durch Standardisierung und Strukturierung in der Darstellung nicht zu umgehen. Aus diesem Grund werden fünf Gruppen gebildet:

1. Voruntersuchungsphase
2. univariate Diskriminanzanalyse
3. Variablenreduktion
4. multivariate Diskriminanzanalyse
5. Fehlerschätzungen

Dadurch wird gleichzeitig eine mögliche Form des Untersuchungsablaufes vorgegeben, die vom Einsatz der statistischen Methoden her sinnvoll ist. Die Voruntersuchungsphase ist oft rein deskriptiv und vermittelt dem Analysten ein "Daten-feeling". Die Vertrautheit mit dem Datenmaterial ist notwendige Voraussetzung für den Einsatz komplexer statistischer Methoden. Durch Berechnung von Maßzahlen (wie Mittelwerten, Streuungen, Korrelationen) können etwa Datenfehler aufgedeckt, Hinweise auf Stichprobendefekte (wie ungenügende Stichprobengröße oder/und Ausreißer) vermittelt sowie erste Hypothesen überprüft werden. Dies geschieht etwa durch statistische Tests, die je nach Datenmaterial Verteilungsinformationen (parametrisch) hinzuziehen oder nicht (nichtparametrisch). Die unterschiedlichen Gruppen

---

1) Nicht aufgeführt aber dennoch erwähnenswert ist ein neuer Ansatz von ROTHENBERG zur Insolvenzprognose. Leider reicht der veröffentlichte Text zu einer eingehenden Beurteilung des angewandten Verfahrens nicht aus.
Vgl. D. ROTHENBERG: Predicting the status of your loan ... three years from now, in: The Journal of Commercial Bank Lending, 1980, pp. 28-41.

1. Voruntersuchungsphase	
- Mittelwertvergleich	
. arithmetisches Mittel	BEAVER(1966) a)
. Median	WEINRICH(1978)f)
- Tests auf Gruppenunterschiede	
. F-Test	ALTMAN(1968) b)
. Mann-Whitney-U-Test	WEIBEL(1973) c)
. Wilcoxon-Test	WEINRICH(1978)f)
- Normalverteilungstests (univariat)	
. Chi-Quadrat-Anpassungstest	WEINRICH(1978)f)
. Momentenmethode	WEIBEL(1973) c)
. Normal-Plot	BEAVER(1966) a)
2. univariate Diskriminanzanalyse	
- paarweise Klassifikation	BEAVER(1966) a)
- nicht-paarweise-Klassifikation	WEIBEL(1973) c)
3. Variablenreduktion	
- stepwise-selection (RAO-Test) - scaled-weighted selection - conditional-deletion	SINKEY(1975) e)
- Clusteranalyse	WEIBEL(1973) c)
- Faktorenanalyse	ALTMAN et.al. (1974) d)
4. multivariate Diskriminanzanalyse	
- lineare Diskriminanzanalyse	ALTMAN(1968) b)
- quadratische Diskriminanzanal.	SINKEY(1975) e)
- multinomiale Diskriminanzanal. von COCHRAN/HOPKINS	WEINRICH(1978)f)
- Verfahren nach KENDALL	GEBHARDT(198o)g)
5. Fehlerschätzungen	
- all-hold-out	BEAVER(1966) a)
- n-hold-out	ALTMAN(1968) b)
- one-hold-out	SINKEY(1975) e)

Tabelle 1.4 : Übersicht über die wichtigsten bei bisherigen Studien zur Insolvenzprognose angewandten statistischen Verfahren

a) W.H. BEAVER: Financial Ratios ..., a.a.O.

b) E.I. ALTMAN: Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, in: The Journal of Finance, 23 (1968), pp. 589-609.

c) P.F. WEIBEL: Die Aussagefähigkeit ..., a.a.O.

d) E.I. ALTMAN et. al.: Financial and statistical analysis for commercial loan evaluation: A French experience, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 9 (1974), pp. 195-211.

e) J.F. SINKEY: A multivariate statistical analysis of the characteristics of problem banks, in: The Journal of Finance, 30 (1975), pp. 21-36.

f) G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O.

g) G. GEBHARDT: Insolvenzprognosen aus aktienrechtlichen Jahresabschlüssen. Eine Beurteilung der Reform der Rechnungslegung durch das Aktiengesetz 1965 aus der Sicht unternehmensexterner Adressaten, Wiesbaden 1980.

(gute und schlechte Firmen sowie z.B. auch Branchen) erzeugen oft auch verschiedenartige Datenprobleme (z.B. Scheinkorrelationen), die in der Voruntersuchungsphase überprüft werden sollten. Denn nur die intime Datenkenntnis schafft die Voraussetzung dafür, daß sich etwa bei multivariaten Verfahren keine Interpretationsfehler einschleichen. Die optimale Trennung der beiden Unternehmensgruppen ist das eigentliche Untersuchungsziel. Generell werden hier solche trennenden Verfahren Diskriminanzanalyse genannt[1], ohne daß bereits eine bestimmte Methode damit gemeint ist. Die univariate Diskriminanzanalyse geht von der separaten Analyse der Variablen (z.B. Bilanzkennzahlen) aus und betrachtet somit nicht den Zusammenhang der Merkmale in bezug auf die Trennfähigkeit. Aber auch die Anwendung multivariater Verfahren ist oft mit einer großen Anzahl von Variablen nicht mehr sinnvoll möglich, da durch die Komplexität der intervariablen Struktur der Einfluß derselben auf das Ergebnis nicht mehr zu übersehen ist[2]. Gerade die Diskriminanzanalyse kann völlig verzerrte, unkontrollierbare Ergebnisse liefern, wenn die Merkmalsstruktur zu unübersichtlich ist[3]. Die Variablenreduktion ist daher ein entscheidender Punkt innerhalb des

---

1) Dies steht - leider - im Widerspruch zu den Usancen einer Vielzahl wirtschaftswissenschaftlicher Veröffentlichungen, die mit dem Begriff der Diskriminanzanalyse nur das bestimmte Modell der linearen multiplen Diskriminanzanalyse bezeichnen. In der theoretischen statistischen Diskussion ist solch ein Vorgehen jedoch nicht so gebräuchlich, vgl. dazu auch Kapitel 21.

2) Hinzu kommt häufig, daß Einschränkungen in den Rechenkapazitäten und Finanzierungsmitteln eine Merkmalsauswahl vorschreiben.

3) Anders ist es etwa bei Cluster- und Faktorenanalysen, die komplexe Strukturen vereinfachen helfen.

Untersuchungsablaufes. Im allgemeinen werden dafür nur heuristische Maßnahmen zur Verfügung stehen[1], zumal diese Reduktion vom Analyseziel sowie der vorgesehenen multivariaten Methode abhängig ist. Bei der multivariaten Diskriminanzanalyse werden je nach Verteilungsinformation parametrische und nichtparametrische Verfahren unterschieden. Ziel ist die Untersuchung der gemeinsamen Trennfähigkeit verschiedener Merkmale. Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung können sich daher auch nur auf die Gesamtheit der verwendeten Daten beziehen.

Der letzte, aber nicht unwesentliche Punkt ist die Fehlereinschätzung insbesondere der Diskriminanzverfahren. Jede statistische Methode baut auf Stichprobeninformationen auf, da in der Regel die Grundgesamtheit entweder in ihren Ausmaßen unbekannt oder nicht erfaßbar ist[2]. Bei den statistischen Schlüssen auf die Grundgesamtheit ergeben sich daher Fehler, die die verschiedensten Ursachen haben können[3]. Gerade bei der Diskriminanzanalyse ist der Forscher daran interessiert, die Fehler bei der Zuordnung neuer Fälle abschätzen zu können, um somit einen Leistungsmaßstab für sein Modell zu besitzen. Andererseits haben diese Fehlerschätzungen (meist in Form von Zahlenwerten) eben oft nur Gültigkeit für das entwickelte Modell. Dies wird in der Literatur leider häufig mißachtet bzw. nicht erwähnt[4].

---

1) Vgl. zu diesem Komplex Abschnitt 2253.

2) GEBHARDT hat seine Arbeit auf einer Totalerhebung aufgebaut, da diese Grundgesamtheit nur sehr wenige Objekte umfaßt. Vgl. G. GEBHARDT: Insolvenzprognose ..., a.a.O., S. 1o3 ff.

3) Vgl. Kapitel 44.

4) So werden oft Fehlerschätzwerte unmittelbar verglichen, um zu beweisen, daß das aufgestellte Modell besser sei.

Nicht in jeder der empirischen Untersuchungen ist die in Tabelle 1.4 aufgezeigte Vorgehensweise eingehalten. Dies liegt zum Teil am Untersuchungsziel und an der zunehmenden Verwendung komplexerer statistischer Verfahren, zum Teil aber auch am unkritischen Umgang mit Daten und Methoden[1].

Eine noch rigorosere Zusammenstellung ist die Suche nach der Anwendung neuer statistischer Techniken. Es zeigt sich, daß im Schwerpunkt aller Pionier-Studien die Suche nach insolvenzprognosekräftigen Bilanzkennzahlen steht, nicht aber nach direkten Verfahren zur Prognose[2]. Unter diesem Ziel ist auch der Versuchsaufbau zu sehen, der bei allen genannten Analysen von gepaarten Beobachtungen ausgeht[3].

Für die Entwicklung einer statistischen Bilanzanalyse bei der Kreditwürdigkeitsprüfung ist es wichtig, sich über die bisher angewandten Verfahren einen Überblick zu verschaffen, um deren Ergebnisse berücksichtigen zu können. Daß der Untersuchungsaufbau und das Untersuchungsziel mit dem Vorhaben dieser Arbeit nicht übereinstimmen, ist bereits oben angesprochen worden. Gemäß den oben gegebenen Begründungen sollen die in Tabelle 1.5 aufgeführten Studien näher analysiert werden.

---

1) Dies sei anschließend im Einzelfall diskutiert.

2) So wendet WEINRICH zwar ein neues Diskriminanzanalyse-Verfahren an, doch nur, um geeignete Kennzahlen zu extrahieren. Sein Kreditwürdigkeitsprognoseverfahren baut dann allein auf Quartilswerten auf und muß als rein heuristisch bezeichnet werden.

3) Paarung bedeutet hier, daß zu einem insolventen Unternehmen anhand bestimmter Merkmale ein möglichst gleiches, aber solventes Unternehmen gesucht wird.

Autor	dominierendes neues Verfahren
BEAVER(1966)	univariate (heuristische) Diskriminanzanalyse
ALTMAN(1968)	multivariate lineare Diskriminanzanalyse
SINKEY(1975)	multivariate quadratische Diskriminanzanalyse
WEINRICH(1978)	multinomiale Diskriminanzanalyse von COCHRAN/HOPKINS
GEBHARDT(1980)	nichtparametrische (heuristische) Diskriminanzanalyse nach KENDALL

Tabelle 1.5: Übersicht über näher analysierte empirische Studien zur Insolvenzprognose

Zur Vergleichbarkeit und besseren Übersicht werden jeweils tabellarisch die Eingangsparameter sowie der schematische Untersuchungsablauf in bezug auf die verwendeten Verfahren angegeben.

1322 Die univariate heuristische Diskriminanzanalyse in der Studie von BEAVER

Tabelle 1.6 gibt einen Überblick über Ziel, Datenbasis und Methodenwahl der BEAVER-Untersuchung. Die hier als Voruntersuchung bezeichnete Analyse der nur sechs Variablen erfolgt erst nach der Variablenreduktion. Die im Mittelpunkt stehende univariate Diskriminanzanalyse[1] kann wie folgt beschrieben werden:

Gegeben seien die Realisationen der Zufallsvariablen X mit $\{x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \ldots, x_{n^*}\}$
und n = Zahl der insolventen Objekte sowie
n^* = Zahl aller Objekte.

Dann transformiere $\{X\}$ auf die Weise, daß alle x_i für $i = 1,2, \ldots, n^*$ in aufsteigender geordneter Folge vorliegen. Suche einen optimalen Trennwert (COP = cut-off-point), für den gilt: Wenn $x_i \leq$ COP, dann Zuordnung des entsprechenden Objektes zur Klasse 1, andernfalls zur Klasse 2. Ein optimaler COP ist gefunden, wenn die Zahl der gesamten Fehlklassifikationen minimiert wird[2]. Eigenschaften dieses Verfahrens sind:

- Es können mehrere optimale COP auftreten.
- Auswirkungen einer Veränderung der Stichprobe auf die Lage des optimalen COP können auf theoretischer Basis nicht beschrieben werden.

---

1) Dieses Verfahren wird oft auch als dichotomischer Klassifikationstest bezeichnet.

2) Eine Fehlklassifikation bedeutet: Ein insolventes Objekt wird der Klasse der solventen Fälle zugeordnet und umgekehrt. Hier wird von gleicher Eintrittswahrscheinlichkeit und gleichen Fehlklassifikationskosten ausgegangen. Dies dürfte - entgegen der Realität - nur für bestimmte experimentelle Studien angemessen sein. GEBHARDT beschreibt eine Erweiterung dieses Verfahrens um die Einbeziehung der Kosten, vgl. G. GEBHARDT: Insolvenzprognosen ..., a.a.O., S. 2o9 f.

Autor	BEAVER (1966)
Ziel der Analyse	Empirischer Test, ob sich Bilanzkennzahlen zur Insolvenzvorhersage eignen
Datenbasis	2 Gruppen 1) 79 insolvente Unternehmen (Konkurs, Zahlungsverzug, Kontoüberziehung, Ausfall der Vorzugsdividende) 2) 79 solvente Unternehmen Zeitraum: Insolvenz in 1954-1964 für jedes Unternehmen fünf Jahresbilanzen zurückgerechnet vom Zeitpunkt des Insolvenzereignisses Erhebung: paarweise (Branche, Bilanzsumme) aus MOODY'S INDUSTRIAL MANUAL
Variablenwahl	3o Bilanzkennzahlen Quellen: - Literatur

Untersuchungen	Tests, Maßzahlen u.ä.
VORUNTERSUCHUNGEN (3o Variable)	
- Mittelwertvergleich	- arithmetisches Mittel
VORUNTERSUCHUNGEN (6 Variable)	
- Verknüpfungsanalyse zwischen Kennzahlen und Originalwerten - Histogramm - Verteilungsüberprüfung	- Bravais-Pearson-Korrelation - Vergleich - Normal-Plot
UNIVARIATE DISKRIMINANZANALYSE (3o Variable)	
- nicht-paarweise Klassifikation	- all-hold-out-Fehlerschätzung - n-hold-out-Fehlerschätzung
VARIABLENREDUKTION (auf 6 Variable)	
aufgrund von - Sachlogik - Ergebnissen der univariaten Diskriminanzanalyse	

Tabelle 1.6: Übersicht über die Untersuchung von BEAVER (1966)

- Die vorhandene Intervallskala wird auf eine Ordinalskala transformiert

- Auf die Berücksichtigung von Verteilungsinformationen wird verzichtet.

Alle vier Eigenschaften hängen eng zusammen und sind im Grunde von der mangelhaften Verwertung der Stichprobeninformation abhängig[1]. Stabilitätsuntersuchungen über den COP werden von BEAVER nicht vorgenommen. Die Fehlerschätzung erfolgt anhand der gleichen Unternehmen, die zur Findung des COP beigetragen haben (all -hold-out-Fehlerschätzung). Durch die dabei vorgenommene Fixierung des COP werden i.d.R. zu optimistische Schätzwerte bestimmt[2]. In einem zweiten Versuch teilt BEAVER die Datenbasis in zwei zufällige Objektgruppen, berechnet anhand der einen Gruppe den COP und durch Klassifikation der anderen Gruppe den Fehlersatz[3] (n-hold-out-Fehlerschätzung). Da die Untersuchung auf einer gepaarten Stichprobe beruht und somit defekte Stichprobenverteilungen enthält, ist die Veröffentlichung und weitere Verwendung der ermittelten COP sowie der Fehlklassifikationsprozentsätze von geringem Interesse. Eine Klassifikation neuer Objekte (etwa

---

1) BEAVER nennt das Verfahren auch nur "an intuitively appealing approach", vgl. H.W. BEAVER: Financial ratios ..., a.a.O., p. 83.

2) So auch R.E. FRANK et. al.: Bias in multiple discriminant analysis, in: Journal of Marketing Research, 2 (1965), pp. 250-258.

3) Dadurch wird aber auch die Paarung auseinandergerissen, so daß die Beurteilung der Schätzung jetzt kaum mehr möglich ist.

zur Analyse der Kreditwürdigkeit) anhand der im BEAVER'schen Experiment errechneten Werte wäre nicht sinnvoll. Es ist also GEBHARDT zu widersprechen, daß "nach Festlegung der Trennwerte ... eine Entscheidungsregel zur Verfügung [steht] , die ... nach Ermittlung des entsprechenden Kennzahlenwertes für die um Kredite werbende Aktiengesellschaft eine Klassifikation als 'insolvent' oder 'solvent' ermöglicht"[1]. Der von BEAVER geplante Test[2] auf Prognosefähigkeit einiger Bilanzkennzahlen muß daher mit der Hilfe dieses Verfahrens als rein deskriptiv bezeichnet werden[3], so daß eine Verallgemeinerung[4] nicht zulässig ist. Die nach BEAVER insolvenzprognosekräftigsten Bilanzkennzahlen sind[5]:

---

1) G. GEBHARDT: Insolvenzprognosen ..., a.a.O., S. 21o. Auch in dieser Studie wird von einer gepaarten Analyse ausgegangen.

2) Ein statistischer Test liegt hier nicht vor.

3) Die Kritik am Aufbau des Modells und der Durchführung der empirischen Analyse ist oftmals dargelegt worden und soll hier nicht wiederholt werden, da das Modell als solches für die vorliegende Untersuchung nicht von großer Bedeutung ist. Zur Diskussion vgl. etwa J. NETER: Discussion of financial ratios as predictors of failure, in: Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1966, pp. 112-118, sowie G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 46 f.

4) Etwa im Sinne: Soll eine Insolvenzprognose durchgeführt werden, so benutze die vorgeschlagenen sechs Kennzahlen mit den berechneten COP. Bei Klassifikation von 1oo Fällen mit Hilfe dieser univariaten Diskriminanzanalyse muß dann mit einem Fehler von ... % gerechnet werden.

5) Die Übersetzung erfolgt in Anlehnung an W. LÜCK: Die externe Rechnungslegung der Aktiengesellschaften in der Bundesrepublik Deutschland und in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Eine vergleichende Untersuchung, Düsseldorf 197o.

1. Cash flow / Fremdkapital
2. Jahresüberschuß / Gesamtkapital
3. Fremdkapital / Gesamtkapital
4. (Umlaufvermögen - kurzfristiges Fremdkapital) / Gesamtkapital
5. Umlaufvermögen / kurzfristiges Fremdkapital
6. (bald verfügbare Geldmittel - kurzfristiges Fremdkapital) / (betrieblicher Aufwand - Abschreibungen auf Sachanlagen)

Die Auswahl erfolgt dabei nicht nur anhand der Fehlklassifikationsprozentsätze, sondern auch nach der Überlegung, daß aus verschiedenen Kennzahlengruppen (wie etwa Strukturkennzahlen, Liquiditätskennzahlen u.ä.) jeweils nur ein Repräsentant vertreten sein soll. Als letztes Problem soll die Kennzahlenverknüpfung angesprochen werden. Denn nach welcher Regel soll der Kreditgeber bei der Beurteilung verfahren, wenn - getestet an jeder einzelnen Kennzahl - der potentielle Kreditnehmer unterschiedlich als insolvent und solvent eingestuft wird? Eine univariate Diskriminanzanalyse kann dieses Problem nicht lösen. Vielmehr müssen multivariate Entscheidungsmodelle bzw. statistische Verfahren aufgebaut werden.

1323 Die multivariate lineare Diskriminanzanalyse in der Studie von ALTMAN

Die gleichzeitige Einbeziehung mehrerer Merkmale in eine Trennregel erfolgt in der linearen Diskriminanzanalyse (LDA) von ALTMAN. Insofern stellt dieses Verfahren einen Fortschritt im Rahmen der Insolvenzprognoseforschungen dar. Zu den Daten der Untersuchung vgl. Tabelle 1.7 . Im Gegensatz zu BEAVER, dessen Verfahren wohl für seine Analyse erstmals entwickelt worden ist[1], ist die LDA ein schon seit Jahren be-

1) So auch die Vermutung von G. GEBHARDT: Insolvenzprognose ..., a.a.O., S. 207.

Autor	ALTMAN (1968)
Ziel der Analyse	Empirischer Test, ob sich Bilanzkennzahlen zur Insolvenzprognose eignen
Datenbasis	2 Gruppen 1) 33 Konkurs-Produktionsunternehmen 2) 33 solvente Unternehmen Zeitraum: Insolvenz in 1946-1965 für jedes Unternehmen fünf Jahresbilanzen zurückgerechnet vom Zeitpunkt des Insolvenzereignisses (trifft nicht auf jedes Objekt zu) Erhebung: paarweise (Branche, Bilanzsumme) aus MOODY'S INDUSTRIAL MANUAL und ausgewählten Jahresabschlußberichten
Variablenauswahl	22 Bilanzkennzahlen Quellen: - Auftreten in der Literatur - mögliche Relevanz in der Studie - eigene Kennzahlen

Untersuchungen	Tests, Maßzahlen o.ä.
VORUNTERSUCHUNGEN (22 Variable)	
- Mittelwertsvergleich	- arithmetisches Mittel - F-Test
MULTIVARIATE DISKRIMINANZANALYSE	
- lineare Diskriminanzanalyse	- all-hold-out-Fehlerschätzung - new-Fehlerschätzung
VARIABLENREDUKTION (auf 5 Variable)	
aufgrund von - verschiedenen Diskriminanzanalysen - Korrelationen zwischen den Variablen - subjektivem Urteil	

Tabelle 1.7: Übersicht über die Untersuchung von ALTMAN (1968)

kanntes und in anderen Wissenschaftszweigen häufig angewandtes Verfahren[1]. Auf eine nähere Beschreibung sei daher an dieser Stelle verzichtet[2]. Die Verfahrensprobleme liegen daher nicht in der Methode selbst, sondern in der Anwendung auf das gesteckte Ziel.

Die Trennregel der LDA kann folgendermaßen beschrieben werden: Suche eine Linearkombination

$$Z = g_1x_1 + g_2x_2 + \ldots + g_px_p$$

mit p = Zahl der Merkmale

der mit g_i gewichteten Merkmale x_i, so daß der Ausdruck

$$\frac{g'Bg}{g'Wg}$$

mit $g = (g_1, \ldots, g_p)'$

B = Varianz-Kovarianzmatrix zwischen den Gruppen

W = Varianz-Kovarianzmatrix innerhalb der Gruppen

maximiert wird.

Es zeigt sich, daß die Varianz-Kovarianzmatrizen jeder Gruppe von Unternehmen gleich sein müssen. Hinzu kommt, daß diese Linearkombination

---

1) Vgl. auch Kapitel 212.

2) Interessierte seien etwa auf die recht umfassende Monographie von P.A. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, New York 1975 verwiesen.

nur dann zu einer optimalen Trennung[1] führt, wenn jede Klasse einer multinormalverteilten Grundgesamtheit angehört. Sind diese Voraussetzungen nicht erfüllt, müssen die Ergebnisse der LDA als rein deskriptiv behandelt werden.

Die inzwischen weite Verbreitung entsprechender Rechenprogramme hat aufbauend auf ALTMAN's Arbeit die Verwendung der LDA der Insolvenzprognose begünstigt[2]. Dazu beigetragen hat auch die anspre-

---

1) Zum Begriff der Optimalität in diesem Zusammenhang vgl. die Darstellung der allgemeinen Diskriminanzanalyse in Kapitel 212.

2) Aus der Vielzahl der empirischen Arbeiten seien neben den schon erwähnten beispielhaft genannt:
E.I. ALTMAN: Railroad bankruptcy propensity, in: Journal of Finance, 26 (1971), pp. 333-345.
E.B. DEAKIN: A discriminant analysis of predictors of business failure, in: Journal of Accounting Research, 1o (1972), pp. 167-179.
R. ELAM: The effect of lease data on the predictive ability of financial ratios, in: Accounting Review, 5o (1975), pp. 25-43.
R.O. EDMISTER: An empirical test of financial ratio analysis for small business failure prediction, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 7 (1972), pp. 1477-1493.
M. BLUM: Failing Company discriminant analysis, in: Journal of Accounting Research, 12 (1974), pp. 1-15.
Anstelle der LDA wird manchmal auch die Regressionsanalyse eingesetzt. Vgl. dazu etwa
D.C. EWERT: Trade credit management: Selection of accounts receivable using a statistical model, Diss. Stanford University, 1968 oder
Y.E. ORGLER: A credit scoring model for commercial loans, in: Journal of Money, Credit and Banking, 2 (197o), pp. 435-445.
Zur Analogie zwischen Regressionsanalyse und LDA im Zwei-Gruppen-Fall vgl. etwa P.A. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, a.a.O., pp. 17-19.

chende Form der Ergebnisdarstellung:

- Der Trennwert Z kann als COP verwendet werden.
- Die Gewichte g_i geben den relativen Einfluß der Variablen x_i auf Z an.

Vergessen wird bei der Interpretation jedoch meistens, daß i.d.R. die Anwendungsvoraussetzungen der LDA gar nicht erfüllt sind, so daß dieses Verfahren schon vom Ansatz her nicht optimale Ergebnisse hervorbringen kann[1].

Wie bei allen multivariaten Verfahren ist auch bei der LDA die Auswahl der Merkmale mit entscheidend für die Leistungsfähigkeit. Da es $\binom{p}{p'}$ Möglichkeiten gibt, p' Merkmale ohne Wiederholung aus p Variablen auszusuchen, sind bei großer Variablenzahl bald die Grenzen erreicht, ein optimales set von p' trenn-

---

1) So werden von ALTMAN weder die Gleichheit der Varianz-Kovarianzmatrizen noch die multivariate Normalverteilung überprüft. Vgl. dazu auch die Anmerkung von G. GEBHARDT: Insolvenzprognosen ..., a.a.O., S. 243, Fußnote 3).

fähigen Bilanzkennzahlen zu bestimmen[1]. Bei ALTMAN ist das Vorgehen bei der Variablenauswahl etwas undurchsichtig, zumal schließlich doch das subjektive Urteil den Ausschlag gibt. Von einer optimalen Zusammenstellung kann daher nicht gesprochen werden. Auch muß betont werden, daß nach der multivariaten Analyse die Trennfähigkeit einzelner Kennzahlen (so wie bei BEAVER) nicht beurteilt werden kann. Denn die Diskrimination der Objektgruppen wird ausschließlich anhand der kombinierten Variablen vollzogen. Nur bei Anwendung derselben Methode, derselben Variablengruppe und derselben Untersuchungsbedingungen könnten die veröffentlichten Klassifikationswerte verglichen werden. Es kann demnach auch nicht behauptet werden, daß die von ALTMAN aufgefundenen Kennzahlen für eine Insolvenzprognose geeigneter seien. Der Vorteil der LDA liegt mehr im multivariaten Modellansatz, da durch dieses Verfahren eine Richtschnur gegeben wird, nach der für die Trennanalyse die einzelnen Merkmale zusammenzufassen sind. Aber erst eine vergleichende Untersuchung unter denselben Bedingungen könnte zeigen, ob die kombinierte Verwendung von Bilanzkennzahlen bessere Trennergebnisse bringt.

Gemeinsamkeiten zwischen BEAVER-set und ALTMAN-set sind so gut wie nicht vorhanden. Die Ursache liegt (neben der unterschiedlichen Datenbasis) vor allem in den verschiedenartigen Auswahlmethoden der Kennzahlen sowie den angewandten Trennverfahren. So wie der COP bei der univariaten Diskriminanzanalyse im Zeitablauf schwankt, ist der Z-Wert bei der LDA nicht fix. Die Angabe der linearen Trenngleichung

---

1) Zur Merkmalauswahl vgl. auch Kapitel 2253.

bezieht sich nur auf einen bestimmten, modellhaften Untersuchungsbereich und stellt vom Untersuchungsansatz sowie der Stichprobenerhebung her keine Schätzung für eine mehr allgemeiner verwendbare Trennfunktion dar [1].

Die Fehlerschätzung wird bei ALTMAN unter anderem auch durch die Klassifikation neuer Objekte versucht (new-Fehlerschätzung). Doch auch dieses Vorgehen kann nur wenig Informationen für die Güte einer statistischen Bilanzanalyse erzeugen. Denn die gepaarte Datenbasis dient als Grundlage für die Bestimmung des COP. Die für die LDA notwendige Schätzung von Mittelwerten und Kovarianzen bezieht sich auf dieses gepaarte Modell. Dadurch ist die Verallgemeinerung auf ein Modell, das die Grundgesamtheiten der jeweils insolventen und solventen Unternehmen umfaßt,nicht möglich bzw. sind bei dennoch vorgenommener Übertragung die geschätzten Werte mit einem unkontrollierbaren Fehler behaftet, so daß die Klassifikation (und damit Insolvenzprognose) systematisch verzerrt ist.

1324 Die multivariate quadratische Diskriminanzanalyse in der Studie von SINKEY

Die Annahmen für die LDA sind ziemlich rigoros, insbesondere was die Gleichheit der Varianz-Kovarianzmatrizen betrifft. In der statistischen Literatur

---

1) Zur weiteren Kritik an ALTMAN's Untersuchung vgl. auch G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 48 f. oder
O.M. JOY and J.O. TOLLEFSON: On the financial applications of discriminant analysis, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1o(1975), pp. 723-739.

ist unter dem Begriff multivariate quadratische Diskriminanzanalyse (QDA) jedoch ein Verfahren bekannt[1], das auf diese Annahme verzichtet, ohne daß die Optimalität der Trennregel gefährdet ist. Die LDA wiederum kann auch als ein Spezialfall der QDA gesehen werden. SINKEY hat in seiner Studie zum erstenmal diese Methode verwendet. Diese komplexere Regel erlaubt nicht mehr die so einfache Darstellung der Variablengewichte, da zur Lösung mehrere lineare und nichtlineare Gleichungen zählen[2]. Eine Übersicht über SINKEY's Arbeit gibt Tabelle 1.8.

---

1) Vgl. etwa P.A. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, a.a.O., pp. 2o-23.

2) Das "Gespenst" des hohen Rechenaufwandes, das sich in mancher Literaturstelle immer wieder auffindet, so etwa bei M. STEINER: Ertragskraftorientierter Unternehmenskredit und Insolvenzrisiko, Stuttgart 198o, S. 178, dürfte bei den derzeitigen leistungsfähigen Rechnern und Rechenprogrammen kein Hindernisgrund mehr für eine QDA sein.

Wegen des gegenüber bisherigen Analysen verschiedenartigen Untersuchungsaufbaues (Banken, kein Insolvenzkriterium, sondern subjektive Problemeinschätzung) sind Vergleiche zwischen LDA und QDA nur sehr bedingt möglich. Es scheint sich aber die Bemerkung von LACHENBRUCH zu bestätigen, nach der "in practice, deviations from normality tend to affect this function rather seriously. Although in theory this is a fine procedure, it is not robust to nonnormality, particulary if the distribution has longer tails than the normal"[1]. Ähnliche Erfahrungen machen bei Vergleichsrechnungen zwischen LDA und QDA etwa ALTMAN et. al.[2] sowie GEBHARDT[3].

Für die Schätzung der Fehlklassifikationen greift SINKEY auf einen Vorschlag von LACHENBRUCH[4] zurück

---

1) P.A. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, a.a.O., p. 2o.

2) E.I. ALTMAN et. al.: Zeta analysis: A new model to identify bankruptcy risk of corporations, in: Journal of Banking and Finance, 1(1977), pp. 29-54.

3) G. GEBHARDT: Insolvenzprognose ..., a.a.O., S. 261.

4) P.A. LACHENBRUCH: An almost unbiased method of obtaining confidence intervals for the probability of misclassification in discriminant analysis, in: Biometrics, 23(1967), pp. 639-645.

Autor	SINKEY (1975)
Ziel der Analyse	Identifikation und Beschreibung der Charakteristika von guten und schlechten Banken
Datenbasis	2 Gruppen 1) 11o problematische Banken (nach einem Prüfalgorithmus der FEDERAL DEPOSIT INSURANCE CORPORATION) 2) 11o nicht-problematische Banken Zeitraum: Zuweisung zur problematischen Klasse 1972-1973 für jede Bank vier Jahresbilanzen zurückgerechnet vom Zeitpunkt des obigen Ereignisses Erhebung: paarweise (räumlicher Markt, Gesamteinlagen, Zahl der Zweigstellen)
Variablenauswahl	über 1oo Bilanzkennzahlen (unspezifiziert) 1o Bilanzkennzahlen nach erster Reduktion Quellen: - aus der Literatur - aus früheren empirischen Untersuchungen

Untersuchungen	Tests, Maßzahlen o.ä.
VORUNTERSUCHUNGEN (über 1oo Variable)	
- univariat und multivariat nicht genau spezifiziert	
VARIABLENREDUKTION (auf 1o Variable)	
aufgrund der Ergebnisse aus den Voruntersuchungen (nicht genau spezifiziert)	
VORUNTERSUCHUNGEN (1o Variable)	
- Mittelwertvergleich	- arithmetisches Mittel - F-Test
- Variablen-Ranking	- conditional deletion - weighted coefficients - forward selection - backward selection
MULTIVARIATE DISKRIMINANZANALYSE (1o Variable)	
- quadratische Diskriminanzanalyse	- all-hold-out-Fehlerschätzung - one-hold-out-Fehlerschätzung

Tabelle 1.8: Übersicht über die Untersuchung von SINKEY (1975)

(one-hold-out-Fehlerschätzung). Dabei wird jeweils ein Objekt aus der Stichprobe entfernt und anhand der verbleibenden Objekte klassifiziert. Die Schätzung ergibt sich aus der Anzahl der Fehlklassifikationen, nachdem dies mit allen Objekten der Stichprobe durchgeführt worden ist. Der Vorteil dieser Methode liegt hauptsächlich in der umfassenden Auswertung der Stichprobeninformation für Testzwecke[1]. Die angeführten Einwendungen gegen gepaarte Stichproben sind auch hier anzubringen.

1325 Eine multinominale Diskriminanzanalyse in der Studie von WEINRICH

Um die Diskrepanz zwischen der Leistungsfähigkeit der multivariaten Verfahren und den oft rigorosen Anwendungsvoraussetzungen zu umgehen, greift WEINRICH ein Konzept von COCHRAN/HOPKINS[2] auf, mit dem qualitative Daten klassifiziert werden (MNDA). Zur Übersicht über die WEINRICH-Studie vgl. Tabelle 1.9. Da beim Bilanzmaterial intervallskalierte Daten vorliegen, müssen diese für eine qualitative Diskriminanzanalyse transformiert werden. WEINRICH wählt den Gesamtmedian $\tilde{x}_{ges}$ (d.h. den Median der gemischten Stichprobe) zu Umformungszwecken, so daß jedes Objekt für jede Variable x_i zwei Zustände[3] einnehmen kann:

---

1) GEBHARDT hält dieses Verfahren für "die heute beste zur Verfügung stehende Methode einer Fehlerschätzung", vgl. G. GEBHARDT: Insolvenzprognosen ..., a.a.o., S. 213.

2) Vgl. W.G. COCHRAN and C.E. HOPKINS: Some classification problems with multivariate qualitative data, in: Biometrics, 17 (1961), pp. 1o-32. Die bei WEINRICH zusätzlich zitierte Arbeit von LINHART kann als Vorläufer angesehen werden, vgl. H. LINHART: Techniques for discriminant analysis with discrete variables, in: Metrika, 2 (1959), pp. 138-149.

3) Für einige zusätzliche Trendvariable werden von WEINRICH auch drei Zustände zugelassen:
o = kein Trend
1 = sinkender Trend
2 = steigender Trend.

Autor	WEINRICH (1978)
Ziel der Analyse	Konstruktion von Risikoklassen mit Hilfe insolvenzprognosegeeigneter Bilanzkennzahlen
Datenbasis	2 Gruppen 1) 44 insolvente kleine und mittlere Unternehmen (rechtliche Insolvenz) 2) 44 nicht-insolvente Unternehmen Zeitraum: Eintritt der Insolvenz 1969-1975, Bilanzen für jedes Unternehmen vier Jahre zurückgerechnet vom Insolvenzereignis (auf das erste Jahr wird dabei verzichtet) Erhebung: paarweise (Branche, Beschäftigte, Zeitraum) aus Unterlagen von Kreditinstituten
Variablenauswahl	28 Bilanzkennzahlen Quellen: - aus empirischer Literatur - eigene Kennzahlen

Untersuchungen	Tests, Maßzahlen o.ä.
VORUNTERSUCHUNGEN (28 Kennzahlen)	
- Faktorenanalyse	- Varimax-Rotation
- Mittelwertvergleich	- arithmetisches Mittel - Median - F-Test - Wilcoxon-Vorzeichen-Test
- Verteilungsvergleich	- Standardabweichungen - Quartilswerte - Anpassungstest auf Normalverteilung (χ^2-Test)
MULTIVARIATE DISKRIMINANZANALYSE (28 Kennzahlen)	
- lineare Diskriminanzanalyse	- all-hold-out-Fehlerschätzung
- multinominale Diskriminanzanalyse nach COCHRAN/HOPKINS	- all-hold-out-Fehlerschätzung - n-hold-out-Fehlerschätzung (je 12 Objekte)
VARIABLENREDUKTION (auf 8 Kennzahlen)	
aufgrund von - Ergebnissen der Voruntersuchung - multivariaten Tests - Sachlogik	- forward-selection - backward-selection

Tabelle 1.9: Übersicht über die Untersuchung von WEINRICH (1978)

o wenn $x_i < \tilde{x}_{ges}$

1 wenn $x_i \geq \tilde{x}_{ges}$

Bei s möglichen Zuständen je Variable ergeben sich bei multivariater Betrachtung von p Kennzahlen

s^p kombinierte Zustände.

So müssen z.B. für 8 Variable bei zwei zugelassenen univariaten Zuständen $2^8 = 256$ mögliche multivariate Zustände (Zellen) betrachtet werden. Bei geringem Stichprobenumfang ist die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß viele Zellen unbesetzt bleiben. Daher beschränkt sich WEINRICH auf die multivariate Betrachtung von maximal 3 Kennzahlen. Den transformierten Daten liegt nun also eine multivariate multinomiale Verteilung zugrunde, so daß sich eine entsprechende Trennregel formulieren läßt:

Ordne das Objekt x_i der Klasse 1 zu,

wenn $\frac{p_{1j}}{p_{2j}} > 1$ ist.

Dabei ist p_{1j} mit l=1,2 die Wahrscheinlichkeit, daß ein Objekt aus der Klasse l in die j-te Zelle fällt. Da die Zellenwahrscheinlicheiten unbekannt sind, werden sie von WEINRICH durch

$$\frac{n_{1j}}{n_1}$$

mit n_{1j} = Zahl der Objekte aus Klasse 1 in Zelle j

n_1 = Zahl der Objekte aus Klasse 1

geschätzt.

Die Stabilität der Schätzung hängt also - wie oben schon erwähnt - vom Stichprobenumfang und der Zahl der Zellen ab. COCHRAN/HOPKINS weisen darauf hin, daß dieses Verfahren bei endlichem Stichprobenumfang zwei Fehler aufweist[1]:

- Das theoretische Optimum wird nicht erreicht
- Die Wahrscheinlichkeit der Fehlklassifikation wird unterschätzt.

Die von WEINRICH angewandte Methode der Diskriminanzanalyse ist ein völlig neuer Aspekt bei der Insolvenzprognose und verdient daher Beachtung. Insbesondere der für eine relativ stabile Schätzung erforderliche große Stichprobenumfang läßt dieses Verfahren für die Bilanzanalyse jedoch wenig geeignet erscheinen. Dies zeigen schon die von WEINRICH veröffentlichten Fehlerschätzungen. So beträgt der Gesamtschätzfehler für die MNDA bei einer all-hold-out-Schätzung (für 32 Objekte je Gruppe) bei den jeweils besten drei-Variablenkombinationen je Jahr vor Insolvenz:

Jahr vor Insolvenz	2	3	4
Gesamtschätzfehler MNDA	17.2 %	21.9 %	21.9 %
Gesamtschätzfehler LDA	11.o %	15.7 %	21.9 %

Die Vergleichszahlen der LDA (mit 25 Variablen) beziehen sich auf eine all-hold-out-Schätzung (für 44 Objekte je Gruppe). Die Fehlerschätzungen für die MNDA für eine

1) Vgl. W.G. COCHRAN and C.E. HOPKINS: Some classification ..., a.a.O., p. 15.

Kontrollstichprobe von je 12 Objekte betragen für die gleiche Variablenkombination wie oben:

Jahr vor Insolvenz	2	3	4
Gesamtschätzfehler MNDA	25.o %	37,5 %	33,3 %

Diese Vergleiche sind zwar mit der größten Vorsicht zu interpretieren, da sie nicht auf gegenüberstellenden Untersuchungen beruhen, sondern dem veröffentlichten Material entnommen sind[1]. Dennoch zeigen sie keine deutliche Überlegenheit der MNDA, sondern hier eher eine Unterlegenheit gegenüber traditionellen Verfahren wie der LDA.

1) Hinzu kommen der Untersuchungsaufbau, die gepaarte Stichprobe und die alleinige Angabe des Gesamtfehlers, die eine Übertragung dieser Schätzergebnisse auf ein Bilanzanalysemodell unmöglich machen.

Das von WEINRICH im Anschluß an die Untersuchung der Prognosefähigkeit von Bilanzkennzahlen aufgestellte Modell zur Kreditwürdigkeitsbeurteilung umfaßt nun 8 Merkmale[1]:

1. Eigenkapital / Fremdkapital
2. liquide Mittel / Gesamtkapital
3. (bald verfügbare Geldmittel - kurzfristiges Fremdkapital) / (Betriebsaufwand - Abschreibungen)
4. (Unternehmensgewinn + Zinsen) / Gesamtkapital
5. Umsatz / Gesamtkapital
6. Fremdkapital / Cash flow
7. (Fremdkapital - bald verfügbarer Geldmittel) / betriebliche Nettoeinnahmen
8. (Warenverbindlichkeiten + Wechsel) / Wareneinkauf

---

1) Die Auswahl ergibt sich aus verschiedenen für sinnvoll gehaltenen Gesichtspunkten "wie univariate und multivariate Prognosekraft, weitgehende Unabhängigkeit sowie hinreichende Wiedergabe der in der Bilanz insgesamt enthaltenen Informationen". G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 185. Der Auswahlprozeß wird weiter nicht begründet.

Anhand dieser Variablen wird ein Punktebewertungsschema entwickelt, das sich auf die Quartilswerte der jeweiligen Klassen stützt. Am Beispiel der ersten genannten Kennzahl sei dies graphisch dargestellt (Abbildung 1.2). Fällt ein Objekt mit seinem Kennzahlenwert in einen der durch die senkrechten Striche abgetrennten Sektoren, wird ihm der Punktwert zugeordnet, der dem Sektor entspricht[1]. Der Gesamtpunktwert ergibt sich aus der Summe über die einzelnen Kennzahlen-Punktwerte[2]. Bei mehr als 23 Punkten wird das Objekt zur Gruppe 1, andernfalls zur Gruppe 2 zugeordnet. In gewisser Weise ist dieses Trennverfahren einleuchtend. Eine theoretische Begründung wird von WEINRICH jedoch nicht gegeben und scheint auch nicht naheliegend. Daher können weder Aussagen über den Optimalitätsgrad, das Verhalten bei Stichprobenänderungen noch über die Fehlklassifikationen getroffen werden. "Ein solches Schema hat den wesentlichen Vorteil, daß es einfach zu handhaben ist"[3].

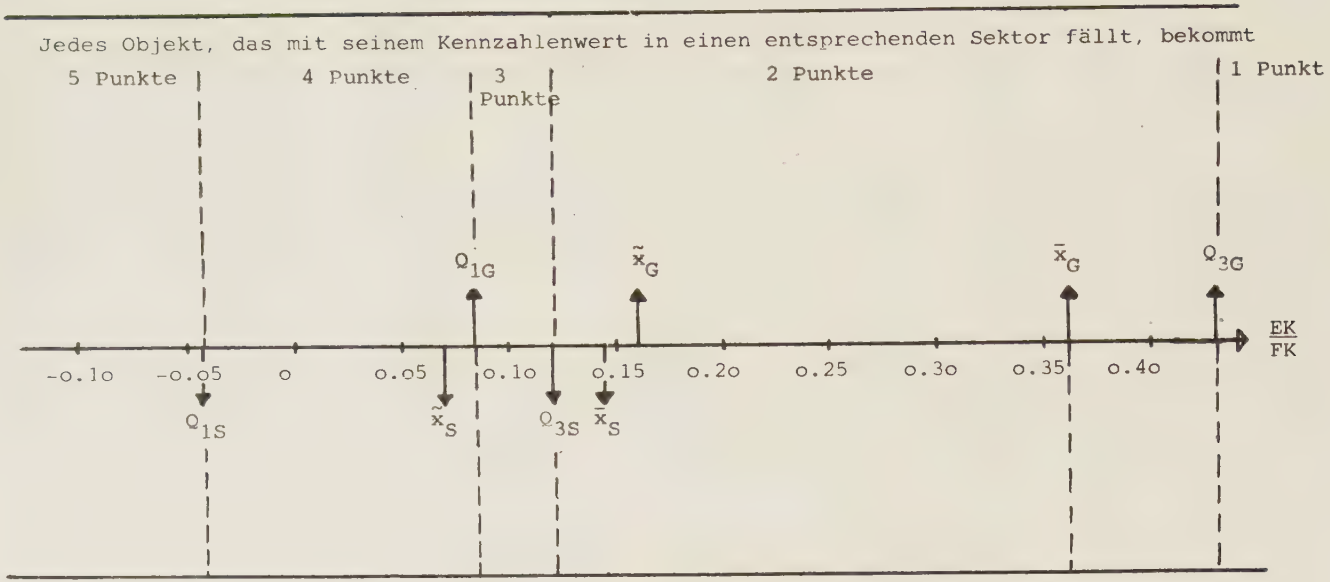
Zusammenfassend kann die Arbeit von WEINRICH als ein neuer Versuch bezeichnet werden, die Kreditwürdigkeitsprognosen methodisch zu verbessern. Im Gegensatz zur MNDA kann das Punktebewertungsverfahren je-

---

1) Die Vergabe von linear ansteigender Punktzahl impliziert entweder die (unrealistische) Annahme eingipfliger Verteilungssymmetrie oder aber die - nicht näher begründete - Gewichtung der Intervalle. Eine (aus Skalengründen ebenfalls unzulässige) Verfeinerung dieses Verfahrens wäre die Vergabe von Rangplatzziffern und deren Summation über die Merkmale.

2) Die Addition der Punktwerte entspricht noch keinem multivariaten Verfahren im Sinne der statistischen Theorie. Bei dem vorgeschlagenen Verfahren geht jede Kennzahl mit gleichem Gewicht ein.

3) G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 157.



Symbole: Q_{1S} (Q_{1G}) := 1. Quartil der schlechten (guten) Fälle
Q_{3S} (Q_{3G}) := 3. Quartil der schlechten (guten) Fälle
$\tilde{x}_S$ ($\bar{x}_S$); $\tilde{x}_G$ ($\bar{x}_G$) := Median (arithmetisches Mittel) der schlechten (guten) Fälle

Abbildung 1.2: Punktebewertungsschema von WEINRICH am Beispiel der Kennzahl Eigenkapital/Fremdkapital

doch nur als rein heuristisch bezeichnet werden. Die Begründung für eine praktikable Anwendung ist daher nicht ausreichend. Die beiden vorgelegten empirischen Tests allein (zumal an einer gepaarten Stichprobe) sind nicht überzeugend[1].

1326 Eine nichtparametrische heuristische Diskriminanzanalyse in der Studie von GEBHARDT

Etwa zur selben Zeit haben GEBHARDT und BILDERBEEK[2] bei der Insolvenzprognose unabhängig voneinander ein neues Verfahren angewandt, das auf direkte Verteilungsinformation verzichtet und daher nichtparametrisch genannt werden kann. Die Tabelle 1.1o erlaubt einen Überblick über die Untersuchung von GEBHARDT. Auch wenn das eigentliche Ziel dieser Studie nicht die Insolvenzprognose ist, so steht diese dennoch eindeutig im Mittelpunkt[3]. Wichtigste Neuerung auf dem methodischen Gebiet ist der Versuch, ein nichtparametrisches Verfahren zur Insolvenzprognose einzusetzen[4]. Diese Methode von

---

1) Eine weitere Überprüfung dieser Methode durch BÖING kann zum empirischen Test leider nicht herangezogen werden, da die Originalwertetabelle, die auf den Daten von WEINRICH beruht, unverändert für die Klassifikationsentscheidung übernommen wird. Dies würde den Diskriminierungsintervallen eine nicht vorhandene Stochastik unterstellen. Vgl. H. BÖING: Strategien zur Begrenzung von Kreditverlusten im Betriebs- und Investitionskreditgeschäft der Geschäftsbanken, Diss. Köln 198o.

2) J. BILDERBEEK: An empirical study of the predictive ability of financial ratios in the Netherlands, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 49 (1979), S. 388-4o7. Da die Arbeit von GEBHARDT bereits 1978 als Dissertation abgeschlossen ist und eine umfangreichere Darstellung uns zur Verfügung steht, wird - ohne die Verdienste BILDERBEEKS schmälern zu wollen - die genannte Studie zur Darstellung vorgezogen.

3) Vgl. auch Zielsetzung und Publikationstitel.

4) Da die MNDA von COCHRAN/HOPKINS auf Verteilungsinformationen zurückgreift, ist dort die Bezeichnung als nichtparametrisches Verfahren nicht eindeutig.

Autor	GEBHARDT (198o)
Ziel der Analyse	Beurteilung der Reform der Rechnungslegung durch das Aktiengesetz 1965 aus der Sicht unternehmensexterner Adressaten mit Hilfe von Insolvenzprognosen
Datenbasis	2 Gruppen 1) 13(AktG 37), 28(AktG 65) insolvente Aktiengesellschaften (rechtlicher Tatbestand) 2) 13(AktG 37), 28(AktG 65) solvente Aktiengesellschaften Zeitraum: Eintritt der Insolvenz in 1963-1974 für jedes Unternehmen fünf Jahre zurückgerechnet vom Insolvenzereignis (trifft nicht auf jedes Objekt zu) Erhebung: paarweise (Geschäftstätigkeit, Bilanzsumme, Rohertrag) aus HANDBUCH DER DEUTSCHEN AKTIENGESELLSCHAFTEN und Einzelveröffentlichungen
Variablenauswahl	8o Bilanzkennzahlen Quellen: - Auftreten in empirischer Literatur - eigene Kennzahlen

Untersuchungen	Tests, Maßzahlen, o.ä.
VORUNTERSUCHUNGEN (8o Variable)	
- Mittelwertvergleich	- arithmetisches Mittel - Wilcoxon-Test - Standardabweichungen - Normalverteilungs-Anpassungstest (Momentenmethode)
UNIVARIATE DISKRIMINANZANALYSE (8o Variable)	
- dichotomische Klassifikation	- all-hold-out-Fehlerschätzung - one-hold-out-Fehlerschätzung
VARIABLENREDUKTION	
aufgrund von	- forward selection
MULTIVARIATE DISKRIMINANZANALYSE	
- lineare Diskriminanzanalyse - verteilungsfreies Verfahren nach KENDALL	- all-hold-out-Fehlerschätzung - one-hold-out-Fehlerschätzung

Tabelle 1.1o: Übersicht über die Untersuchung von GEBHARDT (198o)

KENDALL[1] (KENDA) kann im Zwei-Gruppen-Fall wie folgt beschrieben werden:

1. Wähle eine beliebige Kennzahl und lege zwei Werte als COPs fest, unter oder über denen nur noch Objekte einer einzigen Gruppe liegen.
   Damit ist der gesamte Wertebereich der Kennzahl in drei Blöcke aufgeteilt:
   Block 1: bis zum 1. COP
   Block 2: zwischen den COPs
   Block 3: ab dem 2. COP.

2. Klassifiziere die so getrennten Objekte anhand der Blockzugehörigkeit. Dies bedeutet:
   Zuordnung zu Block 1 oder Block 3:
   Klassifikation zur Gruppe 1 bzw. 2.
   Zuordnung zu Block 2: Keine Klassifikation.

3. Das Verfahren ist beendet, wenn alle Objekte klassifiziert sind. Andernfalls wiederhole das Verfahren mit Hilfe einer neuen Kennzahl ab Stufe 1 mit den Objekten aus Block 2.

Voraussetzung der KENDA ist, daß eine Ordinaltransformation der Variablen möglich ist.

Betrachtet man den Ablauf der KENDA, so kann dieses Verfahren nicht als ein multivariates angesehen werden, da die Merkmale nicht simultan sondern

---

1) Vgl. M.G. KENDALL: Discrimination and classification, in: Multivariate Analysis I, ed. P.R. KRISHNAIAH, New York 1966, pp. 165-185.
M.G. KENDALL: Multivariate analysis, London 1975.

sequentiell verarbeitet werden. Die Reihenfolge der Einbeziehung der Variablen ist dabei theoretisch nicht vorgegeben, sondern muß heuristisch bestimmt werden. Die Festlegung der COPs ist stark abhängig von Änderungen der Stichprobe. Damit ist auch die Stabilität des Verfahrens nicht gewährleistet. GEBHARDT bezeichnet die Ergebnisse seiner one-hold-out-Fehlerschätzung[1] einfach als "schlecht"[2]. Zwei Varianten sollen das Verfahren verbessern:

1. Schritt 3 wird nicht nur mit den verbleibenden Objekten durchgeführt, sondern mit allen.

2. Zusätzlich werden zur Vermeidung der überbetonten Einflußnahme von Ausreißern zwei Nebenbedingungen aufgestellt:
   a) In Block 1 und 3 müssen sich mindestens je drei Objekte befinden
   b) Es müssen bei Einbeziehung einer neuen Kennzahl mindestens zwei Objekte klassifiziert werden, die vorher noch nicht klassifiziert waren.

   Sind diese Nebenbedingungen verletzt, wird die betreffende Kennzahl nicht zur Analyse herangezogen.

Diese Varianten sind mögliche Restriktionen, um die Trennfähigkeit des Verfahrens bei wechselnden Stichproben zu verbessern. Sie entbehren aber auch einer theoretischen Begründung. Der von GEBHARDT vorgenommene Datentest führt zu keinen

---

1) Bei der sich ja ständig die Trenngrenzen ändern.

2) Vgl. G. GEBHARDT: Insolvenzprognose ..., a.a.O., S. 278. Aus diesem Grund verzichtet er wohl auch auf die Ergebnisdarstellung.

guten Ergebnissen. "Die Ergebnisse dieser Fehlerschätzung sind zwar deutlich besser als für die ursprünglich von KENDALL vorgeschlagenen verteilungsfreie Diskriminanzanalyse, jedoch im Vergleich zu den besten Ergebnissen des dichotomischen Klassifikationstest und der parametrischen multiplen Diskriminanzanalyse enttäuschend"[1]. Bei ähnlichem Untersuchungsaufbau gibt BILDERBEEK als Ergebnisse an (Original KENDALL-Verfahren):

Jahr vor Insolvenz	Fehlklassifikation insgesamt in %
1	28.8
2	36.4
3	34.5
4	34.5
5	35.4

Auch wenn diese Schätzungen nur im Zusammenhang mit Modell und Datenbasis endgültig zu beurteilen sind, scheinen sie dennoch zu hoch, um sinnvoll eine Insolvenzprognose mit diesem nichtparametrisch-heuristischen Verfahren durchführen zu können.

Der vielversprechende Ansatz einer nichtparametrischen Diskriminanzanalyse - die jedoch als vorwiegend heuristisch bezeichnet werden muß - ergibt noch keine methodische Verbesserung des Insolvenzprognoseproblems. GEBHARDT: "Wir stimmen hier voll der Auffassung Kendalls zu, daß es in diesem Bereich noch viel zu tun gibt ..."[2].

---

1) G. GEBHARDT: Insolvenzprognose ..., a.a.O., S. 282.

2) Passim, S. 283.

1327 Zusammenfassung der bisherigen empirischen Ergebnisse über die Anwendung statistischer Methoden bei Firmen-Scoring-Modellen

Seit der BEAVER'schen Studie von 1966 bis hin zur neuesten Arbeit von GEBHARDT aus 1980 ist ein ständiger Fortschritt in der Verwendung immer komplexerer statistischer Methoden bei der Insolvenzprognose zu verzeichnen. Die allgemeine Heterogenität des Bilanzdatenmaterials macht die Suche nach angemesseneren Verfahren lohnend, doch sind die bisherigen Versuche mit nichtparametrischen Methoden nicht zur Zufriedenheit verlaufen. Die dargestellten Untersuchungen gehen ausnahmslos von dem Modell der gepaarten Erhebung aus. Dieses stellt eine Experimentiersituation dar und eignet sich daher unmittelbar nicht zum Aufbau einer statistischen Bilanzanalyse[1]. Im allgemeinen läßt sich feststellen, daß die ökonomische Interpretation der Ergebnisse überbewertet wird, wenn man Datenbasis und verwandte Methoden genau analysiert. Dies erklärt auch den Widerspruch zwischen den Resultaten der einzelnen Studien, was z.B. die Insolvenzprognosefähigkeit einzelner Merkmale oder Gruppen von Merkmalen betrifft. So wird auch etwa an der LDA immer wieder bemängelt, daß ökonomisch unsinnige Gewichte berechnet würden[2]. Kaum ein Autor untersucht jedoch

---

1) Vgl. auch die Diskussion darüber in Kapitel 31.

2) So auch bei M. STEINER: Ertragskraftorientierter..., a.a.O., S. 180.

zumindest deskriptiv sein Datenmaterial darauf, ob es vom Umfang und Beschaffenheit überhaupt in der Lage ist, Mittelwertvektoren zu schätzen, die für die zugrundegelegte Verteilungs(annahme) repräsentativ sind.

Die meisten Analysen bleiben auf der Untersuchungsebene stehen und geben keine Anweisungen, wie die Ergebnisse für die Anwendung umgesetzt werden können. Aus den Studien allein ist dies nämlich nicht möglich. Daher ist es ein Ziel dieser Arbeit, den Bruch zwischen empirischer Forschung und Weitergabe für die Anwendung möglichst zu vermeiden.

2 Verfahren zur Konstruktion einer statistischen Bilanzanalyse

21 Diskriminanzanalyse als Klassifikator im Mustererkennungsprozeß

211 Darstellung des Mustererkennungsprozesses

Die Mustererkennung als Forschungsziel ist ein relativ junger Zweig interdisziplinärer Wissenschaft. Bekannte Beispiel sind etwa die Zeichen- und Bildmustererkennung[1]. Erst in letzter Zeit wird dieser Ansatz auch in den Wirtschaftswissenschaften beachtet[2]. Da dieses Gebiet von mehreren Forschungs-

---

1) So das maschinelle Lesen von Schriftzeichen und die Analyse medizinischer Bilddaten. Vgl. dazu etwa Bildverarbeitung und Mustererkennung, DAGM Symposium, Oberpfaffenhofen, 11.-13. Oktober 1978, hrsg. von E. TRIENDL, Berlin-Heidelberg-New York, 1978.

2) Vgl. dazu etwa P. MERTENS: Die Theorie der Mustererkennung in den Wirtschaftswissenschaften, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 29 (1977), S. 777-794.

richtungen tangiert wird und viele Fragestellungen aufwirft, ist die Literatur kaum mehr zu übersehen[1]. Der Vorteil einer Klassifikationsdarstellung als Mustererkennungsprozeß liegt in der allgemeineren Betrachtungsweise des Problems. So können etwa die multivariaten statistischen Verfahren als Bausteine integriert werden und verlieren damit ihre zum Teil ungerechtfertigte Einzelstellung[2].

Als Muster wird eine Abbildung

$$(1)\quad f(X,i) \to y;\quad X \in \mathbb{R}^p;\quad i \in \mathbb{N}_+$$

bezeichnet[3], bei der jedem Betrachtungsobjekt ein

---

1) Den Versuch eines Überblicks gibt H. NIEMANN: Mustererkennung - Einführung und Übersicht, in: Informatik-Spektrum, 2 (1979), S. 12-24 und ders.: Mustererkennung - Anwendungen, in: Informatik-Spektrum, 3 (198o), S. 19-3o.

2) Vgl. dazu P. MERTENS: Die Theorie ..., a.a.o., S. 783.

3) Zur Terminologie vgl. etwa H. NIEMANN: Methoden der Mustererkennung, Frankfurt 1974, S. 2 ff. Eine exakte theoretische Definition von Muster liegt bisher noch nicht vor, vgl. H. NIEMANN: Mustererkennung ..., a.a.O., S. 17.

Merkmalsvektor

$$(2) \quad X := (X_1, X_2, \ldots, X_p)$$

und ein Klassenindex

$$(3) \quad i := (1, 2, 3, \ldots, g)$$

zugeordnet wird. p bezeichnet dabei die Zahl der Merkmale und g die Zahl der Klassen. Jedes Muster gehört einer und nur einer Musterklasse Ω_i an:

$$f(X,i) \in \Omega_i$$

Für diese gilt:

$$(4) \quad \Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset \quad \text{mit} \quad \forall\, i \neq j \quad i,j = 1,2,\ldots,g$$

$$(5) \quad \bigcup_{i=1}^{g} \Omega_i^i = \Omega = \mathbb{R}^p$$

Daraus folgt, daß die Zugehörigkeit zu einer Musterklasse die zu einer anderen ausschließt. Als Modell für eine Musterklasse wird oft ein stochastischer Prozeß gewählt[1], so daß über den Klassen Verteilungsgesetze existieren. Die Bildung von Musterklassen erfolgt über die Angabe gemeinsamer Eigenschaften (Relationen), die für die Äquivalenz zweier Objekte hinreichend ist. Alle Objekte, die dieser Relation genügen, werden einer Musterklasse zugeordnet[2].

Bei Klassifikationsentscheidungen werden Muster, deren Klassenindex im Testfall unbekannt ist, aufgrund ihres Merkmalvektors sowie der Verteilungsinformationen einer Klasse zugeordnet. Zu diesem Zweck werden (g+1)

---

1) Vgl. etwa J. SCHÜRMANN: Polynomklassifikatoren für die Zeichenerkennung, München - Wien 1977, S. 28 f.

2) Vgl. H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 2.

Zuweisungsklassen

(6) Ω_1^* mit $1 = \{o,1,2,...,g\}$ als Zuweisungsindex

gebildet.

Der Zuweisungsindex 1,2,...,g bedeutet eine Zuweisung zur Musterklasse 1,2,...,g. Der Index o bezeichnet eine sogenannte Rückweisungsklasse. Dorthinein werden diejenigen Muster eingeordnet, bei denen aufgrund des Merkmalvektors und der Verteilungsinformation keine eindeutige Entscheidung zu einer der g Musterklassen möglich ist[1]. Es ist durchaus denkbar, daß zwei gleiche Muster aus verschiedenen Entstehungs-Prozessen stammen. Da jedes Muster aber als Ganzes einer einzigen Zuweisungsklasse zugeordnet wird, können Fehlklassifikationen entstehen, wenn die wahre (aber unbekannte) Musterklassenzugehörigkeit mit der Zuweisungsklasse nicht übereinstimmt. An diesen Fehlklassifikationen kann ein Klassifizierungssystem (Klassifikator) auf seine Leistungsfähigkeit hin untersucht werden[2].

Der Prozeß zur Erkennung und Klassifikation von Mustern (Mustererkennungsprozeß) kann nun als ein Entscheidungssystem dargestellt werden[3] (Abb. 2.1):

---

1) Diese Rückweisungsklasse bedeutet eine Erweiterung des Modells. Es sind auch andere Entscheidungsregeln denkbar, wie z.B. eine Zufallsentscheidung.

2) Vgl. zur Leistungsmessung von Klassifikatoren etwa R. PEIPMANN: Erkennung von Strukturen und Mustern. Grundlagen und Verfahren, Berlin - New York 1976, S. 64 - 7o.

3) Vgl. P. MERTENS: Die Theorie ..., a.a.O., S. 782 und J. SCHÜRMANN: Polynomklassifikatoren ..., a.a.O., S. 28-53.

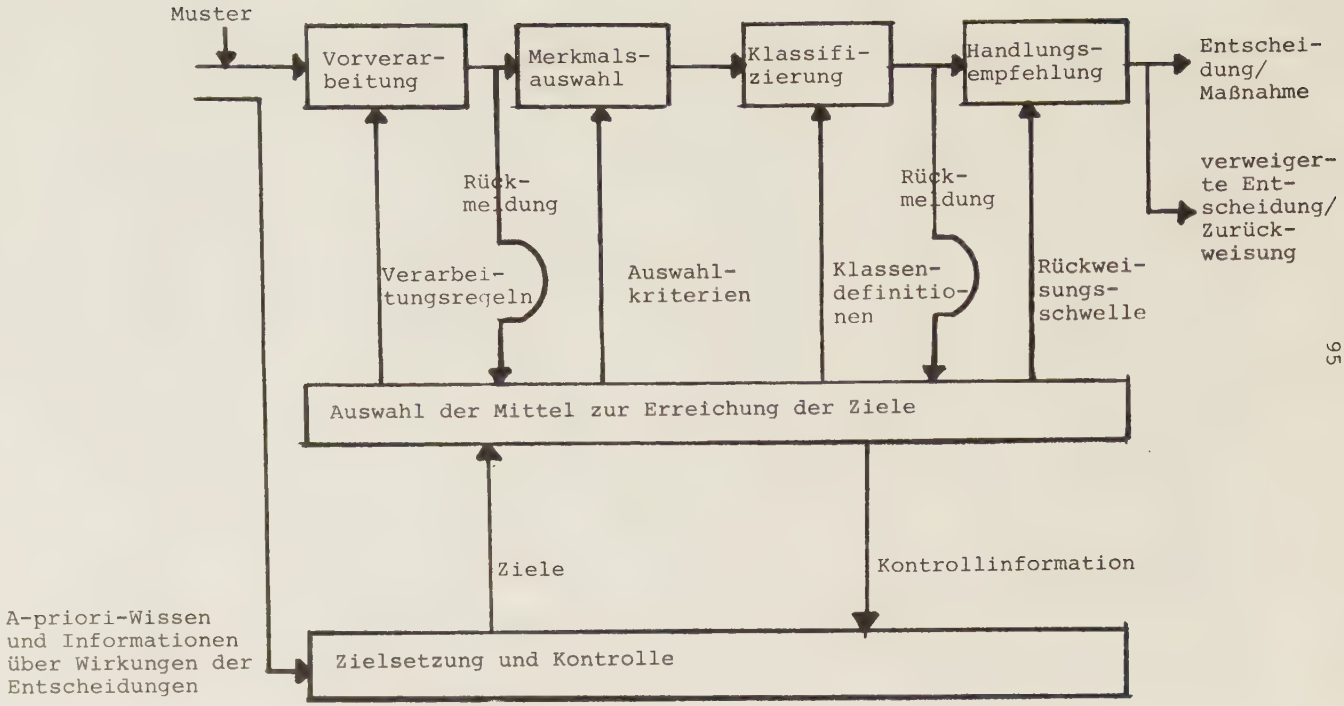


Abbildung 2.1:Mustererkennungsprozeß

Die Zielsetzung und Kontrolle der Einhaltung der Ziele ergibt sich aus der Problemstellung, dem damit verbundenen A-priori-Wissen und den Informationen über die Wirkungen der Entscheidung oder Nichtentscheidung. Die Zielformulierung veranlaßt die Auswahl der Mittel zur Erreichung der Ziele. Diese bestehen z.B. aus den verschiedensten statistischen Verfahren. So geht es in der Vorverarbeitungsphase darum, die Muster vergleichbar zu machen, Störungen zu beseitigen, soweit sie erkennbar sind, und zusätzliche empirische Informationen zu gewinnen, die zur Korrektur der Mittel und eventuell sogar zur Neuformulierung der Ziele führen. Die Merkmalsauswahl soll die Variablen bereitstellen, an denen die Muster klassifiziert werden. Die Auswahl geschieht in Abstimmung mit den Zielen, damit eine Fehlspezifikation bei der Merkmalsauswahl nicht zu unrichtigen Entscheidungen führt. Die Klassifizierung erfolgt aufgrund der Klassendefinitionen (Bildung von Musterklassen). Die Klassifikationsergebnisse können als Kontrollinformation zur Neueinstellung der Zielmittel dienen. Ist die (vielleicht mehrmalige) Abstimmung zwischen verfügbaren Mitteln und zu erreichenden Zielen optimal, folgt aus dem Mustererkennungsprozeß eine Handlungsempfehlung, die in einer Entscheidung oder einer Nichtentscheidung mündet.

Die allgemeinen Formulierungen des Mustererkennungsprozesses können nun auf die Bilanzanalyse übertragen werden. Muster sind die Bilanzen, nicht die Unternehmen selbst, da wir uns auf die Bestimmung des Teil- und nicht des Gesamtrisikos beschränken. Dementsprechend müssen auch die Klassendefinitionen detaillierter ausfallen als in Untersuchungen, die von

einer Gesamtbeurteilung ausgegangen sind[1]. Die Muster können auch als Signale aufgefaßt werden, so daß der Mustererkennungsprozeß die Aufgabe hat, diese zu empfangen und auszuwerten. Im Sinne einer Signalinterpretation können auch Störungen einbezogen werden[2], so z.B. Bilanzierungswahlrechte, Manipulationen, Fehler. Als Störung sei dabei alles betrachtet, was das wahre Signal (Hinweis auf Kreditwürdigkeit oder nicht) verzerrt. An der Fülle der Störungsfaktoren ist ersichtlich, daß eine völlige Filterung dieser Einflüsse nicht durchgeführt werden kann. Die Leistungsfähigkeit der Mustererkennung überhaupt kann also auch daran gemessen werden, inwieweit es gelingt, im Prozeß selbst die Störungen zu eliminieren. Zur Vorverarbeitungsphase gehören die Erfassung und Aufbereitung der Jahresabschlüsse und deskriptive Untersuchungen (z.B. Suche nach Ausreißern). Das eine dient u.a. der Elimination erkennbarer Störgrößen, das andere der Parametereinstellung (z.B. Merkmalsauswahl, Klassifikatorparameter, Rückweisungsschwelle). Die Auswahl der Merkmale bedeutet die Zusammenstellung geeigneter Bilanzkennzahlen[3] (Kennzahlenmuster), an denen die Klassifikation vorgenommen wird. Von dieser Auswahl hängt (natürlich) die Erkennungsfähigkeit des Systems in bezug auf unser Kreditwürdigkeitsproblem ab. Denn in der Bilanz verborgene Aspekte, die durch eine oder mehrere Kennzahlen nicht ausgedrückt werden, können bei der Musterkennung auch

---

1) Vgl. Abschnitt 13.

2) Vgl. dazu auch Abschnitt 122.

3) Zur Diskussion und Auswahl im Rahmen der empirischen Analyse vgl. Abschnitt 311.

nicht berücksichtigt werden. Der aus didaktischen Gründen immer wieder vorgebrachte Ein-Variablen-Fall ist daher bei der Bilanzanalyse nicht von praktischem Wert. Es ist nämlich nicht anzunehmen, daß bereits in einer einzigen Kennzahl das Informationspotential des Jahresabschlusses in Richtung auf unser Ziel genügend ausgeschöpft ist. Um die Leistungsfähigkeit des Mustererkennungssystems zu optimieren, wird der Klassifikator, also das Zuweisungsverfahren, den Daten angemessen gewählt werden müssen. Das Setzen von empirisch nicht zu begründenden Prämissen sowie die Verwendung von Verfahren, die für andere Datenstrukturen konstruiert worden sind, kann zu einer Leistungsminderung führen. Die Konstruktion oder Wahl des Klassifikators kann daher nur nach eingehender Datenanalyse vorgenommen werden. Die Einführung einer Rückweisungsklasse kann bei der statistischen Bilanzanalyse eine positive und negative Wirkung erzielen. Das durch viele Störquellen möglicherweise verzerrt angebotene Material kann besonders im Grenzbereich zwischen den Klassen zu hohen Fehlentscheidungen führen. Eine eingebaute Rückweisungsschwelle kann solche fehlerhaften Klassifikationen verhindern. Gleichzeitig wird - und das ist der negative Aspekt - die statistische Bilanzanalyse durch vielleicht viel zu hohe Nicht-Entscheidungen abgewertet, d.h. die vorliegende Information wird nicht genutzt. Die empirische Analyse wird zeigen, welche Faktoren (positive oder negative) überwiegen.

Sieht man die Erkennung von Bilanzmustern[1] von der obersten Ebene des Mustererkennungsprozesses aus - nämlich der Zielsetzung und Kontrolle - so liegt

---

1) Dieser Begriff wird übertragen gebraucht in Analogie zu Kennzahlenmustern.

das Ziel in der rechtzeitigen und richtigen Abschätzung des durch die Bilanz erfahrbaren Teilrisikos. Dementsprechend werden die Mittel zur Erreichung der Ziele ausgewählt. Die dabei auftretenden Probleme werden im Zusammenhang mit der empirischen Untersuchung aufgezeigt.

212 Diskriminanzanalyse als ein statistisches Entscheidungsproblem

Innerhalb des Mustererkennungsprozesses ist die Wahl des Klassifikators eine wichtige Entscheidung. In der Literatur hat sich der Begriff "Diskriminanzanalyse" für eine Menge solcher Verfahren eingeprägt. Da ein Klassifikator immer aus zwei Teilen besteht, nämlich

- dem Analyseteil und
- dem Klassifikationsteil,

besteht in der Forschungsterminologie zum Teil eine ziemliche Begriffsverwirrung. In Abgrenzung zur Diskriminanzanalyse wird daher hier unter Klassifikationsanalyse die Bildung von Objekt- und Variablengruppen verstanden[1].

Die Diskriminanzanalyse zählt zu den multivariaten Verfahren, obwohl ihre allgemeine Darstellung durchaus den univariaten Fall einschließt. Ihr Ursprung wird in der Literatur im allgemeinen mit R.A. FISHER (1936) verbunden[2], der zum erstenmal das eigentliche Modell herausgearbeitet hat. Frühere Arbeiten über Trennprobleme sind schon aus den Zwanziger Jahren bekannt[3]. Aber erst die umfassende Entwicklung einer statistischen Entscheidungstheorie durch WALD[4] hat zu dem hier dargestellten allgemeinen Diskrimi-

---

1) Verfahren dazu sind etwa Cluster- und Faktorenanalyse.

2) R.A. FISHER: The use of multiple measurement in taxonomic problems, in: The Annals of Eugenics, 7(1936), pp. 179-188.

3) Vgl. zur historischen Übersicht etwa S. DAS GUPTA: Theories and methods in classification: a review, in: Discriminant analysis and applications, ed. by T. CACOULLOS, New York - London 1973, pp. 77-83.

4) A. WALD: Statistical decision function, New York 195o.

nanzmodell geführt[1].

Definitionen:

1. $\theta := \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \ldots, \theta_g\}$
sei der endliche Zustands- oder Parameterraum. Dabei sind die θ_i Zufallsvariable. Sie zeigen beim Klassifikationsproblem an, welcher wahren Gruppe das Klassifikationsobjekt (test-sample) angehört.

2. $D := \{d_o, d_1, d_2, \ldots, d_g\}$
sei der endliche Entscheidungsraum. Dabei bezeichne d_i die Entscheidung, die Zuweisungsklasse Ω_i^* zu wählen.

3. $\mathfrak{X} := \mathbb{R}^{(n+p)}$
sei der Stichprobenraum. Dabei ist X eine Zufallsvariable. Sie umfaßt die zur Überwindung der Ungewißheit notwendigen Merkmalsinformationen (training-sample), anhand derer das Klassifikationsobjekt zugewiesen wird.

Annahmen:

1. Es seien $\varphi(\theta_i)$ für $i=1,2,\ldots,g$
die bekannten A-priori-Verteilungen über θ. Sie bezeichnen eine Vorinformation über die Aussage: Das Klassifikationsobjekt x_c gehört zur Klasse i.

2. Es seien $f(x|\theta_i)$ für $i=1,2,\ldots,g$
die bekannten bedingten Dichten (Likelihoods) über θ. Diese verbinden auf stochastische Weise den wahren Zustand θ_i mit den Informationen über X.

---

1) Die Darstellung richtet sich in Symbolik und Bezeichnungsweise im wesentlichen nach: G. BAMBERG: Statistische Entscheidungstheorie, Würzburg 1972.

3. Es sei $s(d_i,\theta_j)$ für i= o,1,2,...,g und j= 1,2,...,g die Verlustfunktion (Schadensfunktion). Sie bildet die Konsequenzen einer d_i Entscheidung bei θ_j Zustand unter Verwendung des Bernoulli-Prinzips in den reellen Zahlenbereich ab.

Problem:

Gesucht ist ein optimales statistisches Verfahren (statistische Entscheidungsfunktion) $\delta=\delta(x)$. Diese Vorschrift ordnet jeder möglichen Stichprobenrealisation x aus $\mathfrak{X}$ eine der möglichen Entscheidungen d aus D zu. Wäre dieses Verfahren gefunden, so ließe sich jedes Klassifikationsobjekt unabhängig von seinen Merkmalswerten bei Minimierung des eintretenden Verlustes in eine Zuweisungsklasse einordnen.

Lösung:

Das Verfahren $\delta(x)$ ist eine Zufallsvariable, da X eine Zufallsvariable ist. Der bei der Anwendung von $\delta(x)$ entstehende Schaden $s(\delta(x),\theta)$ ist damit ebenfalls eine Zufallsvariable, so daß die Verfahren anhand der Schadensfunktion unmittelbar nicht mehr vergleichbar sind. Bei Annahme der Gültigkeit des Bernoulli-Prinzips können jedoch die Erwartungswerte verglichen werden. Der Schadenserwartungswert

$$(1)\quad r(\delta(x),\ \theta) = E_\theta s(\delta(x),\theta)$$

wird als Risikofunktion bezeichnet. Da eine Stichprobe nicht soviel Informationen enthalten kann, um für jedes θ mit völliger Sicherheit die jeweils beste Entscheidung treffen zu können, ist die Einschränkung der Betrachtungsweise in bezug auf alle

denkbaren Verfahren Δ notwendig. Dazu werden in der Literatur im wesentlichen drei Möglichkeiten vorgeschlagen[1]:

1. Einschränkung der zulässigen Verfahren soweit, daß ein gleichmäßig bestes Verfahren existiert.

2. Suche nach einer vollständigen Klasse von Verfahren (d.h. Elimination von dominierten Verfahren). Da die Orientierung an der Risikofunktion erfolgt, besteht keine Notwendigkeit mehr, diejenigen Verfahren außerhalb der vollständigen Klasse zu betrachten. So gilt etwa: "Sind sowohl Θ als auch D endlich, so bildet für jede Schadensfunktion s die Gesamtheit Δ_* aller Bayes-Verfahren eine vollständige Klasse (bez. der Klasse Δ aller randomisierten Verfahren)"[2].

3. Der Verlauf der Risikofunktion wird durch eine einzige Zahl repräsentiert (Optimalitätskriterium), z.B. durch
   - das Bayes-Kriterium (d.h. Minimierung des Risikoerwartungswertes)
   - das Minimax-Kriterium (d.h. Minimierung des maximalen Risikowertes).

Im Rahmen der Klassifikationsanalyse ist es aber von geringem Interesse, für alle möglichen Stichprobenrealisationen ein optimales Verfahren im voraus zu be-

---

1) Vgl. G. BAMBERG und F. BAUR: Statistik, a.a.O., S. 251 f.

2) G. BAMBERG: Statistische Entscheidungstheorie, a.a.O., S. 128.

rechnen. Zum Klassifikationszweck reicht nämlich aus, nur die zu einer beliebigen Realisation x_c gehörende optimale Entscheidung $\delta_*(x_c)$ zu ermitteln. Da außerdem Voriformationen als bekannt angenommen worden sind, bietet sich für die Lösung des Klassifikationsproblems ein Bayes-Verfahren an. Die Minimierung des Risikowertes und damit die komplizierte Berechnung eines gesamten Bayes-Verfahrens kann durch eine besondere Eigenschaft der Bayes-Verfahren umgangen werden: Man kann zeigen, daß diejenige Entscheidung $\delta_*(x)$ für jedes $x \in \mathfrak{X}$, die den A-posteriori-Schadenserwartungswert[1]

$$(2)\quad E[s(d,\theta)] = \sum_{j=1}^{g} s(d, \theta_j) \frac{\varphi(\theta_j) f(x \mid \theta_j)}{\sum_{i=1}^{g} \varphi(\theta_i) f(x \mid \theta_i)}$$

bezüglich d minimiert, im Sinne des Bayes-Kriteriums eine optimale Entscheidung darstellt[2]. Dies gilt also für jede Stichprobenrealisation und somit für jedes Klassifikationsobjekt.

Die Abbildung 2.2 zeigt die Entscheidungssituation des Klassifikators nochmals schematisch. Daraus wird deutlich, daß erst durch die Einbeziehung des Stichprobenraumes und des damit verbundenen Raumes der statistischen Entscheidungsfunktionen das vorliegende Problem zu einem statistischen Entscheidungsproblem und der Klassifikator zu einem statistischen Klassifikator wird. Während die Definitionen von Zustands- und Entscheidungsraum bei unserer Problem-

---

1) Die hier dargestellte Form läßt sich auch in einem kontinuierlichen Parameterraum darstellen.

2) Vgl. dazu etwa G. BAMBERG: Statistische Entscheidungstheorie, a.a.O., S. 1o2 ff.

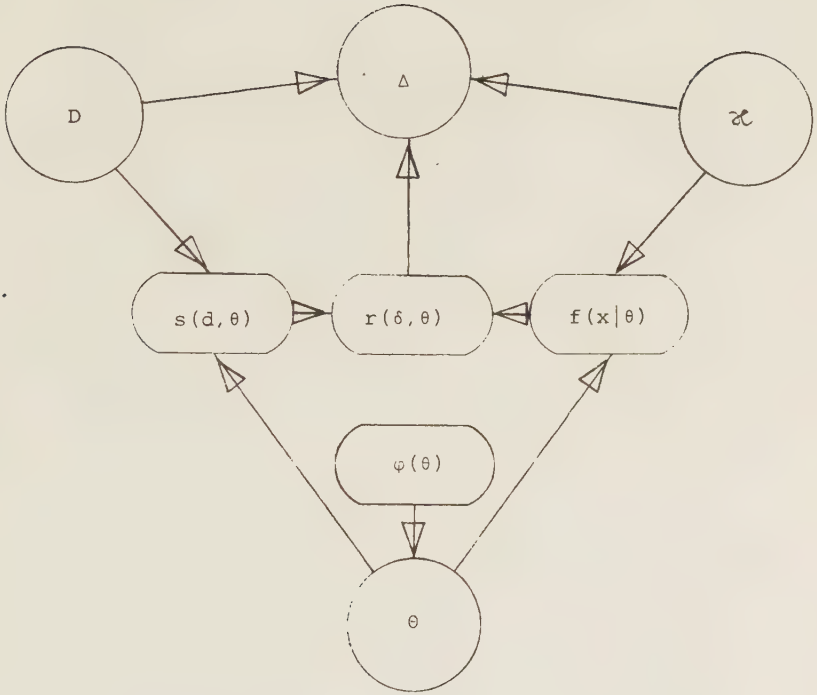


Abbildung 2.2: Modell der statistischen Entscheidungssituation eines Klassifikators

stellung wenig Schwierigkeiten bereitet, ist die Erklärung des Stichprobenraumes bedeutend komplizierter. Hinzu kommt die Überprüfung der Annahmen über die Schadensfunktion, die A-priori-Verteilung und die Likelihoods. Entsprechend den unterschiedlichen Prämissen und Anwendungsbereichen sind im Laufe der Zeit verschiedene Verfahren der Diskriminanzanalyse entwickelt worden, die sich alle (wenn auch nicht explizit) auf das vorgestellte Modell beziehen.

213 Verfahren der Diskriminanzanalyse

Sowohl auf rein theoretischer Basis als auch verbunden mit Simulationsrechnungen sind in den vergangenen 4o Jahren mehrere Verfahren entwickelt worden, um das vorgestellte statistische Entscheidungsproblem lösen zu können. Der Setzung von Prämissen kommt dabei eine entscheidende Bedeutung zu.
Je enger diese gesetzt werden können, desto leichter ist das Entscheidungsproblem praktisch zu lösen. Auch die historische Entwicklung der Forschungsarbeiten zeigt den zunehmenden Schwierigkeitsgrad bei immer weniger Annahmen über den Stichprobenraum.

Die Optimalität der skizzierten Entscheidungsregel ist gesichert, wenn die Annahmen des Modells zutreffen. Dies ist bei praktischen Problemen so gut wie nie der Fall. Gerade in der sozialwissenschaftlichen Forschung treffen die in den Naturwissenschaften so häufig postulierten Prämissen meist nicht zu. Informationen über die der Analyse zugrundeliegenden Grundgesamtheiten (Klassen, Gruppen) werden daher i.d.R. aus der Stichprobe (training-sample) entnommen. Die bekannteste und am meisten verwendete Methode, diese Stichprobeninformation in den Entscheidungsprozess miteinzubeziehen, ist die plug-in-rule: Die Likelihoods werden dem training-sample entnommen und in eine optimale Regel (z.B. die Bayes-Regel) eingesetzt. GLICK hat gezeigt, daß diese plug-in-rules asymptotisch optimal sind, falls die Schätzer der Dichtefunktionen gewisse einfache Voraussetzungen erfüllen (z.B. Konsistenz)[1]. Mit steigendem Stichprobenum-

1) N. GLICK: Sample-based classification procedures derived from density estimators, in: Journal of American Statistical Association, 67(1972), pp. 116-122.

fang erhält man daher mit Hilfe der plug-in-rule Methode die optimale Regel. Beschränkt man sich jedoch auf Schätzung von Verteilungsparametern, dann ist die Konvergenz auch davon abhängig, ob die richtige Verteilungsfamilie gewählt wird. In der Praxis wird bei fest vorgegebenem (meistens nur geringem) Stichprobenumfang oft ein falsches Modell gewählt, das die optimale Regel nicht erzeugen kann[1]. Begründet wird dies mit der Robustheit mancher Verfahren gegenüber Modellfehlspezifikationen[2].

Eine Gliederung der verschiedenen Diskriminanzverfahren muß notwendig subjektiv sein, da sie sich an einem gesetzten Ziel orientiert. So dient die hier vorgenommene Zusammenstellung dem Zweck, die für die statistische Bilanzanalyse sinnvollen Verfahren in einem umfassenden Rahmen darzustellen und die Ansatzpunkte aufzuzeigen, wo mit dieser Arbeit ein neues Forschungsgebiet betreten wird.

Die Tabelle 2.1 stellt Modelle und Verfahren getrennt dar. Dabei nehmen die Modelle, die Informationen über die dem Stichprobenraum zugrundeliegenden Verteilungen auswerten, eine exponierte Stellung ein. Da sich im Laufe der Forschungsarbeiten gezeigt hat, daß die Verteilungen in der Praxis oft unbekannte Größen sind, hat sich daneben eine Vielzahl sog. nichtparametrischer Verfahren etabliert. Die genannten Autoren sind danach ausgewählt[3], ob von ihnen die

---

1) So etwa die Annahme der Normalverteilung, obwohl alle entsprechenden Hypothesentests abschlägig beschrieben werden.
Vgl. dazu auch die Ausführungen von H.J. TRAMPISCH: Trennprobleme bei unvollständiger Information - Eine Übersicht, in: EDV in Medizin und Biologie, 6 (1975), S. 2-8.

2) So etwa von P.A. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, a.a.O., pp. 4o-5o.

3) Diese Auswahl stützt sich auf die Veröffentlichungen von DAS GUPTA: Classification ..., a.a.O. und P.A. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, a.a.O. sowie den Nennungen der Literatur.

Modelle				Verfahren	Autoren, die für die Verfahren die ersten umfassenden Grundlagen oder wesentliche Erweiterungen formuliert haben
bekannte Verteilungsklasse	multivariate Normalverteilung	gleiche Kovarianz		lineare Diskriminanzanal.	FISHER 1936[m]
		ungleiche Kovarianz		quadratische Diskrimanza.	SMITH 1947[l]
	andere parametrische Verteilungen	Multinomialverteilung	Bernoulli-Verteilung		COCHRAN/HOPKINS[i] 1961 GLICK 1969[j]
					z.B. BHATTACHARYA/[k] DAS GUPTA 1964 (einparametrige Exponentialfamilie)
unbekannte Verteilungsklasse	Statistische Verfahren	Dichteschätzung	NN		FIX/HODGES 1951[g] LOFTSGAARDEN/ QUESENBERRY 1965[h]
			kernel		PARZEN 1962[e] CACOULLOS 1966[f]
		Toleranzregionen			ANDERSON 1966[c] QUESENBERRY/ GESSAMAN 1968[d]
		Rangtransformation			DAS GUPTA 1964[b]
	heuristische Verfahren				Z.B. KENDALL 1966[a]

Tabelle 2.1: Übersicht über Modelle und Verfahren der Diskriminanzanalyse

---

a) M.G. KENDALL: Discrimination ..., a.a.O., pp. 165-185.

b) S. DAS GUPTA: Nonparametric classification rules, in: Sankhya, 26(1964), pp. 25-3o.

c) T.W. ANDERSON: Some nonparametric multivariate procedures based on statistically equivalent blocks, in: Multivariate Analysis I, ed. by P.R. KRISHNAIAH, New York 1966, pp. 5-27.

d) C.P. QUESENBERRY and M.P. GESSAMAN: Nonparametric discrimination using tolerance regions, in: Annals of Mathematical Statistics, 39(1968), pp. 664-673.

e) E. PARZEN: On estimation of a probability density function and mode, in: Annals of Mathematical Statistics, 33(1962), pp. 1o65-1o76.

f) T. CACOULLOS: Estimation of a multivariate density, in: Annals of Mathematical Statistics, 37(1966), pp. 179-189.

g) E. FIX and J.L. HODGES: Non-parametric discrimination: consistency properties, in: U.S. School of Aviation Medicine, Proj. 21-49-oo4, Report No. 4, Randolph Field, Texas 1951.
und
E. FIX and J.L. HODGES: Discriminatory analysis: non-parametric discrimination: small sample performance, in: U.S. School of Aviations Medicine, Proj. 21-49-oo4, Report No. 11, Randolph Field, Texas 1951.

h) D.O. LOFTSGAARDEN and C.P. QUESENBERRY: A nonparametric estimate of a multivariate density function, in: Annals of Mathematical Statistics, 36(1965), pp. 1o49-1o51.

i) W.G. COCHRAN and C.E. HOPKINS: Some classification ..., a.a.O., pp. 1o-32.

j) N. GLICK: Estimation unconditional probabilities of correct classification, in: Stanford University Department of Statistics: Technical Report No. 3, 1969.

k) P.K. BHATTACHARYA and S. DAS GUPTA: Classification into exponential populations, in: Sankhya, Ser. A, 26(1964), pp. 17-24.

l) C.A.B. SMITH: Some examples of discrimination, in: Annals of Eugenics, 13(1947), pp. 272-282.

m) R.A. FISHER: The use ..., a.a.O., pp. 179-188.

ersten umfassenden Grundlagen der Verfahren oder wesentliche Erweiterungen im Sinne von Verallgemeinerungen formuliert worden sind.

Betrachtet man das entscheidungstheoretische Diskriminanzmodell, die Zusammenstellung der Verfahren und die Untersuchungen zur statistischen Bilanzanalyse, so fällt auf, daß die Dichteschätzungen sich förmlich als Methode anbieten. Denn jede Verteilungsannahme ist bei diesem Datenmaterial ein schwer zu begründender Kompromiß. Andererseits geht die Dichte unmittelbar in die Entscheidung ein. Es soll also der Versuch unternommen werden, mit Hilfe von direkten Dichteschätzungen die statistische Bilanzanalyse gegenüber den bislang vorgeschlagenen Verfahren zu verbessern.

22 Nichtparametrische Nearest-Neighbor-Klassifikatoren

221 Allgemeine Modelldarstellung

Die Darstellung des allgemeinen Modells der Diskriminanzanalyse hat gezeigt, daß bei bekannten Dichten und A-Priori-Wahrscheinlichkeiten eine optimale Trennfunktion (im Bayesschen Sinne) gefunden werden kann. Da Annahmen über die Verteilungsformen in der Praxis der statistischen Bilanzanalyse keine außerordentlich guten Ergebnisse gebracht haben[1], soll hier ein neuer Weg eingeschlagen werden. Plug-in-Regeln, die auf einer Dichteschätzung beruhen, nähern sich asymptotisch mit wachsendem Stichprobenumfang einer optimalen Regel. Desweiteren sind sie nicht auf geradlinige oder quadratische Trenngrenzen angewiesen, sondern können sich den Datenstrukturen besser angleichen[2].

Die Möglichkeiten, Dichten zu schätzen, sind sehr umfangreich[3]. Für die Bilanzanalyse scheint sich jedoch eine Gruppe von Methoden besonders zu eignen: Die Nearest-Neighbor-Verfahren. Sie beruhen auf der Idee, daß der oder die nächsten Nachbarn zu dem Klassifikationsobjekt für die Gruppenzuordnung einen Einfluß haben müssen. Dieses Prinzip kann sehr gut

---

1) Vgl. dazu Abschnitt 1323-1325.

2) Vgl. dazu etwa die Beispiele von H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 229 oder von R. PEIPMANN: Erkennung ..., a.a.O., S. 61.

3) Vgl. etwa W. WERTZ: Statistical density estimation. A survey, Göttingen 1978

oder T.M. COVER: A Hierarchy of probability density function estimates, in: Frontiers of Pattern Recognition, ed. by S. WATANABE, New York 1972, pp. 83-98.

mit dem schon seit langem gebräuchlichen Betriebsvergleich verglichen werden und bietet daher dem Praktiker einen leichteren Zugang zur Vorgehensweise. Während beim Betriebsvergleich aber die Auswertung weniger formal durchgeführt wird, beruht der Nearest-Neighbor-Vergleich allein auf statistischer Grundlage.

Das in seinen Grundzügen von FIX/HODGES 1951 entworfene Modell[1] kann wie folgt beschrieben werden[2]:

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ seien unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit der gemeinsamen Dichtefunktion f, die an der Stelle x kontinuierlich ist.

$\{S_n\}$ sei eine Folge von Teilmengen des Stichprobenraumes mit den korrespondierenden Volumina $\{V_n\}$ bezüglich des LEBESGUE-Maßes, so daß

$$(1) \quad \lim_{n\to\infty} \sup_{y\in S_n} ||x-y|| = 0$$

$$(2) \quad \lim_{n\to\infty} nV_n = \infty$$

Sei k_n die Zahl der Beobachtungswerte, die in S_n liegen, dann ist

$$(3) \quad \hat{f}_n(x) := \frac{k_n}{n \cdot V_n} \xrightarrow{p} f(x),$$

$$\text{mit (4)} \quad k_n \to \infty \quad \text{und (5)} \quad n \to \infty$$

Dieser allgemeine Ansatz ist noch zu unbestimmt, um konkrete Ergebnisse erzielen zu können. Denn un-

---

1) E. FIX and J.L. HODGES: Discriminatory ..., a.a.O.

2) Vgl. S. DAS GUPTA: Theories ..., a.a.O., p. 124 f.

beantwortet sind die Fragen nach der Bestimmung von S_n und V_n. Dieses Problem kann unterschiedlich gelöst werden. So haben sich im Laufe der Zeit verschiedene Verfahren zur Bestimmung von S_n und V_n entwickelt. Da die Vielzahl der Vorschläge empirisch nicht insgesamt überprüft werden kann, bietet es sich an, grundlegende Ansätze zu vergleichen. Entscheidungshilfen bei der Auswahl liefern dabei verschiedene Simulationsstudien[1].

1) So M.P. GESSAMAN and P.H. GESSAMAN: A Comparison of some multivariate discrimination procedures, in: Journal of the American Association, 67 (1972), pp. 468-472.
M. GOLDSTEIN: Comparison of some density estimate classification procedures, in: Journal of the American statistical Association, 7o (1975), pp. 666-669.
J. HERMANS and J.D.F. HABBEMA: Comparison of five methodes to estimate posterior probilities, in: EDV in Medizin und Biologie, 6 (1975), S. 14-19.
J.W. VAN NESS and C. SIMPSON: On the effects of dimension in discriminant analysis, in: Technometrics, 18 (1976), pp. 1975-187.

222 Nearest-Neighbor-Prinzip von FIX/HODGES

Das einfachste Verfahren zur Schätzung der Dichtefunktion mit Hilfe des Nearest-Neighbor-Prinzips (NN-Prinzip) wird im Zusammenhang mit der allgemeinen Modelldarstellung der Diskriminanzanalyse von FIX/HODGES für den Zwei-Gruppen-Fall vorgeschlagen[1]. Wie oben gezeigt, müssen im Stichprobenraum $\mathcal{X}$ Objektgruppen S_n mit den dazugehörigen Volumina V_n bestimmt werden. Die Abbildung 2.3 zeigt das NN-Verfahren im Zwei-Gruppen-Fall (g=2) bei der Betrachtung von zwei Merkmalen (p=2).

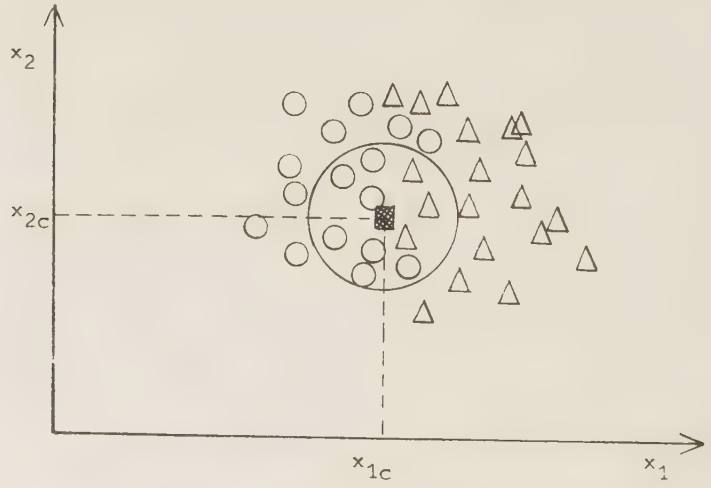


Abbildung 2.3 : Graphisches Beispiel für das NN-Prinzip von FIX/HODGES

1) E. FIX and J.L. HODGES: Discriminatory ..., a.a.O., pp. 1-19. Als Abkürzung für das Verfahren wird die Bezeichnung F/H gewählt.

Die kleinen Kreise (Ω_1) und Dreiecke (Ω_2) gehören jeweils zu einer Klasse und bezeichnen die Lage von Stichprobenobjekten. $x_c(x_{1c}, x_{2c})$ ist das Klassifikationsobjekt. Die Stichprobenumfänge des trainingsamples betragen $n_1=16$ für die Kreise und $n_2=20$ für die Dreiecke. Durch den großen Kreis um das Klassifikationsobjekt wird S_n beschrieben. Die A-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten $\psi(\theta_j|x_c)$ für ein festes aber beliebiges x_c in der Bayes-Entscheidungsregel lautet

$$(1) \quad \psi(\theta_j|x_c) = \frac{\varphi(\theta_j) f(x_c|\theta_j)}{\sum_{i=1}^{g} \varphi(\theta_i) f(x_c|\theta_i)}$$

Setzt man die NN-Schätzform für die Dichte in diese Gleichung ein, ergibt sich:

$$(2) \quad \psi(\theta_j|x_c) = \frac{\varphi(\theta_j) \cdot \frac{k_{jn}}{n_j \cdot V_{jn}}}{\sum_{i=1}^{g} \varphi(\theta_i) \cdot \frac{k_{in}}{n_i \cdot V_{in}}}$$

k_{in} bezeichnet dabei die Zahl der Objekte in S_{in}.

Wird das Objekt-set S_n aus der gemischten Population genommen, dann existiert nur ein S_n für alle Klassen und somit nur ein Volumen V_n Daher kann (2) umgeformt werden nach

$$(3) \quad \psi(\theta_j | x_c) = \frac{\varphi(\theta_j) \cdot \frac{k_{jn}}{n_j}}{\sum_{i=1}^{g} \varphi(\theta_i) \cdot \frac{k_{in}}{n_i}} \quad ,$$

So ergibt sich als Bayes-Entscheidungsregel:

Ordne das Klassifikationsobjekt x_c der Klasse j zu, für die der Schadenserwartungswert (Risiko)

$$(4) \quad E[s(d,\theta_j)] = \sum_{i=1}^{g} s(d_i,\theta_j) \cdot \frac{\varphi(\theta_j) \frac{k_{jn}}{n_j}}{\sum_{l=1}^{g} \varphi(\theta_j) \frac{k_{ln}}{n_l}}$$

minimal wird.

Für den im Beispiel dargestellten Fall ergibt sich unter der Annahme gleicher A-Priori-Wahrscheinlichkeiten und einer (o,1)-Schadensfunktion[1] folgender Entscheidungsraum:

d_1 : Ordne x_c der Klasse 1 zu, wenn

$E[s(d,\theta_1)] < E[s(d,\theta_2)]$.

d_2 : Ordne x_c der Klasse 2 zu, wenn

$E[s(d,\theta_2)] < E[s(d,\theta_1)]$.

---

1) (o,1)-Schadensfunktion bedeutet, daß bei Übereinstimmung von Zuweisung und wahrem Zustand der Schaden o eintritt, andernfalls der Schaden 1. Eine Rückweisungsklasse ist dabei ausgeschlossen.

In allen anderen Fällen ist keine eindeutige Entscheidung möglich. Eine Lösung kann dann etwa in einer Zufallszuordnung liegen.

Für das Beispiel ergibt sich jetzt:

$$(5)\quad E[s(d,\theta_1)] = 0 \cdot \frac{0.5 \cdot \frac{7}{16}}{0.5 \cdot \frac{7}{16} + 0.5 \cdot \frac{3}{20}} + 1 \cdot \frac{0.5 \cdot \frac{3}{20}}{0.5 \cdot \frac{7}{16} + 0.5 \cdot \frac{3}{20}} = 0.255$$

$$(6)\quad E[s(d,\theta_2)] = 0 \cdot \frac{0.5 \cdot \frac{3}{20}}{0.5 \cdot \frac{7}{16} + 0.5 \cdot \frac{3}{20}} + 1 \cdot \frac{0.5 \cdot \frac{7}{16}}{0.5 \cdot \frac{7}{16} + 0.5 \cdot \frac{3}{20}} = 0.745$$

Da $E[s(d,\theta_1)] < E[s(d,\theta_2)]$
wird das Klassifikationsobjekt x_c nach der Bayes-Regel der Musterklasse 1 zugeordnet. Dafür spricht auch eine anschauliche Interpretation: Innerhalb des Kreises in Abbildung 2.3 befinden sich mehr Objekte der Klasse 1 als Objekte der Klasse 2. In unmittelbarer Nähe vom Klassifikationsobjekt x_c, ausgedrückt durch S_n, liegen mehr Kreise als Dreiecke. Somit scheint - unter Berücksichtigung der Klassen-Stichprobenumfänge - die Wahrscheinlichkeit größer zu sein, daß x_c zur Gruppe der Kreise als zur Gruppe der Dreiecke gehört.

Aus der Ableitung der Formeln kann man ersehen, daß die Bestimmung des Volumens umgangen werden kann. Dies wird aber mit der Einschränkung erkauft, das set S_n aus der gemischten Population zu bilden. Allen NN-Verfahren ist gemeinsam, daß die Bestimmung von S_n (hier: der Radius des Kreises) nicht durch das Verfahren selbst gelöst werden kann[1]. Voraussetzung für die Anwendung des F/H-Verfahrens ist, daß die Verteilungsfunktionen über dem Parameterraum Θ stetig sind und der Stichprobenraum $\mathcal{X}$ ein metrischer Raum ist. Sind diese Prämissen gegeben, dann konvergiert diese Regel mit wachsendem Stichprobenumfang und immer kleiner werdendem S_n gegen die optimale Bayes-Regel[2].

Der Algorithmus zur Diskrimination nach dieser NN-Regel besteht darin, vom Klassifikationsobjekt die Abstände zu allen Objekten des training-samples zu bestimmen[3]. Dann werden alle Abstandsmaße der Größe nach geordnet, eine Zahl S_n^* bestimmt, wodurch das Umgebungsgebiet S_n festgelegt wird. Da es sich beim training-sample um markierte Objekte [4] handelt,

---

1) Zur Bestimmung von S_n vgl. Abschnitt 225.

2) Über die Konvergenzgeschwindigkeit werden von FIX/HODGES keine Aussagen gemacht.

3) Das Abstandsmaß ist ein noch unbestimmter Parameter und wird erst bei der empirischen Untersuchung festgelegt.

4) D.h. von jedem Objekt des training-samples ist bekannt, welcher wahren Musterklasse es angehört.

werden die Werte k_{1n} und k_{2n} durch Auszählen bestimmt. Die Anwendung dieses Verfahrens ist in der Vergangenheit oft daran gescheitert, daß Speicher- und Rechenzeitkapazität nicht in ausreichendem Maße zur Verfügung standen[1]. Bei der raschen hardwaremäßigen Entwicklung von Großrechnern ist dies z.Zt. nur noch ein kleines Problem und dürfte in nächster Zukunft kaum mehr ein Hindernis für die Anwendung des Verfahrens sein.

Eine Sonderform des hier vorgestellten NN-Verfahrens mit interessanten Eigenschaften ist das one-NN-Prinzip[2]. Dabei werden nicht k_n -Werte in die Analyse einbezogen, sondern nur das dem Klassifikationsobjekt am nächsten liegende Element. COVER/HART zeigen, daß bei einer (o,1)-Verlustfunktion[3] die Fehlklassifikationswahrscheinlichkeit P_e^* des 1-NN-Verfahrens für große Stichproben ($n \to \infty$) weniger als doppelt so groß wie die minimal mögliche Rate p_e ist:

$$(7) \quad p_e \leq p_e^* \leq p_e \left(2 - \frac{g}{g-1} p_e\right).$$

---

1) Vgl. etwa den Hinweis von J. SCHÜRMANN: Polynomklassifikatoren ..., a.a.O., S. 135.

2) Vgl. T.M. COVER and P.E. HART: Nearest Neighbor Pattern classification, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-13(1967), pp. 21-27.

3) Dies bedeutet, daß die gesamte Zahl der Fehlklassifikationen minimiert wird. Dieses Konzept wird von COVER bei Annahme anderer Verlustfunktionen noch verfeinert, vgl. T.M. COVER: Estimation by the Nearest-Neighbor-Rule, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-14 (1968), pp. 5o-55.

223 Nearest-Neighbor-Prinzip von LOFTSGAARDEN/ QUESENBERRY

Umgeht das Verfahren von FIX/HODGES einerseits geschickt die direkte Dichtefunktionsschätzung, so ist es andererseits aber an die Ableitung der Trennregel aus der gemischten Stichprobe gebunden. LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY haben nun dieses NN-Konzept erweitert, um zu einer echten Dichteschätzung zu gelangen[1)]. Das Klassifikationsproblem steht bei dieser Darstellung daher nicht im Vordergrund, sondern die Schätzung der Dichte in der Umgebung des Klassifikationsobjektes x_c erfolgt mittels einer plug-in-rule zur Lösung des statistischen Entscheidungsproblems.

Die Voraussetzungen des Verfahrens sind die gleichen wie bei FIX/HODGES:

> unabhängige, identisch verteilte p-dimensionale Zufallsvariable im Stichprobenraum $\mathcal{X}$ mit absolut kontinuierlichen Verteilungen über θ.

Betrachtet werden hier die bedingten Dichten $f(x_c|\theta_i)$ für $i = 1,\ldots,g$. Abbildung 2.4 soll das Vorgehen verdeutlichen.

---

1) D.O. LOFTSGAARDEN and C.P. QUESENBERRY: A nonparametric ..., a.a.O., pp. 1o49-1o51.
Abgekürzt wird dieses Verfahren L/Q genannt.

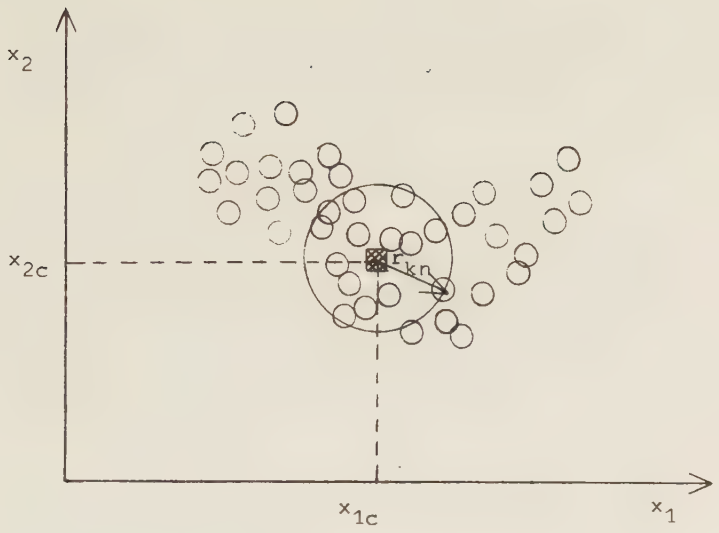


Abbildung 2.4: Graphisches Beispiel für das NN-Prinzip von LOFTSGAARDEN/ QUESENBERRY

Da wir nur die Ausprägungen einer Klasse betrachten, enthält die Graphik im Zwei-Merkmalsraum diesmal nur Kreise, die einer beliebigen Gruppe entsprechen. Es gilt in der beliebig kleinen Umgebung von $x_c(x_{1c}, x_{2c})$ die Dichte zu schätzen. Dazu sind nach der Schätzformel S_n und V_n zu bestimmen. LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY schlagen vor, eine beliebige kleine ganze Zahl k_n vorzugeben, die den Bedingungen

$$(1) \quad \lim_{n\to\infty} k_n = \infty \quad \text{und}$$

$$(2) \quad \lim_{n\to\infty} \frac{k_n}{n} = 0$$

genügt.

Dann wird das Volumen V_n von S_n bestimmt durch

$$(3) \quad V_n = \frac{2 \cdot r_{kn}^p \cdot \pi^{\frac{p}{2}}}{p \cdot \Gamma(\frac{p}{2})} \quad ,$$

Dabei ist $\Gamma(\cdot)$ die Gammafunktion[1]. Diese Volumenbestimmung erfüllt nur dann die notwendigen Bedingungen des allgemeinen Modells, wenn

$$(4) \quad r_{kn} \to o \quad .$$

Denn dann gilt auch

$$(5) \quad V_n \to o \quad .$$

Daraus ergibt sich die Bestimmung von r_{kn} als die Distanz von x_c zum k_n -ten nächsten Nachbarn. In unserem Beispiel wird $k_n = 14$ gewählt. r_{kn} ist dann die Distanz von x_c zum Punkt, der auf dem um x_c geschlagenen Kreis liegt. Das Volumen bestimmt sich durch:

$$(6) \quad V_n = \frac{2 \cdot r_{kn}^2 \cdot \pi^{\frac{2}{2}}}{2 \cdot \Gamma(\frac{2}{2})} = \pi r^2$$

---

1) Berechnung der Gammafunktion:

$\Gamma(u+1) = u!$
$\Gamma(1) = 1$
$\Gamma(o.5) = \sqrt{\pi}$
$\Rightarrow \Gamma(u+1) = u \cdot \Gamma(u)$

Vgl. dazu etwa H. VON MANGOLDT und K. KNOPP: Einführung in die höhere Mathematik, 3.Band, 12. Aufl., Stuttgart 1965, S. 491-5o3.

Im Zwei-Variablen-Fall entspricht das Volumen also genau der Kreisfläche mit dem Radius r_{kn}. Der Schätzwert $\hat{f}_n(x_c|\theta_i)$ bildet sich dann aus:

$$(7) \quad \hat{f}_n(x_c|\theta_i) = \frac{k_n - 1}{n \cdot \frac{2r_{kn}^p \cdot \pi^{\frac{p}{2}}}{p \cdot \Gamma(\frac{p}{2})}}$$

Für jede Klasse kann nun die Likelihood separat bestimmt werden, wobei k_n im Prinzip frei wählbar ist[1].

Da die Distanz in diesem Verfahren nicht nur zur Bestimmung der nächsten Nachbarn dient, sondern auch unmittelbar in die Dichteschätzung durch k_n eingeht, liegt in der Wahl des Abstandsmaßes ein gewisser Spielraum für den Anwender. Aus dessen Sicht kann die Wahl daher von der jeweiligen Problemstellung abhängig gemacht werden. LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY weisen jedoch darauf hin, daß für jede beliebige Metrik die Konsistenz dieses Schätzers gesichert ist.

---

1) Auf die Probleme bei der Bestimmung von k_n wird in Abschnitt 225 eingegangen. LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY zeigen, daß unter den vorgestellten Prämissen $\hat{f}_n(\cdot)$ asymptotisch erwartungstreu und konsistent ist. Andererseits weist WAGNER darauf-hin, daß

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_n(x)dx = \infty$$

ist, d.h. mit Hilfe des L/Q-Verfahrens können keine Wahrscheinlichkeitsdichten erzeugt werden. Vgl. T.J. WAGNER: Nonparametric estimates of probability densities, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-21(1975), pp. 438.

224 Kernel-Prinzip von PARZEN

Von PARZEN wird 1962 der Vorschlag gemacht[1], mit Hilfe von Gewichtsfunktionen[2] eine Art Dichtesmoothing zu erreichen[3]. Ziel ist hierbei wiederum die direkte Schätzung bedingter Wahrscheinlichkeitsdichten. Die Bestimmung von S_n und V_n geschieht diesmal auf eine völlig andere Weise, indem S_n mit Hilfe der Gewichtsfunktion $W_n(x_c, X)$ gebildet wird. Daraus folgt

$$(1) \quad V_n = h_n^p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(x_c, X)\, dX$$

und

$$(2) \quad k_n = n \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(x_c, X)\, dF_n(X)$$

mit $F_n(X)$ als empirischer Häufigkeitsverteilung über $\mathfrak{X}$.

---

1) E. PARZEN: On estimation ..., a.a.O., pp. 1o65-1o76. Die Erweiterung auf den multivariaten Fall erfolgt durch T. CACOULLOS: Estimation ..., a.a.O., pp. 179-189. Die eigentlichen Grundlagen für den PARZEN-Ansatz finden sich schon bei M. ROSENBLATT: Remarks on some nonparametric estimates of a density function, in: The Annals of Mathematical Statistics, 27(1956), pp. 832-837. Die Berufung auf PARZEN erfolgt - in Übereinstimmung mit der Literatur -, da von diesem der Ansatz zu einer umfassenden theoretischen Beschreibung ausgebaut wird. Im weiteren wird allgemein von kernel-Verfahren gesprochen.

2) Diese werden auch kernel-function, potential-function genannt.

3) Analogien zur Schätzung von Spektral-Dichtefunktionen im Rahmen der Spektralanalyse sind unübersehbar. Vgl. dazu etwa H .KÖNIG und J . WOLTERS: Einführung in die Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen, Meisenheim am Glan 1972.
Zum Vergleich dieser Ansätze siehe etwa M.S. BARTLETT: Statistical estimation of density functions, in: Sankhya, Ser. A, 25(1963), pp. 245-254.

$W_n(x_c, X)$ ist dabei eine Funktion der nächsten Nachbarn von x_c, h_n ein sogenannter smoothing-Parameter:

$$(3) \quad W_n(x_c, X) = \frac{1}{h_n^p} \cdot K_n\left(\frac{x_c - X}{h_n}\right)$$

K_n wird als Kernfunktion bezeichnet[1]. Sie soll folgenden Bedingungen genügen[2]:

$$(4) \quad K_n(z) \geq o$$

$$(5) \quad K_n(z) = K_n(-z)$$

$$(6) \quad \lim_{|z| \to \infty} |z|^p \cdot K_n(z) = o$$

$$(7) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} K_n(z)\,dz = 1$$

Für h_n soll gelten:

$$(8) \quad \lim_{n \to \infty} h_n = o$$

$$(9) \quad h_n > o$$

$$(10) \quad \lim_{n \to \infty} n \cdot h_n^p = \infty$$

---

1) Zur Vereinfachung ist hier $h_n^{(1)} = h_n^{(2)} = \ldots = h_n^{(p)}$, d.h. der smoothing-Parameter ist für alle Merkmale gleich groß.

2) Vgl. T. CACOULLOS: Estimation ..., a.a.O., p. 180. Mit $|z|$ sei die Länge des Vektors z bezeichnet.

Aus der allgemeinen Form des NN-Schätzers

$$(11) \quad \hat{f}_n(x_c|\theta_i) = \frac{k_n}{n \cdot V_n}$$

wird jetzt

$$(12) \quad \hat{f}_n^*(x_c|\theta_i) = \frac{n \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{h_n^p} \cdot K_n\left(\frac{x_c - X}{h_n}\right) dF_n(X)}{n \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} K_n\left(\frac{x_c - X}{h_n}\right) dX}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{h_n^p} \cdot K_n\left(\frac{x_c - X}{h_n}\right) dF_n(X)$$

$$\Rightarrow (13) \quad \hat{f}_n^{**}(x_c|\theta_i) = \frac{1}{n \cdot h_n^p} \cdot \sum_{j=1}^{n} K_n\left(\frac{x_c - x_j}{h_n}\right)$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} W_n(x_c, x_j)$$

Die Dichteschätzung ergibt sich nach dieser Form aus einem gewichteten arithmetischen Mittel der Abstände zwischen Klassifikationsobjekt und dessen nächsten Nachbarn. Wie stark weiter entfernte Nachbarn einbezogen werden, hängt von der Form der Kernfunktion sowie vom smoothing-Parameter ab. Eine übliche Gewichtsfunktion ist etwa die Normalverteilung[1], so

---

1) Vgl. etwa J.D.F. HABBEMA, J. HERMANS and K. VAN DEN BROEK: A stepwise discriminant analysis program using density estimation, in: COMPSTAT 74, Wien 1974, pp. 1o1-11o.
Andere Gewichtsfunktionen werden in Anlehnung an PARZEN etwa vorgeschlagen von K. FUKUNAGA: Introduction to statistical pattern recognition, New York-London 1972, p. 168.

daß sich ergibt:

$$(14) \quad W_n(x_c, X) = \frac{1}{(h_n \cdot \sqrt{2\pi})^p} \cdot \exp - \frac{1}{2} \left(\frac{x_c - X}{h_n}\right)^2$$

Damit wird $\hat{f}_n(\cdot)$ unter den genannten Bedingungen ein asymptotisch unverzerrter und konsistenter Dichteschätzer in einer geeigneten kleinen Umgebung von x_c für $f(x_c|\theta_i)$ [1]:

$$(15) \quad \hat{f}_n(x_c|\theta_i) = \frac{1}{n \cdot (h_n \sqrt{2\pi})^p} \cdot \sum_{j=1}^{n} \exp - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x_c - x_j}{h_n}\right)^2$$

Bei Verwendung solcher kernel-Schätzfunktionen sind zwei Entscheidungen zu treffen: Die Wahl von h_n, dem smoothing-Parameter, der in etwa mit dem Umgebungsgebiet bei den vorangegangenen NN-Verfahren zu vergleichen ist, und die Wahl einer Kernfunktion, die die Durchlässigkeit der nächsten Nachbarn für die Schätzung bestimmt.

---

1) Anders als beim L/Q-Verfahren führen kernel-Schätzer zu Wahrscheinlichkeitsdichten für jedes n, da

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K_n(z)dz = 1$$

225 Ansätze zur Lösung offener Probleme bei den Nearest-Neighbor-Verfahren.

2251 Bestimmung der Smoothing-Parameter

In der Literatur werden die kernel-Verfahren mit wesentlich größerem Interesse verfolgt als die anderen NN-Verfahren[1]. Erst in jüngerer Zeit scheint sich dies zu ändern. "In the pastthere has been extensive research on the properties of kernel estimates ... Recently there has been a good deal of interest in nearest-neighbor estimates"[2]. Die Vorschläge zur Bestimmung der Smoothing-Parameter betreffen daher hauptsächlich die kernel-Methoden. Für die k-NN-Verfahren (hier F/H und L/Q) zeigen FUKUNAGA/HOSTELER die Abhängigkeit des optimalen[3] k_n von

- der Stichprobengröße,
- der Zahl der Merkmale und
- der zugrundeliegenden Verteilung

auf[4]. Da jedoch die Verteilung unbekannt ist[5] (deren Dichte gilt es ja eben zu schätzen) helfen diese Zusammenhänge für die praktische Bestimmung des k_n nicht

---

1) Diese werden zur Abgrenzung - und auch aus historischen Gründen - mit k-NN-Verfahren bezeichnet.

2) Y.P. MACK and M. ROSENBLATT: Multivariate k-nearest neighbor density estimates, in: Journal of Multivariate Analysis, 9(1979), pp. 1 ff.

3) Optimalität bedeutet hier Minimierung des approximativen mittleren quadratischen Fehlers (MSE)

$$E_x\{\hat{f}_n(x) - f(x)\}^2$$

4) Vgl. K. FUKUNAGA and L.D. HOSTETLER: Optimization of k-nearest-neighbor density estimates, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-19 (1973), pp 32o-326. Die Verallgemeinerung für eine größere Klasse von k-NN-Verfahren zeigen Y.P. MACK and M. ROSENBLATT: Multivariate ..., a.a.O., pp. 1-15.

5) WAHBA schlägt ein Verfahren vor, das bei Vorliegen bestimmter Daten (periodischer Dichtefunktionen) ein optimals smoothing durchführt, vgl. G.WAHBA: Optimal smoothing of density estimates, in: Classification and Clustering, ed. by VAN RYZIN, New York 1977, pp. 423-458.

weiter. Ähnlich ist der Ansatz von MACK/ROSENBLATT[1], die für den verallgemeinerten k-NN-Ansatz die maximale Konvergenzrate des mittleren quadratischen Fehlers mit

$$(1) \quad \tilde{=} \; n^{-4/(4+p)}$$

beziffern, wenn

$$(2) \quad k = C \cdot n^{\alpha}$$

mit $\alpha > o$ und $\alpha = 4/(4+p)$. Dabei ist C wiederum eine Funktion u.a. der zugrundeliegenden Verteilung. Besinnt man sich auf die Konsistenzbedingungen für k_n

$$(3) \quad \lim_{n\to\infty} k_n = \infty$$

$$(4) \quad \lim_{n\to\infty} k_n/n = o$$

so ist ein Vorschlag von GOLDSTEIN durchaus plausibel,

---

1) Vgl. Y.P. MACK and M. ROSENBLATT: Multivariate ..., a.a.O., p. 13.

der im Rahmen seiner Simulationsuntersuchung

$$(5) \quad k_n = n^{\alpha}$$

setzt[1]. Dabei ist $0 < \alpha < 1$. Eine theoretische Beziehung zwischen der Wahl von α und dem Verhalten des MSE kann jedoch nicht angegeben werden. LOFTSGAARDEN/QUESENBERRY selbst weisen darauf hin, daß sich bei praktischen Untersuchungen

$$(6) \quad k_n \tilde{=} n^{\frac{1}{2}}$$

bewährt habe[2]. Der entsprechende Untersuchungsaufbau wird aber nicht beschrieben, so daß dieses Ergebnis nicht weiter beurteilt werden kann.

---

1) Vgl. M. GOLDSTEIN: Comparison ..., a.a.O., p. 668.

2) Vgl. D.O. LOFTSGAARDEN and C.P. QUESENBERRY: A nonparametric ..., a.a.O., p. 1o51.

WEGMAN weist darauf hin, daß die Bestimmung von k_n weniger kritisch sei als die von h_n (dem Smoothing-Parameter bei der kernel-Schätzung)[1]. Beim kernel-Prinzip ist zusätzlich noch die Wahl der Kernfunktion festzulegen. Der Einfluß dieser Funktion auf das Verhalten des MSE wird in der Literatur überwiegend als weniger gewichtig beurteilt: "The functional shape is not very important, but the value of smoothness parameter is ..."[2]. Während das Volumen V_n beim L/Q-Schätzer von den realen Daten abhängt (durch die Wahl eines fixen k_n entstehen variable Volumina), so ist bei der kernel-Methode das Volumen fix (durch h_n bestimmt) und somit von der vorliegenden Datenstruktur unabhängig[3]. Aus diesen Gründen wird oft vorgeschlagen, h_n aus den Daten heraus zu bestimmen. So empfehlen KOONTZ/FUKUNAGA die Ermittlung von h_n

---

1) Vgl. E.J. WEGMAN: Nonparametric probability density estimation: I. A summary of available methods, in: Technometrics, 14(1972), pp.533-546,hier p.540.

2) J.D.F. HABBEMA, J. HERMANS and J. REMME: Variable kernel density estimation in discriminant analysis, in: COMPSTAT 1978, Wien 1978, p. 179. Entgegengesetzt äußert sich dazu WEGMAN: "The choice of $K_n(x,y)$ is very important", E.J. WEGMAN: Nonparametric ..., I, a.a.O., p. 536.

3) Dies führt bei großen Dichtewerten zu einer Unterschätzung, bei kleinen jedoch zu einer Überschätzung, vgl. M. ROSENBLATT: Global measures of deviation for kernel and nearest neighbor density estimates, in: Smoothing techniques for curve estimation, Proceedings, ed. by TH. GASSER and M. ROSENBLATT, Heidelberg 1979, pp. 183.

anhand der geschätzten Varianz-Kovarianz-Matrix $\hat{\Sigma}$ vorzunehmen[1]:

$$(7) \quad h_n = \left(\frac{1}{p} \operatorname{tr} \hat{\Sigma}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot n^{-\frac{\alpha}{p}}$$

mit der Konstanten $0 < \alpha < 0.5$

Bei Vorliegen einer Normalverteilung ist dieses Vorgehen im Sinne des MSE optimal. Doch trifft dies in unserem Untersuchungsbereich in der Regel nicht zu. Eine andere Bestimmung kommt von DUIN[2]. Finde den Wert von h_n, der

$$(8) \quad L(h_n) = \prod_{j=1}^{n} \hat{f}_n(x_j)$$

maximiert. Die Schätzung von $\hat{f}_n(\cdot)$ erfolgt dabei über den schon erwähnten Weg mit Hilfe einer normal-

---

1) W.L.G. KOONTZ and K. FUKUNAGA: Asymptotic analysis of a nonparametric clustering technique, in: IEEE Transactions on Computers, C-21 (1972), pp. 967-974.

2) R.P.W. DUIN: On the choice of smoothing parameters for Parzen estimators of probability density functions, in: IEEE Transactions on Computers, C-25(1976), pp. 1175-1179.

verteilten Kernfunktion[1]. Für dieses Verfahren sind jedoch zwei Schritte erforderlich: Die punktweise Schätzung der Dichten für $j = 1,2,\ldots,n$ und dann mit dem gefundenen h_n die "eigentliche Dichteschätzung". Analog wie bei der Festlegung von k_n hat GOLDSTEIN bei Simulationsuntersuchungen gute Erfahrungen mit

$$(9) \qquad h_n = o.4n^{-\alpha}$$

und $\qquad o.o \leqq \alpha \leqq o.7$

gemacht[2].

---

1) Auf dieser Methode beruht auch die Bestimmung des h_n im schon erwähnten Programm von J.D.F. HABBEMA et.al.: A stepwise .., a.a.O., pp. 1o3 ff.

2) M. GOLDSTEIN: Comparison ..., a.a.O., p. 668.

Aus den Vor- und Nachteilen von L/Q- und kernel-Schätzern versucht das Konzept der variablen kernel-Verfahren eine Verbesserung zu erzielen[1]. Dabei wird h_n nicht mehr als fix angesehen, sondern analog zum L/Q-Verfahren aus dem Datenmaterial variabel bestimmt. So schlagen BREIMAN et. al. vor, die Dichte nach

$$(1o)\quad \hat{f}_n(x_c) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{(\alpha_k \cdot d_{j,k})^p} \cdot K\left(\frac{x_c - x_j}{\alpha_k \cdot d_{j,k}}\right)$$

zu schätzen. Dabei ist $d_{j,k}$ die Distanz zwischen x_j und seinem k-ten nächsten Nachbarn. $\alpha_k > o.o$ ist eine Konstante. Man sieht, daß zu dem Wert α noch die Bestimmung von k hinzukommt. Die Lösung erfolgt wiederum empirisch und bedingt somit einen äußerst hohen Rechenaufwand[2].

Insgesamt zeigt sich, daß zur Bestimmung der smoothing-Parameter i.d.R. auf heuristische Verfahren zurückgegriffen werden muß, da in der Datenrealität die notwendigen Prämissen zur Ermittlung optimaler Werte meistens nicht erfüllt sind.

---

1) Vgl. dazu etwa L. BREIMAN et. al.: Variable kernel estimates of multivariate densities, in: Technometrics, 19(1977), pp. 135-144. J.W. RAATGEVER and R.P.W. DUIN: On the variable kernel model for multivariate nonparametric density estimation, in: COMPSTAT 1978, Wien 1978, pp. 524-533. J.D.F. HABBEMA et. al.: Variable ..., a.a.O., pp. 178-185.

2) Gegenüber dem PARZEN-kernel-Verfahren sind nach Simulationsuntersuchungen jedoch Verbesserungen zu erwarten.

2252 Verbesserung der Rechen- und Speicherbelastungen

Als einer der wesentlichen Gründe für die Nichtanwendung nichtparametrischer NN-Verfahren wird oft der sehr hohe Rechen- und Speicheraufwand genannt[1]. Inzwischen ist die Computer-Technik jedoch so weit fortgeschritten, daß bei mittlerem Stichprobenumfang (wie etwa im Bilanzdatenbereich) die genannten Verfahren auch auf Geräten der mittleren Datentechnik bei akzeptablen Leistungen implementiert werden können. Dennoch sind Vorschläge aus der Literatur von theoretischem und praktischem Interesse, die sich mit einer Reduzierung des Rechenaufwandes befassen, um beim Einsatz dieser statistischen Bilanzanalyse in der Praxis den technischen Aufwand geringhalten zu können.

---

1) So etwa bei J. SCHÜRMANN: Polynomklassifikatoren ..., a.a.O., S. 135. Die hier aufgeführten Beiträge beziehen sich in erster Linie auf die k-NN-Verfahren und nicht auf die kernel-Methode, da bei der letzteren alle Objekte des training-sample (wenn auch mit unterschiedlichem Gewicht) einbezogen werden. Zur Rechenverbesserung in diesem Bereich vgl. aber auch die Anmerkung von W. FLESKES Eine nichtparametrische Punktschätzmethode für Realzeitanwendung , in: Angewandte Informatik, 2o(1978), S. 534.

So schlagen FUKUNAGA/NARENDRA einen branch-and-bound-Algorithmus vor[1], der (nach Simulationsuntersuchungen) zur Suche des nächsten Nachbarn nur einen Bruchteil der Menge von Distanzen berechnen muß. Hierbei wird in zwei Schritten vorgegangen:

Schritt 1: Zerlege das training-sample in - gemessen an der Distanz - möglichst homogene Schichten S_q und stelle das Ergebnis in einem Dendrogramm dar[2].

---

1) K. FUKUNAGA and P.M. NARENDRA: A branch and bound algorithm for computing k-nearest neighbors, in: IEEE Transactions on Computers, C-24(1975), pp. 75o-753.

2) Diese Zerlegung kann etwa durch ein Verfahren der Clusteranalyse vorgenommen werden.

Jeder Knoten q des Baumes wird dann charakterisiert durch[1]:

N_q := Zahl der Objekte in S_q

M_q := Mittelwert der Objekte in S_q

r_q := max $d(x_i, M_q)$ für i=1,...,N_q

Schritt 2: Suche die Distanz B des nächsten Nachbarn zu x_c nach zwei Regeln:

Regel 1: Wenn $d(x_c, M_q) > r_q + B$ dann kann kein x_i aus S_q der nächste Nachbar von x_c sein.

Denn da für $x_i \in S_q$

$d(x_c, x_i) + d(x_i, M_q) \geq d(x_c, M_q)$

und

$d(x_i, M_q) \leq r_q$ gilt,

folgt

$d(x_c, x_i) \geq d(x_c, M_q) = r_q > B$

Also ist x_i nicht der nächste Nachbar von x_c.

Regel 2: Wenn $d(x_c, M_q) > d(x_i, M_q) + B$ dann kann x_i aus S_q nicht der nächste Nachbar von x_c sein (folgt aus Regel 1).

Die Zweckbestimmung des darauf aufbauenden Algorithmus hängt von der Einteilung und der Zahl der Gesamt-Objektmenge in Schichten ab. Wenn das training-sample Schwankungen unterworfen ist (wie etwa bei der leaving-one-hold-out-Schätzmethode), muß im Einzelfall der Programmieraufwand gegenüber der Rechenzeitersparnis abgewogen werden. Will man durch gewöhnliche Ein- und Ausgabevorgänge nicht wieder die eingesparte Rechenzeit verlieren, muß die gesamte Stichprobe abgespeichert werden. Kernspeicherkapazitäten werden daher nicht frei.

---

1) Mit $d(\cdot)$ wird hierbei die Distanz zwischen den Argumenten bezeichnet. Das verwendete Distanzmaß muß der Dreiecksungleichung genügen und in der anschließenden Klassifikation auch verwendet werden.

Ein weiterer Vorschlag kommt von FRIEDMAN et. al.[1]. Die grundlegende Idee läßt sich am zweidimensionalen Beispiel gut darstellen. Abbildung 2.5 zeigt die Lage von 14 Objekten im Merkmalsraum (Kreise). Das kleine Quadrat bezeichnet das test-sample x_c (vom Umfang 1). Sucht man die zu x_c nächsten k=2 Objekte, so brauchen nur die Objekte x_5, x_6 und x_7 betrachtet zu werden, die innerhalb des Korridors r liegen. Dazu werden die Fälle des training-sample nach einem einzelnen Merkmal j aufsteigend geordnet und innerhalb dieser Rangfolge die Position des Klassifikationsobjektes gesucht. Berechnet wird nun die Distanz von x_c zum jeweils nächsten Objekt l, gemessen am Abstand auf der Koordinate j. Die jeweils k minimalen Distanzen werden gespeichert. Diese Rechnung wird solange durchgeführt, bis der

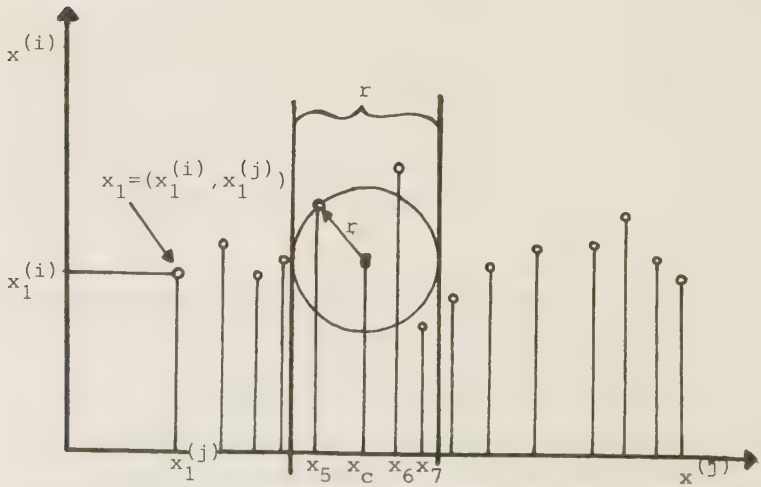


Abbildung 2.5 : Beispiel zum Auffinden der k-NN nach FRIEDMAN et.al.

1) J.H. FRIEDMAN et. al.: An algorithm for finding nearest neighbors, in: IEEE Transactions on Computers, C-24(1975), pp. 1ooo-1oo6.

j-Koordinaten-Abstand

$$||x_c^{(j)} - x_1^{(j)}|| := d(x_c, x_1)$$

größer oder gleich der k-ten minimalen Distanz d_k^2 ist. Im obigen Beispiel bedeutet dies[1]:

Schritt Tätigkeit

1 Sortieren der Objekte nach der Koordinate $x^{(j)}$

2 Positionieren von x_c anhand des Merkmals j

3

Stufe	Berechnung von Distanzen	k	minimale k-Distanz
1	$\|\|x_c - x_6\|\|$	1	$d(x_c, x_6)$
2	$\|\|x_c - x_7\|\|$	2	$d(x_c, x_7)$
3	$\|\|x_c - x_5\|\|$	2	$d(x_c, x_5)$
4	$\|\|x_c - x_8\|\|$	-	-

Auf Stufe 3 wird die zweite minimale Distanz ausgetauscht, da $d(x_c, x_5) < d(x_c, x_7)$. Der Suchprozeß wird auf Stufe 4 gestoppt, da

$$(x_c - x_8)^2 > d(x_c, x_5)^2$$

Für den unimodalen Fall können obere Grenzen für die Zahl der zu berechnenden Distanzen angegeben werden, die sich aber

1) Die hochgestellte Koordinatenkennzeichnung (j) entfällt der Übersichtlichkeit wegen. Außerdem werden die Objekte mit der Ordnungsnummer bezeichnet, obwohl dies nicht zwingend ist. Als Distanz wird hier die euklidische Norm gewählt (vgl. dazu Kapitel 333).

auf den multimodalen Fall nur schwierig übertragen lassen. Bei Simulationsuntersuchungen hat sich gezeigt, daß bei geringer Dimensionalität und nur wenig k-NN die Rechenzeit erheblich gesenkt werden kann. Dieser Vorteil verschwindet jedoch beinahe völlig, falls die Dimensionen über 8 und die Zahl der NN über 1o ansteigt. Speicherplatz wird durch dieses Verfahren nicht eingespart. Auch hier gilt es, den Programmierungs- und Implementierungsaufwand mit der zu erwartenden Rechenzeitersparnis zu vergleichen.

Während die beiden oben vorgestellten Verfahren auf exakten mathematischen Beziehungen beruhen und somit keinen Einfluß auf die Güte der Klassifikation besitzen, ist dies bei der sogenannten condensed-nearest-neighbor-rule (CNN-rule) nicht mehr der Fall[1)]. Dieses heuristische Verfahren basiert auf der Idee, daß für die Klassifikation die Randgebiete jeder Musterklasse, an der zwei Gruppen aufeinanderstoßen, die eigentlich problematische Zone ist. Mit Hilfe dieses Verfahrens wird also versucht, das trainings-sample so auszudünnen, daß nur noch die "kritischen Objekte" enthalten sind. Läßt sich dieses in großem Umfange verwirklichen, so ergäbe sich tatsächlich eine beträchtliche Rechen- und Kernspeicherkapazitätsent-

---

1) Dieses Verfahren wird zum ersten Mal von HART vorgestellt, vgl. P.E. HART: The condensed nearest neighbor rule, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-14 (1968), pp. 515-516. Vgl. aber auch C.W. SWONGER: Sample set condensation for a condensed nearest neighbor decision rule for pattern recognition, in: Frontiers of Pattern Recognition, ed. by S. WATANABE, New York 1972, pp. 511-526.

lastung, da das neue training-sample wesentlich im Umfang reduziert wäre. Der Ablauf dieses Verfahrens kann in folgenden Schritten dargestellt werden[1]:

Schritt	Tätigkeit
1	$x_1 \rightarrow A$
2	x_i klassifiziere nach 1-NN-Regel (für i=2) mit dem training-sample A wenn richtig klassifiziert: $x_i \rightarrow B$ wenn falsch klassifiziert: $x_i \rightarrow A$
3	wiederhole Schritt 2 für alle i=3,4,...,n mit den Originaldaten, bis alle Werte klassifiziert sind
4	wenn Speicher B leer, Ende des Verfahrens; wenn nicht, wiederhole Schritt 2 für alle i mit den Daten von B
5	wenn im vorangegangenen Schritt keine Zuordnung mehr zu A, dann Ende des Verfahrens wenn nicht, wiederhole Schritt 4

Nach Beendigung des Verfahrens steht in Speicher A das neue training-sample zur Verfügung. Die Daten aus Speicher B werden nicht mehr benötigt (keine Grenzwerte). Bei sich stark überlappenden Verteilungen ist der Gewinn bei diesem Verfahren sehr gering. Denn in A sind fast die Originalobjekte wieder enthalten. Simulationsuntersuchungen bestätigen jedoch, daß sich mit dieser Methode sehr gute Ergebnisse erzielen lasse. Es muß aber angemerkt werden, daß nicht kontrolliert werden kann,

- wann das Verfahren konvergiert
- wie groß die erwartete Zahl der Elemente in Speicher A sein wird
- wie stark das Risiko gegenüber dem Originalsample beeinflußt wird.

---

1) A und B sind Speicher, in die die einzelnen Objekte abgelegt werden.

2253 Merkmalsreduktionen

Wird der p-dimensionale Merkmalsraum sehr groß gewählt, treten bei der Dichteschätzung und der damit verbundenen Diskriminanzanalyse erhebliche Schwierigkeiten auf[1]:

- Die Rechenkapazitäten sind bald erreicht.
- Die Untersuchungskosten übersteigen das Budget.
- Hohe Interkorrelationen bringen unerwünschte, unkontrollierbare Störeffekte
- Schon die Auswahl der p Merkmale wird i.d.R. nur eine Teilmenge aller möglichen Variablen sein. Daher besteht die Frage nach der Güte der Auswahl.
- Der Stichprobenumfang wird für diese Merkmalsdimensionen zu klein (oder sehr gering).

Es erscheint daher sinnvoll, nach einer Variablen-Untermenge der Dimension p' zu suchen, die optimal in dem Sinne ist, daß sie den aus den Fehlklassifikationen entstehenden Verlust minimiert. Bislang gibt es noch keine Methoden, auf analytischem Weg Merkmalsvektoren zu gewinnen, die diesem Ziel genügen[2]. Erst die empirische Überprüfung aller

$$\binom{p}{p'} = \frac{p!}{p'!(p-p')!}$$

Merkmalskombinationen kann eine optimale Untermenge erreichen[3]. Jedoch ergibt dies z.B. bei 1o aus 4o

---

1) Zum Teil ergeben sich die gleichen Probleme bei jeder Form der Diskriminanzanalyse.

2) Vgl. H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 3o f.

3) Vgl. etwa W.S. MEISEL: Computer-oriented approaches to pattern recognition, 2nd ed., New York 1974, p. 2o3.

auszuwählenden Bilanzkennzahlen

$$\sim 8 \cdot 10^7$$

Kombinationen, für die Fehlklassifikationen zu schätzen sind. Beim heutigen Stand der Computer-Technik ist dies praktisch nicht durchführbar. In der Literatur werden daher eine Vielzahl von suboptimalen und heuristischen Verfahren vorgeschlagen, um eine wenigstens partielle Problemlösung zu finden. Für einen ersten Überblick können die Verfahren zur Merkmalsreduktion etwa durch die folgende Matrix dargestellt werden[1]:

mathematische Verfahren mit Reduktion im Meßraum	heuristische Verfahren mit Reduktion im Meßraum
mathematische Verfahren mit Reduktion im transformierten Raum	heuristische Verfahren mit Reduktion im transformierten Raum

Die Reduktion im Meßraum ist die eigentliche Auswahl, d.h. es werden (p-p') Merkmale von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen. Durch die Transformation hingegen werden alle p Merkmale so umgeformt (etwa durch Linearkombinationen), daß der p-dimensionale Meßraum durch den p'-dimensionalen Transformationsraum ersetzt wird. Dabei wird i.d.R. auf einen geringen Informationsteil verzichtet, um eine Reduktion der Merkmalszahl zu erreichen. Als mathematisch sollen Reduktionsmethoden dann bezeichnet werden, wenn die

---

1) Zur Begriffsbildung siehe etwa H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 133 ff. oder
J. KITTLER: Mathematical methods of feature selection in pattern recognition, in: International Journal of Man-Machine Studies, 7(1975), pp. 6o9-637.

Auswahl bzw. Umformung ausschließlich auf formal mathematischer Basis beruht. Kombinationen zwischen allen vier Matrixfeldern sind durchaus denkbar[1].

Mathematische Reduktionsverfahren im Meßraum vergleicht auf theoretischer Ebene KITTLER[2]. Dabei erweist sich die sogenannte variable KOLMOGOROV-Distanz im Zwei-Klassen-Fall

$$D_k(\Omega_1,\Omega_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} |W(\Omega_1,X) - W(\Omega_2,X)| \cdot W(X)\,dX$$

mit $W(\Omega_i,X)$ als A-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten und $W(X)$ als gemischte Wahrscheinlichkeitsdichte

vom Rechenaufwand her gesehen als vorrangig. Dies trifft jedoch nicht für den Mehr-Klassen-Fall zu sowie nicht beim Vorliegen von multivariater Normalverteilung[3]. Hinzu kommt, daß bezogen auf alle Distanzmaße die besten univariat trennenden Variablen selbst bei unabhängigen Merkmalen nicht notwendig auch das beste multivariate set ergeben müssen[4].

---

1) Daher ist dieses Gebiet auch so schwer zu strukturieren.

2) Vgl. J. KITTLER: Mathematical ..., a.a.O., pp. 613-623.

3) Durch die Annahme solch spezieller Verteilungen ist die Formulierung einfacherer Distanzen möglich.

4) Vgl. T.M. COVER: The best two independent measurements are not the two best, in: IEEE Transactions on Syst., Man and Cybern., SMC-4 (1974), pp. 116-117.

Da in unserem Anwendungsbereich Verteilungsannahmen wohl nicht sinnvoll getroffen werden können, entsteht durch die Dichteschätzung, die in die Distanz eingeht, eine weitere Unsicherheitsquelle. "... the selection of a feature subset in the measurement space is an extremly difficult problem... The computational requirements of even the simplified methods often lie beyond the capabilities of the present day computers"[1].

Gerade auf der Meßraumebene ist daher die Verbindung zwischen mathematischen Ansätzen und heuristischen Überlegungen sehr eng. So kann man etwa die verschiedenen univariaten Distanzmaße als (wenn auch schlechte) Näherung an die tatsächlichen Verhältnisse ansehen[2]. Die Berücksichtigung der Merkmalsabhängigkeit geschieht oft durch einfache oder multiple Korrelationskoeffizienten[3]. Ebenso kann das im Zusammenhang mit der parametrischen Diskriminanzanalyse häufig verwandte Verfahren des forward (bzw. backward oder complete) selection kein optimales set zusammenstellen[4]. Dieses Verfahren wird auch für den Bereich

---

1) J. KITTLER: Mathematical ..., a.a.O., p. 623.

2) So etwa H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 134.

3) Vgl. die Studie von A.N. MUCCIARDI and E.E. GOSE: A comparison of seven techniques for choosing subsets of pattern recognition properties, in: IEEE Transactions on Computers, C-2o(1971). pp. 1o23-1o31.

4) Vgl. dazu etwa K.S. FU et. al.:
Feature selection in pattern recognition, in: IEEE Transaction on System Sciences and Cybernetics, SSC-6(197o), pp. 33-39.
Dabei muß jedoch noch berücksichtigt werden, daß in den meisten Anwendungsfällen die notwendigen Voraussetzungen nicht erfüllt sind, so daß selbst ein suboptimales set nicht erreicht wird.

der nichtparametrischen Dichtefunktionsschätzungen vorgeschlagen und angewandt[1]. Aber allein bei der Berechnung der Distanzen zu den nächsten Nachbarn werden auch hier schnell die Grenzen der Leistungsfähigkeit erreicht[2]. Es scheint also der durch mathematische Verfahren unterstützte heuristische Weg bei der Variablenreduktion der z.Z. einzig praktikable zu sein.

Betrachtet man nun die Möglichkeiten der Variablentransformation, so ergeben sich ähnliche Probleme. Sei $x := (x_1, x_2, \ldots, x_p)$ der Ausgangsvariablenvektor, so ergibt sich mit

$$x^* = T(x)$$

ein neuer Vektor von niedriger Dimension. T bezeichnet dabei eine beliebige Transformationsfunktion, die so zu wählen ist, daß die Fehlerrate des Klassifikationssystems minimiert wird. Da auch hier eine rein analytische Lösung noch nicht möglich ist, sind alle Transformationsverfahren problemabhängig[3].

---

1) Vgl. etwa A.W.WHITNEY: A direct method of nonparametric measurement selection, in: IEEE Transactions on computers, C-2o(1971), pp. 11oo-11o3 oder J. HERMANS and J.D.F. HABBEMA: The ALLOC package: Multigroup discriminant analysis programs based on direct density estimation, in: COMPSTAT 1976, Wien 1976, pp. 35o-357.

2) So müssen $n_d = \sum_{k=1}^{p} (p-k+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot k$ Distanzen berechnet werden. Bei 25o Objekten, 38 Variablen und 8 auszuwählenden Merkmalen sind dies $\sim 2 \cdot 1o^8$ Werte. Rechnet man für die quadrierte Distanz 1/1oooo Sekunde Rechenzeit, so ergibt dies ~ 56 Stunden Gesamtrechenzeit. Dabei ist die Optimalität längst nicht gesichert, sondern nur eine Suboptimalität erreicht.

3) Die von NIEMANN erwähnten Methoden der problemunabhängigen Reihenentwicklungen (wie z.B. FOURIER-Transformationen) sind indifferent in der Bestimmung der Entwicklungskoeffizienten, da die zugrundeliegenden stochastischen Prozesse (insbesondere bei unserer Sachproblematik) nicht bekannt sind. Vgl. H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 93 ff.

Die direkte Bestimmung der Transformationsfunktion anhand des Fehlerraten-Minimierungskriteriums führt zu äußerst komplizierten mathematischen Problemen, die bislang noch nicht gelöst worden sind. Man behilft sich daher in der Literatur mit Ersatzkriterien, deren Erreichung mathematisch einfacher ist und die in gewisser Weise dem eigentlichen Minimierungsziel dienen. So zeigt sich, daß die Reduktion im Transformationsraum ebenfalls nur suboptimal sein kann.

Aus der Fülle der Literaturvorschläge in bezug auf Verfahren und Kriterien sei die Transformationsproblematik hier nur anhand der KARHUNEN-LOEVE-Entwicklung (auch als Faktorenanalyse bekannt) kurz dargestellt[1]. Das gebräuchlichste Verfahren der Faktorenanalyse extrahiert die einzelnen Faktoren nach dem fallenden Beitrag an der Gesamtvarianzerklärung. Beschränkt man sich aus Reduktionsgründen auf weniger als p Faktoren, so erklären diese p' Faktoren zwar einen (vielleicht) hohen Anteil an der Gesamtvarianz. Es ist aber nicht auszuschließen, daß eine andere Faktorenkombination, die weniger Gesamtvarianz erklärt, mehr zur Minimierung der Fehlerrate beiträgt. FUKUNAGA/KOONTZ schlagen daher vor, nicht von einer Gesamtkorrelationsmatrix sondern von gewichteten Klassenkorrelationsmatrizen auszugehen[2]. Eine im Vergleich dazu

---

1) Zum Überblick über Modelle, Verfahren und Literatur vgl. Kapitel 42. Siehe aber auch S. WATANABE: Karhunen-Loève expansion and factor analysis, in: Transactions on 4th Prague Conference on Information Theory, Prag 1967, pp. 635-660.

2) Vgl. K. FUKUNAGA and W.L.G. KOONTZ: Application of the Karhunen-Loève expansion to feature selection and ordering, in: IEEE Transactions on Computers, C-19(1970), pp. 311-318.

bessere Transformationsmatrix[1] ergibt sich nach FOLEY/SAMMON aus der Verwendung von Diskriminanzvektoren, deren Bestimmung auf einem verallgemeinerten FISHER-Kriterium basieren[2]. Der Vorteil dieser Transformationsverfahren liegt in der simultanen Verarbeitung aller p Merkmale. Die Nachteile lassen jedoch eine nähere Betrachtung für die angestrebte Variablenreduktion bei der Bilanzanalyse hier nicht sinnvoll erscheinen. So können zwar die individuellen Gewichte der Merkmale je Faktor festgestellt und so diesen Eigenvektoren eine sachlogische Interpretation zugeordnet werden. Die Faktorenwerte selbst sind jedoch nicht in der Realität bestehende Größen, die aus den p Bilanzkennzahlen geschätzt werden müssen[3]. Die nach gewissen Kriterien festgelegten Faktoren sind die neuen p' Merkmale, die für das Klassifikationssystem verwendet werden. Daher sind die Schwierigkeiten für die

---

1) Der Vergleich beruht auf einem Beispiel für die Indifferenz der FUKUNAGA/KOONTZ-Entwicklung sowie auf Simulationsrechnungen.

2) Vgl. D.H. FOOLEY and J.W. SAMMON: An optimal set of discriminant vectors, in: IEEE Transactions on Computers, C-24(1975), pp. 281-289.

3) Zur Problematik der Schätzung von Faktorenwerten vgl. etwa
C.W. HARRIS: On factors and factor scores, in: Psychometrika, 32(1967), pp. 363-379.
L.R. TUCKER: Relations of factor score estimates to their use, in: Psychometrika, 36(1971), pp. 427-436.
B.F. GREEN jr: On the factor score controversy, in: Psychometrika, 41(1976), pp. 263-266.

praktische Anwendung aus psychologischen Gründen als äußerst groß anzusehen. Die Vorauswahl von p Merkmalen ist i.d.R. nicht umfassend in bezug auf das Sachproblem. Vergleicht man daher verschiedene Untermengen von p und deren Transformationen etwa mit Hilfe der Faktorenanalyse, so ergeben sich mehrere suboptimale Lösungen mit evtl. auch gleicher Anzahl von p' Merkmalen. Diese Auswahl kann ebenfalls nur empirisch erfolgen. Damit überträgt sich die Problematik des Meßraumes auf die des Transformationsraumes. Hinzu kommt noch der oft relativ hohe Rechenbedarf zur Bestimmung der Transformationsmatrix[1)].

Insgesamt zeigt sich, daß die Merkmalsreduktion ein äußerst schwieriges, analytisch bisher ungelöstes Problem darstellt. In der Mustererkennung haben sich aber bisher problemabhängige heuristisch-mathematische Verfahren verhältnismäßig gut bewährt. Für eine statistische Bilanzanalyse weniger geeignet erscheinen dagegen Reduktionsverfahren im transformierten Raum.

---

1) Die Abwägung zwischen diesem Rechenmehraufwand und dem zu erwartenden Gewinn bei der Minimierung der Fehlerrate erscheint als ein äußerst schwieriges, wenn nicht sogar mangels geeigneter Information unlösbares Problem.

3 Empirische Analyse der Jahresabschlüsse kleiner und mittlerer Unternehmen

31 Aufbau der Untersuchung

311 Bestimmung der Merkmale

Das Oberziel dieser empirischen Untersuchung liegt in der Beantwortung der Frage, ob sich der dargestellte Mustererkennungsprozeß mit einem auf nichtparametrischer Dichteschätzung beruhenden Klassifikator als Grundlage für eine statistische Bilanzanalyse eignet. Für eine zuverlässige Arbeit dieses Verfahrens ist ein verhältnismäßig großer Stichprobenumfang erforderlich, zumal andere empirische Studien immer wieder die große Heterogenität von Bilanzdatenmaterial aufgezeigt haben. Die erste, schwierigste und zeitaufwendigste Schwelle besteht daher in der Erhebung geeigneter Daten[1]. Nur durch die Unterstützung zahlreicher Kreditinstitute ist es möglich geworden, in größerem Umfang problematische Kreditfälle (schlechte Kredite)[2] direkt bei den beteiligten Instituten zu erheben und unproblematische Objekte (gute Kredite) maschinell einer großen Bilanzdatenbank zu entnehmen. Um die Vergleichbarkeit zwischen guten und schlechten Objekten zu gewährleisten, wird die Aufbereitung der Jahresabschlüsse bei den schlechten Krediten analog den maschinell erhobenen guten Krediten vorgenommen[3].

---

1) Nicht minder schwierig ist die Erstellung geeigneter Computerprogramme, da die zu untersuchenden Verfahren programmiert nicht erhältlich sind (vgl. Anhang 6).

2) In der Literatur werden meistens ähnliche Begriffe zur Abkürzung gebraucht. Nicht übernommen wird von uns der Begriff des schlechten und guten Risikos, da sonst Mißverständnisse mit dem eingangs definierten Risikobegriff auftreten könnten.

3) Aus Gründen der Geheimhaltung kann auf diese Aufbereitung leider nicht näher eingegangen werden, da die Angabe der zugrundeliegenden Aufbereitungsrichtlinien Rückschlüsse auf die Kreditinstitute zuließe.

Daher muß bei dieser Untersuchung der Fehler unberücksichtigt bleiben, daß durch verschiedene Bearbeiter sachlich unterschiedliche Aufbereitungen möglich sind[1]. Insgesamt stehen nun die in Tabelle 3.1 aufgeführten Jahresabschlußpositionen zur Verfügung.

1	BU	= Bruttoumsatz
2	U	= Nettoumsatz
3	GL	= Gesamtleistung
4	MAUF	= Materialaufwand
5	RERT	= Rohertrag
6	SOE	= sonst. ordentl. Erträge
7	PAUF	= Personalaufwand
8	ABSA	= Abschreibungen auf Sachanlagen
9	ZIN	= Zinsen, Diskont
1o	GEWS	= Gewerbe- und Lohnsummensteuer
11	SOA	= sonstiger ordentlicher Aufwand
12	BERG	= Betriebsergebnis
13	AOAB	= außerordentliche Abschreibungen
14	EEVS	= EEV-Steuern
15	NEUT	= neutrales Ergebnis
16	BILE	= Bilanzergebnis
17	GRG	= Grundstücke, Gebäude (bereinigt)
18	SAV	= Sachanlagevermögen (bereinigt)
19	FAV	= Finanzanlagevermögen (bereinigt)
2o	VORR	= Vorräte
21	LIQ	= liquide Mittel
22	FLL	= Forderungen aus Lieferungen und Leist.
23	UV	= Umlaufvermögen (bereinigt)
24	UB	= Unterbilanz
25	BS	= Bilanzsumme (bereinigt)
26	EK	= Eigenkapital (wirtschaftlich)
27	LFK	= langfristiges Fremdkapital
28	VLL	= Verbindlichkeiten aus Lief. und Leist.
29	WEV	= Wechselverbindlichkeiten
3o	KFK	= kurzfristiges Fremdkapital
31	BINV	= Bruttoinvestitonen
32	MOB	= Mobilien aus Bruttoinvestitionen
33	BAUF	= MAUF+PAUF+ABSA+GEWS+SOA (Betriebsaufwand)
34	AV	= SAV+FAV (Anlagevermögen)
35	FK	= LFK+KFK (Fremdkapital)
36	GV	= BS (Gesamtvermögen)
37	GK	= BS (Gesamtkapital)
38	WERS	= GL-MAUF-ABSA-SOA (Wertschöpfung)

Tabelle 3.1: Erhobene Jahresabschlußpositionen

1) Da die Aufbereitung der guten Fälle durch erfahrene Mitarbeiter vorgenommen wurde, besteht einerseits Grund zu der Annahme, daß dies sachgerecht erfolgte und zum anderen, im Hinblick auf eine praktisch einsetzbare statistische Bilanzanalyse, realitätsnah vorgegangen wurde.

Diese Werte sind bereits in einigen Positionen bereinigt (vgl. Tabelle 3.2).

	Grund-, Stamm-, Gesellschafterkapital
+	Rücklagen
+	sonstige haftende Eigenmittel
+	Sonderposten mit Rücklageanteil (5o %)
+	Darlehen von Gesellschaftern
-	eigene Aktien
-	Forderungen an Gesellschafter
-	Verlust/Verlustvortrag
-	Disagio
-	Unterbilanz
-	ausstehene Einlagen
=	wirtschaftliches Eigenkapital (EK)

wenn EK durch Bereinigung negativ, dann EK = o und UB = EK sowie entsprechende Korrektur von BS.

	unbereinigte Bilanzsumme
-	eigene Aktien
-	Forderungen an Gesellschafter
-	Verlust/Verlustvortrag
-	Disagio
-	ausstehende Einlagen
-	Wertberichtigungen zu Finanzanlagen
-	Wertberichtigungen zu Sachanlagen
=	bereinigte Bilanzsumme (BS)
	unbereinigtes Sachanlagevermögen
-	Wertberichtigungen zu Sachanlagen
-	Disagio
-	ausstehende Einlagen
=	bereinigtes Sachanlagevermögen (SAV)
	unbereinigtes Finanzanlagevermögen
-	Wertberichtigungen zu Finanzanlagen
=	bereinigtes Finanzanlagevermögen (FAV)
	unbereinigtes Umlaufvermögen
-	Forderungen an Gesellschafter
-	eigene Aktien
=	bereinigtes Umlaufvermögen (UV)
	Grundstücke und Gebäude, unbereinigt
-	Wertberichtigungen zu Grundst. u. Gebäuden
=	Grundstücke, Gebäude, bereinigt (GRG)

Tabelle 3.2: Bereinigung von Bilanzpositionen

Obwohl die grundsätzliche Erhebungskonzeption bereits in dem dargestellten Entscheidungsmodell enthalten ist, bereitet die praktische Durchführung jedoch erhebliche Schwierigkeiten. Das bei jedem Kredit vorhandene latente Risiko der Nichtzahlung (von Zins und/oder Tilgung) wird erst dann zu einem akuten Risiko für die Bank, wenn die Nutzenerwartungen negativ bzw. die Verlusterwartungen positiv werden[1]. Da sich diese Erwartungen gemäß unserem Modell allein auf die Jahresabschluß-Informationen beziehen sollen, können wir folgende zwei Gruppen bilden:

1. Objekte, bei denen allein aufgrund der Bilanzbeurteilung ein Verlust aus dem bestehenden oder zukünftigen Kreditverhältnis zu erwarten ist (akutes Risiko).

2. Objekte, bei denen allein aufgrund der Bilanzbeurteilung kein Verlust aus dem bestehenden oder zukünftigen Kreditverhältnis zu erwarten ist (latentes Risiko).

Damit tritt aber ein circulus vitiosus zutage: Um selbst Erwartungen bestimmen zu können (Risikoerkennung), müssen die Risiken erst bekannt sein. Daher bleibt nur das Ausweichen auf Daten der Vergangenheit[2], in der Annahme, daß zumindest über eine gewisse Zeitperiode hinweg eine Vergleichbarkeit gegeben ist. Da in der Praxis die Beurteilung eines Kredites anhand der Bilanz im Vordergrund steht, kommen wir zu folgender praktikablen Definition der ersten Gruppe:

> Die Gruppe der schlechten Fälle[3] enthält solche Unternehmen, auf die eines oder mehrere der folgenden Merkmale zutrifft:

---

1) Vgl. die Definition des Risikos in Kapitel 121.

2) Vgl. auch die Modellansätze bei der Insolvenzprognose.

3) Aus technischen Gründen konnten nur Fälle mit einer Kreditmindesthöhe von 2oo TDM erfaßt werden.

- Das Kreditinstitut hat eine Einzelwertberichtigung oder eine direkte Abschreibung in seinem Jahresabschluß für den vergebenen Kredit gebildet (EWB).

- Das Kreditinstitut hat auf eine Einzelwertberichtigung verzichtet, obwohl alle Voraussetzungen gegeben waren, da bilanzpolitische Gründe dagegen sprachen, oder der Kredit ausreichend abgesichert war (bemerkenswerter Kredit, bK).

- Das Unternehmen hat (rechtlichen) Konkurs angemeldet (K).

- Das Unternehmen hat (rechtlichen) Vergleich angemeldet (V).

Die Einzelwertberichtigung ist i.d.R. das erste überprüfbare Anzeichen[1] für ein akutes Risiko, d.h. zu diesem Zeitpunkt rechnet der Kreditgeber fest mit einem Verlust aus der Kreditbeziehung. Durch entsprechend hohe Sicherheiten werden Banken oft veranlasst, auf den Ansatz einer EWB zu verzichten. Da Sicherheitsleistungen jedoch grundsätzlich ein Verhandlungspunkt

---

1) Überprüfungsinstanzen sind die Finanzbehörden sowie die externen Prüfer nach § 27 KWG. Zur Prüfung und Bildung von EWB vgl. BUNDESAUFSICHTSAMT FÜR DAS KREDITWESEN: Bekanntmachung Nr. 2/68 betreffend Richtlinien für den Inhalt der Prüfungsberichte zu den Jahresabschlüssen der Kreditinstitute (Prüfungsrichtlinien) vom 2o.12.68, in: Bundesanzeiger Nr. 3 vom 7.1.69, sowie BANKENFACHAUSSCHUSS DES IDW: Zur Abschlußprüfung von Kreditinstituten - Einzelfragen zur Prüfung des Kreditgeschäftes und Darstellung der Prüfungsergebnisse im Prüfungsbericht, 1/1978.
Zur Einzelwertberichtigung vgl. aber auch B. PAULUHN: Einzelwertberichtigung auf Engagements, in: Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 32 (1979), S. 688-692.

bei Aufnahme von Kreditbeziehungen sind und nur Verluste aus diesen decken sollen, dürfen solche bemerkenswerten Kredite[1] bei der Risikobeurteilung nicht vernachlässigt werden[2]. Die Konkurs- und Vergleichsunternehmen umfassen solche Objekte, bei denen ein Kreditverlust eingetreten ist, ohne daß dieses akute Risiko vorher etwa in Form einer EWB o.ä. erkannt worden ist[3].

Diese praktikable Abgrenzung der Gruppe der schlechten Objekte kann nur als Annäherung an das zu messende Merkmal (Verlust allein nach der Bilanzbeurteilung zu erwarten) verstanden werden, so daß mit verzerrten Ergebnissen aus der empirischen Untersuchung zu rechnen ist. Es ist also durchaus denkbar, daß Bilanzen erhoben werden, die nach einer Bilanzanalyse als gut bezeichnet werden müssen, obwohl aus anderen Beurteilungsfaktoren heraus für dieses Engagement eine EWB gebildet worden ist. Solche Fälle können jedoch nicht eliminiert werden, da ja erst ein Instrumentarium zur Bilanzanalyse entwickelt werden soll. Wendet man jedoch andere Verfahren an (z.B. die traditionelle Analyse etwa mit Unterstützung von Branchenkennzahlen), so ergibt sich wieder das Problem der Ableitung und Festlegung eindeutiger Entscheidungsregeln. Vernachlässigt man all die genannten Unstimmigkeiten, so kann die Annahme aufgestellt werden:

---

1) Die Bezeichnung stimmt mit dem gleichlautenden Begriff des BAK und BFA nur zum Teil überein.

2) Dazu K. MELLEROWICZ und H. JONAS: Bestimmungsfaktoren ..., a.a.O., S. 16: "Es gibt keinen wirkliche gesicherten Kredit, denn es gibt keine feststehenden Werte in der Wirtschaft". Vgl. hierzu etwa auch B. RUDOLPH: Die Kreditvergabentscheidung der Banken, Opladen 1974, S. 98 ff.

3) Zu den Vergleichen zählen auch die Liquidationsvergleiche. Eventuelle Sicherheitenverwertung wird bei der Verlustbestimmung nicht angerechnet.

> Die oben beschriebene Grundgesamtheit umfaßt diejenigen Objekte, bei denen ein akutes Kreditrisiko vorliegt, das i.d.R. aus den Bilanzen direkt erkennbar ist[1].

Dieses akute Risiko ist zu einem bestimmten Termin erkannt worden (Stichdatum = SD). Dieses Erkennen ist aber von so vielen Faktoren abhängig, daß dieses SD nur als ungefährer Anhaltspunkt dienen kann[2].

Die Abgrenzung der guten Objekte fällt formal nicht schwer, wenn man diese Fälle als Komplementärmenge auffaßt:

> Die Grundgesamtheit der guten Unternehmen enthält diejenigen Firmen, bei denen zwar ein latentes Risiko, aber nicht eine akute Kreditgefährdung, die aus den Bilanzen i.d.R. erkennbar ist,vorliegt.

Dies bedeutet, daß zu dieser Gruppe alle Engagements gehören, die nicht in die Kategorien EWB, bK, K oder V fallen. Da eine EWB auch wieder aufgelöst werden kann, ist es durchaus denkbar, daß ein Objekt zu verschiedenen Zeitpunkten differierenden Grundgesamtheiten entstammt. Denn die Definitionen der Gesamtheiten ist nicht abhängig vom Objekt als Rechtseinheit, sondern als Wirtschaftseinheit. Dies erschwert die Erhebung der guten Fälle, da der Ansatz des Zeitpunktes insbesondere bei den Kriterien EWB und bK von starker Subjektivität des entsprechenden Kreditinstitutes geprägt sein kann. Außerdem können "gute" Fälle erhoben werden, die sich in einem gewissen kurz-

---

1) Es soll auch hier noch vom Risiko gesprochen werden, wenn etwa bei einem Konkurs schon ein tatsächlicher Verlust eingetreten ist.

2) So ist auch etwa die Konkurseröffnung nur der Schlußpunkt unter eine meist weniger erfreuliche Entwicklung des betreffenden Unternehmens.

fristigen Zeitraum[1] vor dieser akuten Risikoeinschätzung befinden. Werden jetzt neue Objekte mit solchen Unternehmen verglichen, die ja dann als "gut" gekennzeichnet sind, führt dies zu einer starken Fehlklassifikation im Sinne einer Krisen-Früherkennung. Aus diesem Grund wird an die Auswahl guter Fälle die zusätzliche Nebenbedingung gestellt, daß das Unternehmen in einem gewissen Zeitraum sowohl einen positiven Eigenkapitalwert als auch ein positives Bilanzergebnis aufweisen muß[2].

Nach den Abgrenzungen der zugrundeliegenden Musterklassen gilt es nun, die Merkmale des Meßraumes zu bestimmen. Bei Beschränkung auf das vorliegende Jahresabschlußmaterial bieten sich Bilanzkennzahlen geradezu dafür an[3].

"Kennzahl" und "Kennziffer" werden im allgemeinen Sprachgebrauch oft synonym gebraucht[4]. Als Kennziffern werden hier numerische Angaben angesehen, "mit deren Hilfe eine Identifikation gleichartiger Einheiten möglich ist (z.B. Postleitzahlen, Kraftfahrzeug- oder

---

1) Vielleicht 1 - 5 Jahre.

2) Dies erscheint uns anhand des zur Verfügung stehenden Datenmaterials die einzig mögliche - wenn auch einschneidende - Bedingung zu sein, um die obengenannten Verfremdungseffekte auszuschalten.

3) Der Vergleich von Originalbilanzdaten zwischen Unternehmen unterschiedlicher Größe erscheint allgemein nicht sehr sinnvoll.

4) Auch in der betriebswirtschaftlichen Literatur wird oft so verfahren bzw. von Fall zu Fall verschieden definiert. Vgl. hierzu etwa H. WISSENBACH: Betriebliche Kennzahlen und ihre Bedeutung im Rahmen der Unternehmerentscheidung, Berlin 1967, S. 34-36 oder H. ANTOINE: Kennzahlen, Richtzahlen, Planungszahlen, 2. Aufl., Wiesbaden 1958, S. 22.

Maschinennummern)"[1]. In diesem Sinne haben wir es im folgenden nicht mit Kennziffern, sondern nur mit Kennzahlen zu tun.

In Anlehnung an den Begriff "ratio" der angelsächsischen Literatur werden hier Bilanzkennzahlen als Verhältniszahlen[2] mit besonderer Aussagekraft definiert, in die zwei oder mehr Größen einer Bilanz und/oder Gewinn- und Verlustrechnung eingehen (vgl. Tabelle 3.3). Dabei kommen sie vorzugsweise als Beziehungs-, Gliederungs- und Meßzahlen zur Anwendung[3].

Bilanzkennzahlen		
Arten	Definition	Beispiel
Beziehungszahlen	$\frac{\text{Gesamtmasse (x)}}{\text{Gesamtmasse (y)}}$	$\frac{\text{Jahresüberschuß}}{\text{Gesamtkapital}}$
Gliederungszahlen	$\frac{\text{Teilmasse (x)}}{\text{Gesamtmasse (x)}}$	$\frac{\text{Fremdkapital}}{\text{Gesamtkapital}}$
Messzahlen	$\frac{\text{Gesamtmasse (x,y)}}{\text{Gesamtmasse (x,z)}}$	$\frac{\text{Umsatz (t+1)}}{\text{Umsatz (t)}}$
x,y,z sind dabei unterschiedliche Merkmale der jeweiligen statistischen Masse mit (t) wird ein Zeitpunkt gekennzeichnet		

Tabelle 3.3: Arten von Bilanzkennzahlen

1) I. ESENWEIN-ROTHE: Statistische Kennzahlen, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. von E. KOSIOL, Stuttgart 1970, Spalte 817.

2) Zum Begriff der Verhältniszahlen vgl. etwa G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß ..., Teil 2, a.a.O., S. 232 ff.

3) Vgl. etwa M. RADKE: Finanzwirtschaftliche Kennzahlen, in: Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, hrsg. von H.E. BÜSCHGEN, Stuttgart 1976, Spalte 1111 oder G. VOGLER und H. MATTES: Theorie ..., a.a.O., S. 45.

Messzahlen ergeben sich aus dem Verhältnis zweier statistischer Massen, die im Hinblick auf definierte Merkmale gleichartig, im Hinblick auf andere, sachliche oder zeitliche Merkmale, jedoch verschiedenartig sind. Die in Tabelle 3.3. als Beispiel angegebene Umsatzveränderungsrate zeigt im Merkmal "entstammt aus der GuV" Gleichartigkeit, in bezug auf das Merkmal "Zeit" jedoch Verschiedenartigkeit. Bei Gliederungszahlen wird eine Relation zwischen einer statistischen Gesamtmasse und einer daraus entnommenen statistischen Teilmasse hergestellt (üblicherweise der Quotient Teilmasse zu Gesamtmasse). Werden alle möglichen Gliederungszahlen zu einer vorliegenden statistischen Gesamtmasse gebildet, dann ist deren Summe 1. Beziehungszahlen entstehen dadurch, daß zwei merkmalsverschiedene statistische Massen aufeinander bezogen werden.

Gliederungszahlen und Meßzahlen sind bei der Bilanzanalyse "unersetzbar"[1] und auch materiell unproblematisch[2]. "Die Beziehungszahlen simplifizieren die Realität. Sie bewegen sich in der Welt eindimensionaler Beziehungen. Sie geben nur monokausale Erklärungen für die beobachteten Wirkungen, obwohl die hinter ihnen stehenden betriebswirtschaftlichen Modelle höchst differenzierte, multikausale Erklärungen fordern"[3].

Wichtig für die weitere Beurteilung von Beziehungszahlen ist die Unterscheidung[4] zwischen

---

1) J. HAUSCHILDT: Entwicklungslinien der Bilanzanalyse, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 23 (1971), S. 34o.

2) Vgl. G. VOGLER und H. MATTES: Theorie ..., a.a.O., S. 46.

3) J. HAUSCHILDT: Entwickungslinien ..., a.a.O., S. 342.

4) Vgl. G. VOGLER und H. MATTES: Theorie ..., a.a.O., S. 46.

1. Kennzahlen, bei denen zwischen Zähler- und Nennergrößen finale oder sachlogische Zusammenhänge bestehen oder vermutet werden und

2. Kennzahlen, bei denen zwischen Zähler- und Nennergrößen ein tatsächlicher oder vermuteter Ursache-Wirkungs-Zusammenhang besteht.

Nicht alle Kombinationen von Bilanz- und GuV-Positionen lassen sich sinnvoll als Beziehungszahlen bezeichnen.

Eine Möglichkeit, die Ursachen-Wirkungs-Zusammenhänge zwischen den Komponenten der Kennzahlen aufzudecken, ist die Erstellung von Kennzahlen-Systemen[1]. Ein sehr bekanntes internationales System ist das "DuPont System of Financial Control"[2], ein deutsches Kennzahlensystem das "ZVEI-Kennzahlensystem"[3]. Mit Hilfe dieser Hierarchien wird versucht, die Ursächlichkeit von Veränderungen einer bedeutenden Kennzahl (z.B. return on investment = ROI) durch weitere Aufspaltung in andere Kennzahlen zu erfassen. Durch diesen engen Zusammenhang auf den einzelnen Hierarchiestufen ergeben sich lineare Bindungen, die für eine multivariate Auswertung nicht mehr geeignet sind, es sei denn, man beschränkt sich auf die Kennzahlen der untersten Stufe.

---

1) Vgl. die systematische Entwicklung bei W.H. STAEHLE: Kennzahlen und Kennzahlensysteme als Mittel der Organisation und Führung von Unternehmen, Wiesbaden 1969.

2) Vgl. o.V.: Executive Committee Control Charts. A description of the DuPont Chart System for appraising operating performance, Wilmington (Del.), 1959. Für den deutschen Bereich vgl. auch J. HAUSCHILDT: Bilanzanalyse mit Kennzahlensystemen. Das "Du-Pont-Controlsystem" und seine Anwendung auf deutsche Jahresabschlüsse, in: Harzburger Hefte, 13(1970), S.28 ff.

3) ZENTRALVERBAND DER ELEKTROTECHNISCHEN INDUSTRIE E.V. FRANKFURT/M. (Hrsg.): ZVEI-Kennzahlensystem - Ein Instrument zur Unternehmenssteuerung, 2. Aufl., Frankfurt 1971.

312 Aufbau der Datenbanken

Das erhobene Datenmaterial ist zwar in bezug auf das festgelegte Gruppierungsmerkmal in sich homogen. Dennoch sollen die Daten auf Strukturierungen untersucht werden, die für die Studien mit den Bilanzkennzahlen vielleicht wichtige Interpretationshinweise geben können.

Tabelle 3.4 zeigt die regionale Aufteilung der Stichproben, gegliedert nach Bundesländern.

Bundesländer	schlechte Fälle (S)	gute Fälle (G)
Berlin	-	-
Schleswig-Holstein	-	-
Hamburg	-	-
Bremen	-	-
Niedersachsen	16.o %	25.1 %
Nordrhein-Westfalen	3o.3 %	4o.4 %
Hessen	-	3.7 %
Rheinland-Pfalz	-	6.6 %
Saarland	-	o.6 %
Baden-Württemberg	47.o %	14.4 %
Bayern	6.7 %	9.2 %
Summe	1oo.o %	1oo.o %

Tabelle 3.4: Regionale Aufteilung der Stichprobe

Es zeigt sich, daß durch die budgetmäßige Beschränkung und die Bereitschaft zur Mitarbeit der verschiedenen Kreditinstitute besonders bei den schlechten Fällen eine regionale Verzerrung vorliegt. Insbesondere bei einer branchenbezogenen Analyse kann dieser Effekt wirksam werden.

Die Branchenaufteilung ergibt sich aus Tabelle 3.5[1)].

---

1) Branchenwechsel innerhalb der betrachteten Zeitspanne sind so selten, daß sie außer Betracht gelassen werden können. Spalte (1) bezieht sich daher auf das letzte Jahr vor SD, Spalte (4) auf das Bilanzjahr 1977.

	schlechte Fälle			gute Fälle	
Branchensystematik[a]	Gruppe S (1)	Verbandserhebung 1976 (2)[b]	Insolvenzstat. 76+77 (3)[c]	Gruppe G (4)	Steuerpflichtige '76 (5)[d]
0	1.7 %	-	-	-	-
5	-	-	-	0.3 %	-
20	0.8 %	0.5 %	0.4 %	3.1 %	0.3 %
21	2.5 %	2.0 %	1.0 %	1.2 %	0.4 %
22	0.8 %	2.0 %	1.4 %	2.8 %	0.9 %
23	6.7 %	3.0 %	1.5 %	2.1 %	1.8 %
24	20.2 %	10.1 %	7.7 %	7.6 %	3.1 %
25	6.7 %	3.5 %	3.4 %	3.7 %	2.2 %
26	5.9 %	3.5 %	4.4 %	7.6 %	4.0 %
27	9.2 %	4.0 %	3.4 %	4.0 %	2.6 %
28/29	1.7 %	6.5 %	1.5 %	3.6 %	4.8 %
30	14.3 %	15.6 %	16.4 %	7.6 %	4.3 %
31	3.4 %	9.0 %	5.4 %	2.4 %	5.7 %
40/41	10.1 %	8.0 %	11.6 %	17.4 %	7.4 %
42	-	-	0.6 %	-	5.3 %
43	12.6 %	13.6 %	11.4 %	29.7 %	22.1 %
50	1.7 %	-	4.1 %	0.9 %	4.7 %
70/71	1.7 %	18.7 %	25.8 %	5.8 %	30.4 %
Summe	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %
Umfang	119	199	6673	327	1.5 Mio.

a) Vgl. Anhang 2.

b) Stichprobenerhebung bei 14 Kreditinstituten auf der Basis von Prüfungsberichten.

c) STATISTISCHES BUNDESAMT: Fachserie 2, Reihe 4.1, Insolvenzverfahren 1976, Konkurs- und Vergleichsverfahren zusammen, ohne Anschlußkonkurse, Wiesbaden 1977.

d) STATISTISCHES BUNDESAMT: Fachserie 14, Reihe 8, Steuerpflichtige mit einem Jahresumsatz größer als 12000 DM, Wiesbaden 1976.

Tabelle 3.5: Branchenaufteilung der Stichprobe

Überraschend ist die hohe Zahl von Objekten aus der Maschinenbaubranche(24). Mit 20.2 % liegt sie doppelt so hoch wie in der Vergleichserhebung. Eine Gegenüberstellung mit der Insolvenzstatistik ist nur bedingt möglich, da nicht jeder problematische Kredit auch zahlungsunfähig im rechtlichen Sinne werden muß. Auch können hier zeitliche Faktoren eine große Rolle spielen. Es wird vermutet, daß die regionale Verzerrung Haupt-

ursache für das obige Ergebnis ist. Auch die übrigen Unterschiede zwischen den Spalten (1) und (2) sind zum Teil daraus begründbar. Andererseits kann die Güte der Schätzung aufgrund der Prüfungsberichte nicht zufriedenstellend beurteilt werden. Abgesehen davon zeigt der Vergleich mit der Insolvenzstatistik wesentlich bessere Übereinstimmung als der mit der Gesamtzahl aller Steuerpflichtigen. Dies scheint die Vermutung zu bestätigen, daß in unserem Sinne problematische Firmen i.d.R. nach einiger Zeit insolvent (im rechtlichen Sinne) werden.

Auch die Branchenaufteilung der guten Fälle scheint von der Erhebungsform beeinflußt zu sein. Denn auffällig und nicht anders erklärbar sind die Unterschiede in den Branchen Großhandel (4o/41) mit 17.4 % zu 7.4 %, Einzelhandel (43) mit 29.7 % zu 22.1 %. Zu bedenken gilt es insgesamt aber, daß sich unsere Analyse schwerpunktmäßig auf kleine und mittlere Unternehmen bezieht[1].

In beiden Gruppen schlecht repräsentiert ist die Dienstleistungsbranche(7o/71). Hier hat sich bei der Erhebung der schlechten Fälle gezeigt, daß aussagefähige Bilanzen aus diesem Bereich kaum vorliegen.

Bei den Rechtsformen (Tabelle 3.6) ergeben sich zwischen guten und schlechten Fällen nicht mehr so krasse Unterschiede.

---

1) Die Abgrenzungen zwischen kleinen, mittleren und großen Unternehmen sind sehr schwierig und werden oft anhand von Bilanzsumme und Gesamtleistung vorgenommen. Vgl. zum Größenproblem auch Tabelle 3.8.

Rechtsform-schlüssel	Bezeichnung	S 1. Jahr vor SD	G Bilanz-jahr 1977
o	Einzelfirma	28.6 %	3o.3 %
1	Verein, Stift.	o.8 %	o.3 %
2	BGB-Gesellsch.	-	1.5 %
3	oHG	5.9 %	13.1 %
4	KG	22.7 %	22.o %
5	GmbH	12.6 %	5.2 %
6	GmbH&Co KG	28.6 %	24.2 %
7	Genossenschaft	-	1.5 %
8	AG, KGaA	o.8 %	1.5 %
9	Sonstige	-	o.3 %
	Summe	1oo.o %	1oo.o %

Tabelle 3.6 : Rechtsformen der Stichprobenfälle

Erst die Kreuztabellierung nach Branche und Rechtsform (Tabelle 3.7 in Auswahl der zahlenmäßig am stärksten besetzten Branchen und Rechtsformen) weisen z.T. deutliche Unterschiede in der Herkunft guter und schlechter Kredite auf. Unter allem Vorbehalt der regionalen und stichprobenplanmäßigen Verzerrungen können dennoch einige Hinweise auf geringere oder stärkere Krisenanfälligkeiten von Branche-/Rechtsform-Kombinationen entnommen werden. Die beinahe gleichhohe Zahl von Einzelfirmen bei Guten und Schlechten hat ihre Ursache in der unterschiedlichen Branchenverteilung. So sind im Textilbereich sowie im Großhandel deutlich mehr Einzelfirmen bei den schlechten Fällen zu finden als bei den guten Unternehmen. Dies deutet auf eine größere Gefährdung der Einzelfirma in diesen Bereichen hin, während diese Rechtsform für den Einzelhandel wohl deutlich besser geeignet zu sein scheint. Nicht kreditwürdige offene Handelsgesellschaften sind in der Maschinenbaubranche häufiger anzutreffen als in anderen Wirtschaftszweigen. Bei der KG läßt sich

Rechtsform / Branche	Einzelfirma		oHG		KG		GmbH		GmbH&Co KG		Summen	
	S	G	S	G	S	G	S	G	S	G	S	G
23 Eisen	-	o.3	o.8	o.3	2.5	o.3	-	-	3.4	1.2	6.7	2.1
24 Maschinen	3.4	2.1	1.7	o.9	4.2	2.1	1.7	o.3	8.4	1.8	2o.2	7.6
25 Elektro	1.7	o.9	-	o.3	1.7	o.9	1.7	-	1.7	1.5	6.7	3.7
26 Papier	2.5	2.1	-	o.9	o.8	1.8	o.8	o.3	1.7	2.1	5.9	7.6
27 Textil	3.4	o.6	-	1.2	-	1.2	4.2	o.3	1.7	o.6	9.2	4.o
3o Bau	3.4	3.4	o.8	o.3	2.5	-	1.7	o.3	5.o	3.7	14.3	7.6
4o/41 Großhandel	4.2	2.4	o.8	4.2	2.5	6.1	o.8	o.3	1.7	4.o	1o.1	17.4
43 Einzelhandel	5.o	12.8	o.8	3.7	3.4	5.8	o.8	o.9	2.5	5.5	12.6	29.7
Summen	28.6	3o.3	5.9	13.1	22.7	22.o	12.6	5.2	28.6	24.2	85.7	79.7

Anmerkung: Auswahl der zahlenmäßig am stärksten besetzten Branchen und Rechtsformen in %

Tabelle 3.7: Kreuztabellierung von Branche und Rechtsform

feststellen, daß sie im Eisen- und Maschinenbausektor eher bei Risikofällen auftritt als im Handel. Die GmbH & Co. KG, im allgemeinen als risikoträchtige Rechtsform bekannt, zeigt diese Eigenschaft in der Gesamtbetrachtung nur verhalten (28.6 % zu 24.2 %). Innerhalb der Branchen bestehen jedoch deutliche Unterschiede, die aber fast parallel zur KG verlaufen.

Aus unserer Erhebung von guten und schlechten Fällen läßt sich also nicht bestätigen, daß die GmbH & Co. KG für sich gesehen ein deutlich höheres Risiko birgt als die KG. Beachtet man jedoch noch die Branchenzugehörigkeit, so können in der Eisen- und Maschinenbaubranche diese beiden Rechtsformen durchaus als risikogefährdet angesehen werden. An dieser Stelle sei aber noch einmal darauf hingewiesen, daß durch die regionale Verzerrung diese Aussagen nur bedingt zu verwenden sind. Außerdem können diese Erkenntnisse für eine Kreditwürdigkeitsprüfung selbstverständlich nur sehr vage Hinweise liefern.

Das schon angeschnittene Größenproblem wird anhand der Tabelle 3.8 deutlich. Betrachtet man zuerst die Bilanzsumme als eine weniger ertragsabhängige Größe, so deutet der große Medianunterschied von 4.3 bei S und 1.8 bei G darauf hin, daß sich in der Klasse der guten Objekte deutlich mehr kleinere Firmen (bis 5 Mio. DM) als in der Gruppe der schlechten Fälle befinden. Der Vergleich der Größenklassen bestätigt diese Vermutung, denn unter 5 Mio. DM Bilanzsumme weisen 55.5 % der schlechten, aber 76.8 % der guten Fälle auf. In der Größenklasse von 5 bis unter 1o Mio. DM liegen fast doppelt so viele schlechte wie gute Objekte. Noch krasser ist dieses Verhältnis in den Klassen 1o bis unter 15 Mio. DM und 15 bis unter 2o Mio DM. Unter 2o Mio. DM Bilanz-

Größenklassen in Mio. DM	durchschnittliche Gesamtleistung[b]		durchschnittliche Bilanzsumme[b]	
	S	G	S	G
o bis unter 5	43.7 %	55.7 %	55.5 %	76.8 %
5 bis unter 1o	23.5 %	19.6 %	21.8 %	11.3 %
1o bis unter 15	11.8 %	7.o %	9.2 %	2.8 %
15 bis unter 2o	1.7 %	4.6 %	4.2 %	1.8 %
2o bis unter 25	3.4 %	3.4 %	1.7 %	1.5 %
25 bis unter 3o	5.9 %	1.2 %	1.7 %	o.6 %
3o bis unter 35	o.8 %	1.2 %	-	o.6 %
35 bis unter 4o	3.4 %	o.9 %	o.8 %	1.2 %
Zwischensumme	94.2 %	93.6 %	94.1 %	96.6 %
über 4o	5.8 %	6.4 %	5.9 %	3.4 %
Summe	1oo.o %	1oo.o %	1oo.o %	1oo.o %
minimaler Wert in Mio. DM	o.2	o.1	o.2	o.o3
maximaler Wert in Mio. DM	8o.3	541.7	148.6	332.7
Median[a] in Mio. DM	5.8	4.4	4.3	1.8

a) Der Median wird als Mittelwert gewählt, um den verzerrenden Einfluß der jeweils über 4o Mio. DM liegenden Werte auszuschalten.

b) Der Durchschnitt der Größen errechnet sich aus den 5 bzw. 4 aufeinanderfolgenden Bilanzen je Klasse.

Tabelle 3.8 : Größenklassifikation der Stichprobe

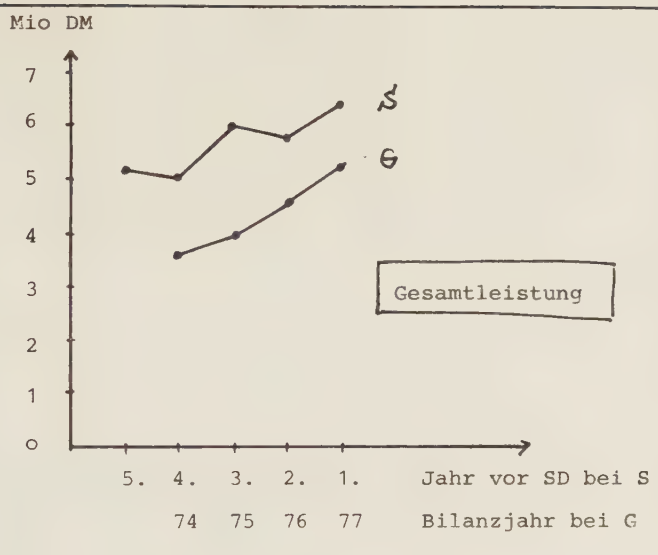
summe befinden sich 9o.7 % der schlechten sowie 92.7 % der guten Firmen unseres samples. Die Ursache liegt dafür wohl weniger in dem Zustand der Kreditfälle begründet, sondern eher in der Nebenbedingung von 2oo TDM Kreditmindesthöhe bei den problematischen Fällen.

Der Größenvergleich anhand der Gesamtleistung fällt nicht so überdeutlich aus. Man vergleiche sowohl die Mediane als auch die Größenklassenbesetzungen. Auffällig ist die relativ starke Häufung schlechter Fälle in den Intervallen 25 bis unter 3o Mio. DM und 35 bis unter 4o Mio. DM. Da auch bei der Gesamtleistung von Durchschnittswerten über die Zeit ausgegangen wird, könnten dies solche Objekte sein, deren Gesamtleistung sich erst im letzten oder den letzten Jahren vor SD verringert hat. Aber auch Fälle, bei denen sich etwa die Aufwandshöhe bei gleichbleibender oder steigender GL überproportional gesteigert hat, könnten dort angesiedelt sein. Der Zeitvergleich (Abbildung 3.1) der Mediane der schlechten Kredite weist gegenüber den guten Krediten einen sprunghaften Verlauf auf. Dies deutet auf negative Umsatzentwicklungen hin. Gleichmäßig aber mit gleichem Trend zur GL-Entwicklung steigt die BS bei den schlechten Fällen. Dies bedeutet aber in Relation zur Bilanzsumme eine zusätzliche GL-Verschlechterung[1].

Die Bilanzstichtage sowie die Bilanzarten sind relativ homogene Merkmale in beiden Stichprobengruppen. 92.4 % in der Gruppe S und 95.8 % in der Gruppe G

---

1) Die Vergleiche können nur vorsichtig vorgenommen werden, da pro Jahr vor SD bei S unterschiedliche Bilanzjahre zusammengefaßt werden (s.u.).



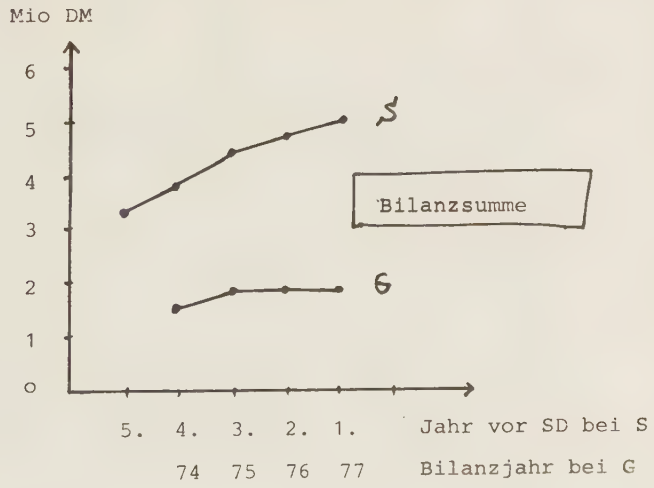


Abbildung 3.1 : Mediane von Gesamtleistung und Bilanzsumme im Zeitvergleich

bilanzieren zum 31.12. Im Schnitt sind 82.4 % der schlechten und 95.9 % der guten Bilanzen Steuerbilanzen, der Rest überwiegend (endgültige) Handelsbilanzen[1].

Wichtig für die Beurteilung der Stichprobe der schlechten Fälle ist der Verteilung der Stichdaten (vgl. Tabelle 3.9).

Jahr des Stichdatums	Häufigkeit in %	kumulierte Häufigkeit in %
71	o.8	1oo.o
72	o.8	99.2
73	7.6	98.4
74	1o.1	9o.8
75	13.4	8o.7
76	27.8	67.3
77	36.1	39.5
78	3.4	3.4
Summe	1oo.o	-

Tabelle 3.9 : Verteilung der Stichdaten

Dabei zeigt sich, daß 8o.7 % aller erhobenen Problemfälle im Zeitraum 1975-1978 liegen und daß bei rund 4o % der Kriseneintritt auf die Jahre 1977 und 1978 fällt. Insofern scheint ein Verzerrungseffekt aus der Unterschiedlichkeit der Bilanzjahre pro Stichdatumsgruppe gegenüber den guten Fällen nicht so bedeutend zu sein.

Bei der Definition der schlechten Fälle sind unterschiedliche Merkmale festgelegt worden, bei deren Zutreffen das entsprechende Objekt

---

1) Der Durchschnitt bezieht sich auf die Fünf- bzw. Vier-Jahresperiode. Rumpfbilanzen liegen in keinem Fall vor.

erhoben worden ist. Die Auswertung dieser Tatbestände bei unserer Stichprobe gibt die Tabelle 3.1o wieder.

Problemtatbestand	relative Häufigkeit
EWB	52.9 %
bK	28.6 %
K	1o.1 %
V	8.4 %
Summe	1oo.o %

Tabelle 3.1o : Verteilung der Tatbestände zur Aufnahme in die Klasse der schlechten Fälle

Obwohl 52.9 % aller Fälle einzelwertberichtigt worden sind, ist dennoch auf die relativ vielen Objekte (28.6 %) mit "nur" bemerkenswerten Krediten bei den folgenden Trennanalysen ein besonderes Augenmerk zu richten, da zum einen die Zuweisung dieses Prädikats, zum anderen aber insbesondere die Festlegung des Stichdatums größeren subjektiven Einflüssen unterworfen ist als bei den anderen Tatbeständen.

Das Problem fehlender Werte (missing-values) wird in der empirischen Forschung zur Insolvenzprognose gerne ausgeklammert[1]. Doch gerade in der Praxis treten solche Konstellationen immer wieder (wenn auch selten) auf, so daß hier zunächst einmal der Umfang von missing-values aufgezeigt werden soll (Tabelle 3.11 enthält diejenigen Bilanzkennzahlen mit fehlenden Werten).

1) Vgl. etwa das Vorgehen von WEINRICH, der bei Auftreten von missing-values die Extremwerte -9999 bzw. +9999 einsetzt und mit diesen Werten weiterrechnet! G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 89.

Kennzahl	Definition	S (Jahr vor SD) 5.	4.	3.	2.	1.	G (Bilanzjahr) 74	75	76	77	Summe
3	EK/LFK	7	5	5	5	4	48	51	47	43	215
1o	KFK/LFK	7	5	5	5	4	48	51	47	43	215
12	VLL/(VLL+WEV)	1					6	11	1o	6	34
14	WEV/VLL	1			1	1	7	12	11	6	39
15	WEV/(VLL+WEV)	1					6	11	1o	6	34
23	GRG/SAV								1		1
25	FAV/SAV								1		1
27	UV/AV								1		1
32	LIQ/FLL	3	3	2	4	3	13	16	13	14	71
55	(SAV·36o)/ABSA								1		1
67	EK/AV								1		1
68	EK/SAV								1		1
69	EK/(SAV-GRG)			1	1	1	1	2	3	1	1o
7o	(EK+LFK)/(AV+UB)								1		1
73	KFK/LIQ	7	7	7	6	7	17	6	1o	8	75
74	KFK/(LIQ+FLL)	1	1		1	1	1		1	1	7
76	(WEV+VLL)/FLL	3	3	2	4	3	13	16	13	14	71
79	MAUF/PAUF	1	1	1			3	1	2	2	11
84	ABSA/(SAV+ABSA)								1		1
88	EEVS/BILE	1		1	1	2	2	1	1		9
92	AOAB/BERG			1			1	1	1		4
93	NEUT/BERG			1			1	1	1		4
96	WERS/SAV								1		1
97	WERS/PAUF	1	1	1			3	1	2	2	11
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)						1	3			4
1oo	BINV/ABSA								1		1
1o1	BINV/(SAV+ABSA)								1		1
1o8	BILE/EK	23	25	34	54	66					2o2
114	(BILE+ABSA)/(FK-LIQ)							1	1		2
116	(BILE+ABSA)/BINV	4o	35	38	31	34	124	11o	1o9	93	614
122	(BILE+EEVS+ZIN)/ZIN	3	4	2	2	2	15	1o	1o	11	59
128	BERG/EK	23	25	34	54	66					2o2
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)							1	1		2
135	(BERG+ZIN)/ZIN	3	4	2	2	2	15	1o	1o	11	59

Tabelle 3.11: Absolutes Auftreten von missing-values bei den Bilanzkennzahlen

Die Häufigkeiten der missing-values ergeben einen ersten Hinweis auf diejenigen Variablen, die kaum noch sinnvoll auszuwerten sind: Dies sind insbesondere (BILE+ABSA)/BINV, aber auch EK/LFK, KFK/LFK sowie BILE/EK und BERG/EK. BINV konnte in nur wenigen Fällen erhoben werden, LFK scheint insbesondere bei vielen guten Fällen nicht vorhanden zu sein und das fehlende EK ist eine (vermutete) Besonderheit schlechter Fälle[1]. Nach Reduktion des Merkmalskataloges auf der sachlogischen und eingeschränkt empirischen Ebene[2] wird - um weitere Informationsverluste durch Aussonderung von Objekten zu vermeiden - für die kommenden Untersuchungen der Weg eingeschlagen, daß missing-values-Objekte nur dann aus dem sample entfernt werden, wenn die entsprechende statistische Methode dies verlangt[3]. Bei multivariaten Verfahren ist im Einzelfall zu prüfen, wie missing-values berücksichtigt werden können. Da im Bilanzdatenbereich das Auftreten von missing-values im wesentlichen durch die Konstruktion der Bilanzkennzahlen bestimmt ist, erscheint uns eine Auswertung der Häufigkeiten zur Erkennung neuer sachlicher Erkenntnisse[4] nicht notwendig.

---

1) Durch die entsprechende Nebenbedingungen kann definitionsgemäß bei der Stichprobe der guten Fälle das Eigenkapital nicht Null sein.

2) Vgl. Kapitel 313.

3) Einschränkungen können sich ergeben, wenn für dieses Vorgehen keine Rechenprogramme zur Verfügung stehen.

4) Zu solchen Analyseverfahren vgl. etwa F. LÖSEL und W. WÜSTENDÖRFER: Zum Problem unvollständiger Datenmatrizen in der empirischen Sozialforschung, in: Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, 26(1974), S. 342-357.

313 Merkmalsreduktion in der Voruntersuchungsphase

Die eingehende Untersuchung aller 14o Kennzahlen in deskriptiver und diskriminanzanalytischer Sicht ist nur dann sinnvoll, wenn zwischen den Bilanzkennzahlen keine engen Zusammenhänge bestünden. Denn allzu enge Verbindungen und sogar der Ausdruck völlig gleicher Sachverhalte (exakte lineare Abhängigkeiten) blähen den Untersuchungsaufwand unnötig auf, da kaum neue Erkenntnisse gewonnen werden können. Es wird daher an dieser Stelle auf sachlogischer Ebene unter Einschluß einiger weniger empirischer Ergebnisse aus vorgezogenen Untersuchungen eine Merkmalsreduktion vorgenommen.

Folgende sachlogischen Begründungen können angeführt werden:

(1) Die Kennzahl besitzt eine Unstetigkeitsstelle. Sie ist nichtlinear und nicht normiert. Ihr sachlicher Gehalt läßt sich auch durch eine andere Kennzahl ausdrücken. Beispiel: EK/FK im Vergleich zu FK/GK. Die Veränderung des FK ergibt eine nichtlineare und damit nur schwer zu interpretierende Veränderung von EK/FK. Dies zeigt auch folgende Graphik(Abbildung 3.2):

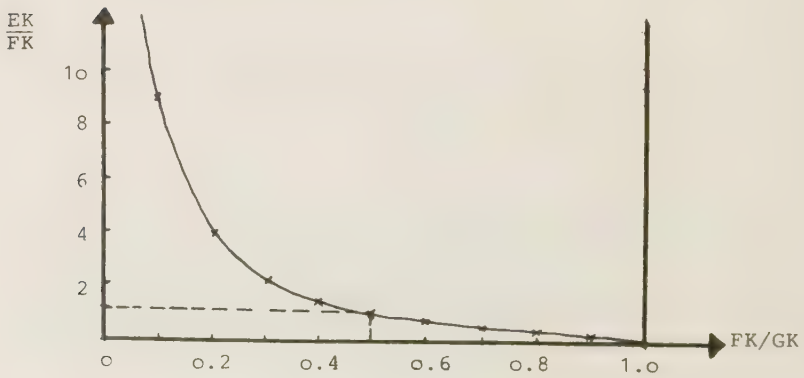


Abbildung 3.2 : Veränderung von EK/FK bei linearer Variation von FK/GK.

Mit linear zunehmendem FK-Anteil nimmt bei fixem Gesamtkapital das Verhältnis zwischen EK und FK bis zum Wert 1 überproportional, ab dem Wert 1 unterproportional ab. Dadurch erhält der Kennzahlenwert eine exponentielle Gewichtung, so daß Aussagen wie "Der Kennzahlenwert beim Unternehmen X ist dopppelt so hoch wie beim Unternehmen Y" leicht falsch interpretiert werden, da der Vergleich vom Niveau des Kennzahlenwertes abhängig ist.

(2) Durch Multiplikation zweier Kennzahlen ergibt sich eine Informationsverdichtung, die gleichzeitig aber für die Trennanalyse eine Informationsverschleierung beinhaltet. Beispiel: FK/GK, LFK/GK und LFK/FK. Die Informationsverdichtung besteht darin, daß die eine Kennzahl durch beide anderen berechnet werden kann:

$$\frac{LFK}{GK} = \frac{FK}{GK} \cdot \frac{LFK}{FK}$$

Das vermutete rein schematische Streudiagramm hat etwa folgendes Aussehen (Abbildung 3.3):

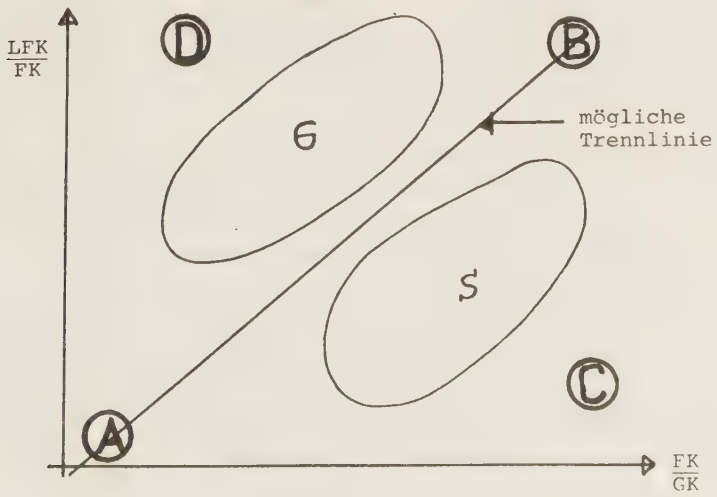


Abbildung 3.3 : Schematisches Streudiagramm von FK/GK und LFK/FK

Dabei können vier Extrempositionen unterschieden werden:

A niedriger FK-Anteil, kurzfristig finanziert
B hoher FK-Anteil, langfristig finanziert
C hoher FK-Anteil, kurzfristig finanziert
D niedriger FK-Anteil, langfristig finanziert

Die Lage der schlechten und guten Fälle ist dabei rein hypothetisch. Das ebenso systematische Histogramm für die zusammengefaßte Kennzahl LFK/GK dürfte dann etwa folgendes Bild ergeben (Abbildung 3.4):

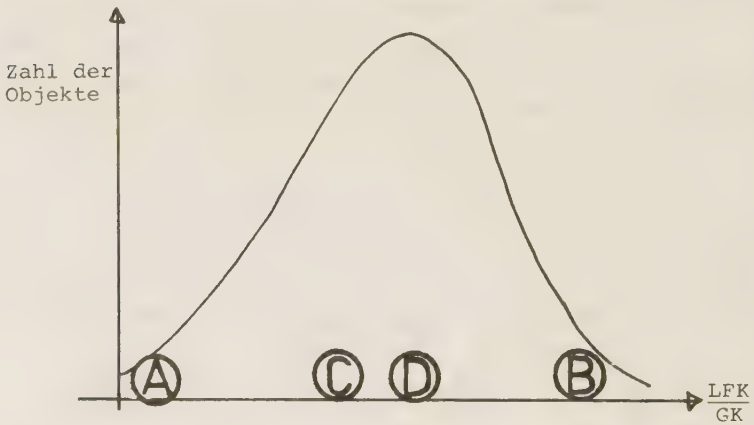


Abbildung 3.4: Schematisches Histogramm von LFK/GK.

Die Positionen C und D , die die hypothetischen Extrempositionen von S und G ausmachen, treffen sich im Histogramm von LFK/GK in der Mitte, so daß sich schlechte und gute Firmen vermischen würden. Eine Trennung wäre - gleich mit welcher Methode - bestimmt erschwert. Die empirischen Daten haben diese Überlegungen bestätigt. Im Vorgriff seien daher das Histogramm von K6 (LFK/GK) - Abbildung 3.5 - sowie das Streudiagramm von K5 (FK/GK) und K7 (LFK/FK) - Abbildung 3.6 - aufgeführt[1].

1) Basis 3. Jahr vor SD bei S und Bilanzjahr 1977 bei G.

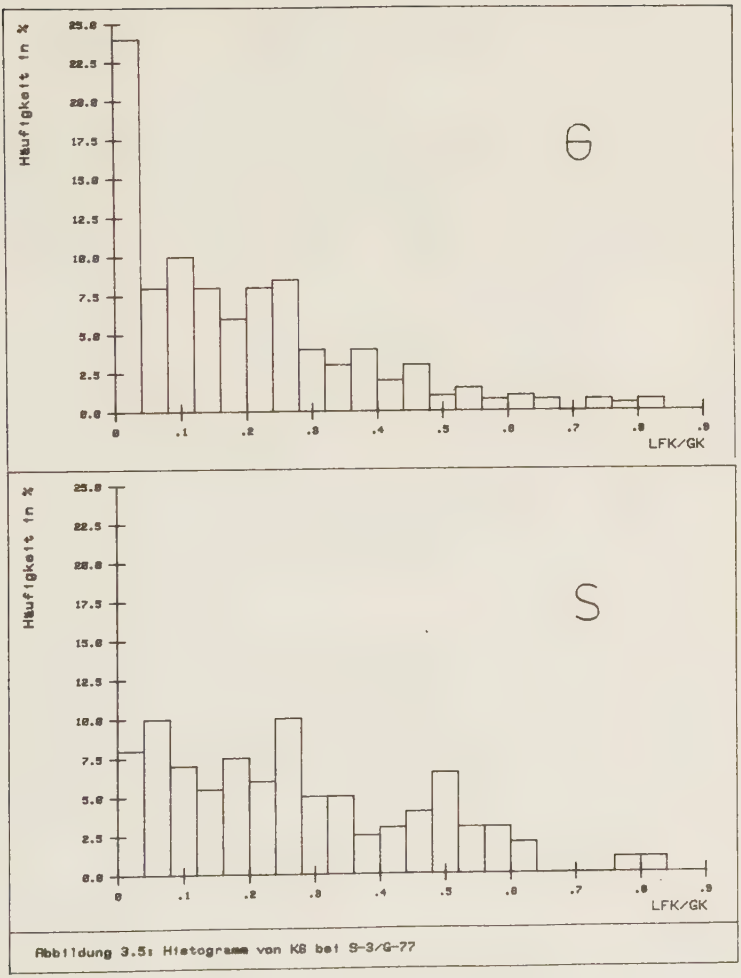


Abbildung 3.5: Histogramme von KS bei S-3/G-77

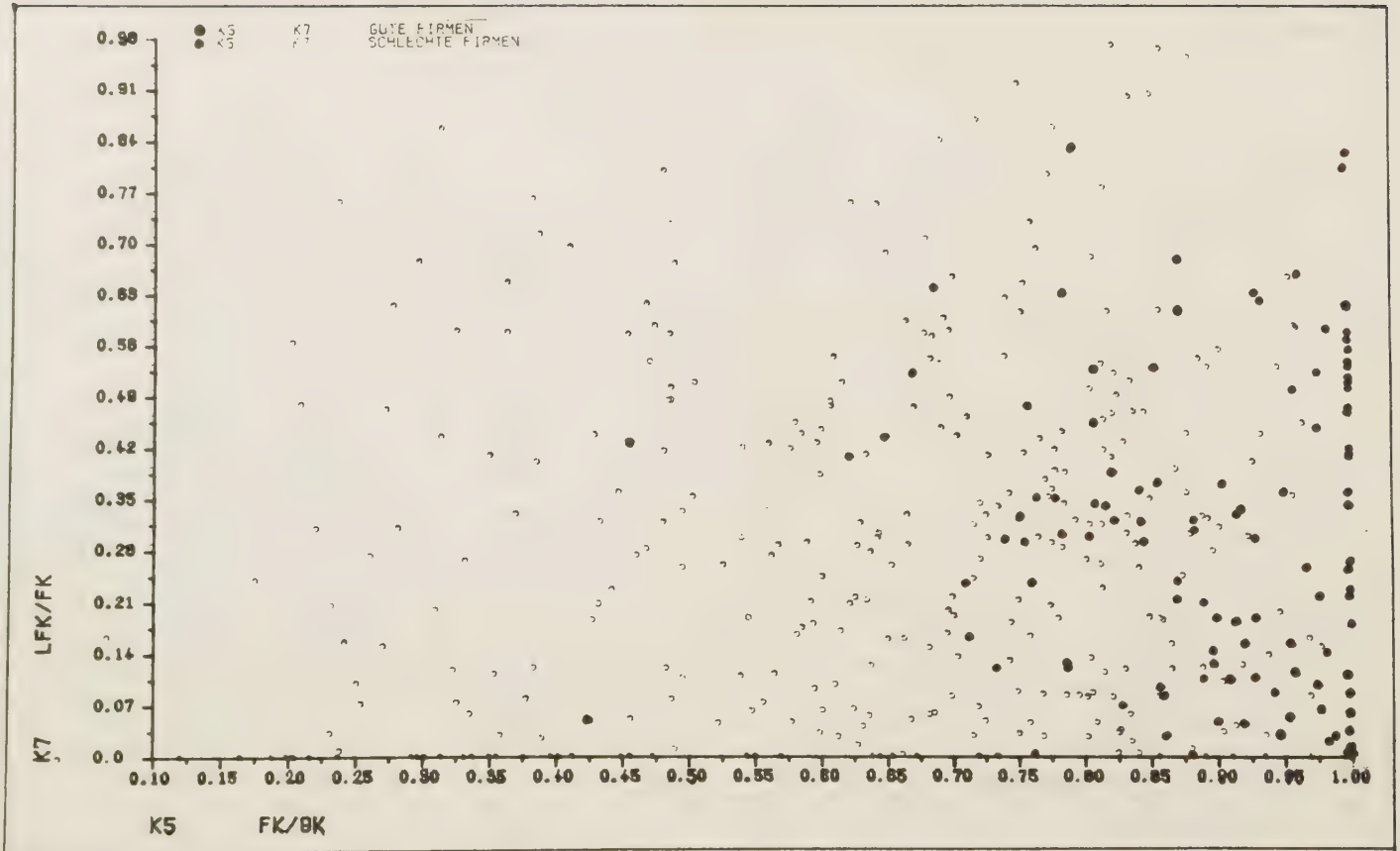


Abbildung 3.6: Streudiagramm von K5 und K7 bei S-3/G-77

Die Histogramme beider Klassen zeigen deutlich, daß sich schlechte und gute Fälle fast gleichmäßig überlappen. Das Streudiagramm von K5 und K7 hingegen läßt schon rein optisch Flächen ausmachen, die eher von schlechten als von guten Objekten gefüllt sind.

Die nichtparametrische Trennanalyse[1)] unterstützt dies bei den Ergebnissen von Simulationsläufen mit niedrigeren Fehlklassifikationsraten. So ergeben sich für das 3. Jahr vor SD bei S und das Bilanzjahr 1977 bei G folgende one-hold-out-Fehlerschätzungen:

	S	G
K6	39.5 %	41.o %
K5 und K7	18.5 %	2o.2 %

Durch die multivariate Betrachtung von K5 und K7 anstelle der "informationsverdichtenden" Kennzahl K6 werden die Fehlerraten von K6 mehr als halbiert.

(3) Die Kennzahl ist von einer anderen Kennzahl linear abhängig. Beispiel: EK/GK und FK/GK, da EK/GK = 1 - FK/GK. Solche Abhängigkeiten bringen weder in sachlogischer Hinsicht noch in statistischer Hinsicht Informationsgewinne.

(4) Die Kennzahl ist von mehreren Kennzahlen exakt linear abhängig. Beispiel: (VLL+WEV)/KFK ist linear abhängig von der Kombination VLL/KFK mit WEV/KFK, da

$$\frac{VLL+WEV}{KFK} = \frac{VLL}{KFK} + \frac{WEV}{KFK}$$

Bei solchen Linearitäten wird mindestens eine dieser drei Variablen entfernt, da sonst multivariate Untersuchungen wegen des Multikollineari-

1) Zur Frage der Berechnung u.ä. vgl. Kapitel 331 ff.

tätsproblems nicht möglich sind[1].

Auch empirische Begründungen werden hier noch zur Merkmalsreduktion herangezogen:

(1) Einzelne Kennzahlenpositionen sind häufig gleich Null. Beispiel: Bei WEV/KFK ist die Position WEV bei den guten Krediten in unserem Datenmaterial of unbesetzt. Da nicht zu überprüfen ist, ob dies in der Datenerhebungsform begründet liegt oder ob ökonomische Sachverhalte dahinterstehen, wird auf diese Kennzahlen verzichtet, um Fehlinterpretationen bei der Trennanalyse zu vermeiden.

(2) In einzelnen Kennzahlenpositionen spiegelt sich die Erhebungsform wider. Beispiel: Bei (AV+UB)/GV ist UB bei den guten Fällen aus Gründen der Musterklassenbildung definitionsgemäß Null. Trennanalysen würden zu unberechtigt guten Ergebnissen führen.

(3) Manche Kennzahlenwerte sind häufig nicht berechenbar (missing-values). Beispiel: KFK/LIQ. Da durch Rundungen bei der Erhebung (Werte in Tausend DM) besonders bei kleinen Unternehmen die Position LIQ oft Null wird, ist diese Kennzahl nicht berechenbar. Andererseits sind missing-values bei multivariaten Verfahren besonders problematisch. Um den Kennzahlenkatalog nicht zu weit einschränken zu müssen, werden nur diejenigen Merkmale entfernt, die häufig missing-values aufweisen, während einzelne missing-values bei den entsprechenden Verfahren in besonderer Weise berücksichtigt werden.

Von den 14o Kennzahlen werden daher 57 für die weiteren Untersuchungen ausgewählt. Im Anhang 4 sind die entfernten Merkmale sowie die dazugehörige Kurzbegründung aufgelistet.

---

1) Vgl. dazu auch Kapitel 2253.

32 Deskriptive Analyse mit univariaten Tests

321 Darstellung von Kennzahlenunterschieden

3211 Überprüfung von Verteilungshypothesen

HORRIGAN behauptet in seiner empirischen Studie über Finanzkennzahlen[1]: " The most fundamental and perhaps most important question about the statistical nature of financial ratios concerns the type of distributions they exhibit". Die grundsätzliche Richtigkeit dieser Aussage begründet sich darin, daß bei Kenntnis des Verteilungsgesetzes die Auswertbarkeit solcher Bilanzinformationen optimal ist[2]. In der Realität bisher untersuchter Stichproben ergeben sich jedoch ziemliche Schwierigkeiten, Verteilungsregelmäßigkeiten erkennen zu können. So kommt HORRIGAN bei der Analyse von 32 Stahl- und 24 Mineralölunternehmen der Bilanzjahre 1948-1957 zu dem Ergebnis, "... that the financial ratios tended to be approximately normally distributed but were often positively skewed"[3]. Als Grund führt er an, daß bei den meisten seiner 17 Bilanzkennzahlen eine untere, nicht aber eine obere Schranke existiert. Normalitätsuntersuchungen von DEAKIN an 11 Kennzahlen aufgrund von 545 bis 1114 Firmen der Bilanzjahre 1955-1973 lassen auf einem

---

1) J.O. HORRIGAN: Some ..., a.a.O., p. 559.

2) Die Fähigkeit zur Auswertung darf hier nicht mit dem Informationsumfang verwechselt werden.

3) J.O. HORRIGAN: Some ..., a.a.O., p. 559. Die Schiefebegriffe werden in der Literatur nicht einheitlich gebraucht. Unter "positiver Schiefe=Linksasymmetrie=linkssteil=rechtsschief" werden Dichten verstanden, bei der der Modus kleiner als das arithmetische Mittel ist. Analog kann die Definition für die negative Schiefe formuliert werden. Symmetrische Dichten liegen vor, wenn der Modus dem arithmetischen Mittel gleich ist. Ohne daß es zu Verwechslungen kommen kann, werden entsprechend dem allgemeinen Sprachgebrauch in diesem Zusammenhang die Begriffe "Dichte" und "Verteilung" synonym verwendet.

statistischen Sicherheitsniveau von 95 % die Annahme vorliegender Normalverteilungen als nicht gerechtfertigt erscheinen[1]. Eine Ausnahme dabei bildet die Kennzahl FK/GK in zurückliegenden Bilanzjahren. Auch läßt sich die Normalitätshypothese in einigen Fällen nicht ablehnen, wenn Branchen für sich untersucht werden[2]. Der von DEAKIN aufgezeigte Weg, durch Datentransformationen Normalverteilungen zu erlangen, wird hier wegen der damit verbundenen Interpretationsschwierigkeiten insbesondere bei multivariaten Verfahren nicht weiter verfolgt.

Die Wichtigkeit der Verteilungskenntnis für das Datenverständnis veranlaßt uns, auch in unserer Studie Verteilungsarten herauszuarbeiten und zu überprüfen, bei welchen Kennzahlen eine Normalverteilungsform angenommen werden kann[3]. Die Analyse beruht auf drei Verfahren:

- dem Vergleich von Schiefemaßzahlen
- der Klassifikation von Histogrammen
- dem χ^2 - Anpassungstest.

Die Maßzahlen zur Schiefe sollen Auskunft über das

---

1) Vgl. E.B. DEAKIN: Distributions of financial accounting ratios: Some empirical evidence, in: The Accounting Review, 51 (1976), pp. 9o-96. Die Überprüfung erfolgt anhand von χ^2 - Anpassungstests.

2) "Such an analysis is hindered by the lack of a large number of companies in each group for which data might be available". E.B. DEAKIN: Distributions ..., a.a.O., p. 96.

3) Auf Anpassungstest mit unterschiedlichen theoretischen Verteilungen wird hier verzichtet, da der Aufwand im Hinblick auf die Verwertung der gewonnen Informationen an dieser Stelle zu hoch erscheint.

Symmetrieverhalten der Kennzahlenverteilungen geben. Die exakten Werte ergeben sich über das dritte zentrale Moment:

$$m_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^3$$

mit n:= Zahl der Objekte x_i

$\bar{x}$:= arithmetisches Mittel der Objekte x_i

Abweichend von der exakten Definition dieses Momentes benutzen wir hier zur besseren Interpretation eine abgewandelte Maßzahl[1]:

$$m_3^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

mit s:= Standardabweichung der Objekte x_i

Für eine symmetrische Verteilung gilt jetzt $m_3^* = o$. Ist $m_3^* > o$ liegt positive (linkssteile) Schiefe vor, $m_3^* > o$ bedeutet negative (rechtssteile) Schiefe. Da zu vermuten ist, daß Ausreißer im vor-

1) Diese Maßzahl wird auch BOWLEY-FISHERSCHE Schiefe genannt, vgl. dazu etwa G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß .., Teil 2, a.a.O., S. 358. Obwohl bei unserer Datenbasis kontinuierliche Verteilungen vorliegen, müssen wir wegen der Abzählbarkeit unseres Stichprobenmaterials auf diskrete Näherungen ausweichen. Daher Summation statt Integration.

liegenden Datenmaterial das so gewonnene Schiefemaß verzerren, wird zusätzlich die YULESCHE Schiefe berechnet[1]:

$$m_y = \frac{(Q_3 - Z) - (Z - Q_1)}{Q_3 - Q_1}$$

mit Q_1 und Q_3 als dem 1. und 3. Quartil und
Z als dem Zentralwert (Median = 2. Quartil)

m_y liegt im Intervall $[-1, +1]$, wobei die Interpretation analog dem 3. Moment erfolgt. Durch den Übergang auf Maßzahlen einer ordinal transformierten

1) Vgl. G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß ..., a.a.O., S. 357.

Reihe (nämlich die Quartile) wird der Einfluß von Ausreißern im wesentlichen eliminiert, auch wenn ein gewisser Informationsverlust verzeichnet werden muß. m_3^* und m_y sind direkt nicht vergleichbar, da beide in unterschiedlichen Grenzen variieren.

Tabelle 3.12 zeigt die so definierten Maßzahlen für das 57-Kennzahlen-set auf der Basis der Gruppen S-3 und G-77[1]. 19 % der Kennzahlen weisen bei den schlechten Fällen übereinstimmend bei m_3^* und m_y leichte negative Schiefewerte auf, sind also rechtssteil. 11 % sind es nur bei den guten Objekten. Ein relativ hoher Grad von Linksschiefe wird durch beide Maße nur bei K52 angezeigt[2]. Bei den guten Fällen ist das Verhältnis umgekehrt: Die Verteilung erweist sich als leicht positiv, nicht aber als negativ schief. Es kann also nicht als ein Charakteristikum dieser Kennzahl angesehen werden, eine bestimmte schiefe Verteilungsform zu besitzen, sondern diese Linksschiefe ist ein spezifischer Ausdruck der zugrundeliegenden Klasse. Das Verteilungsgesetz ist bei den schlechten Fällen also anders zu formulieren als bei der Grundgesamtheit der guten Objekte. An dieser Stelle läßt sich jedoch noch nicht annehmen, daß trotz

---

1) Der Vergleich aller erhobenen Gruppen wäre sehr aufwendig, wobei der zusätzliche Auswertungserfolg fraglich erscheint. Es wird daher - wie auch bei folgenden Untersuchungen - das 3. Jahr vor SD der schlechten Fälle sowie das Bilanzjahr 1977 der guten Objekte gewählt, da das 3. Jahr das mittlere des 5-Jahres-Zeitraumes ist und das Jahr 1977 dem häufigsten Vorkommen bei den schlechten Firmen in unserem sample entspricht.

2) K... bezeichnet die Kennzahlen-Nr. aus dem Katalog des Anhangs 3.

Kenn-zahl-Nr.	Definition der Kennzahl	S - 3		G - 77	
		Schiefe F	Schiefe Y	Schiefe F	Schiefe Y
5	FK/GK	-1.47	-o.17	-o.56	-o.19
7	LFK/FK	o.4o	-o.o4	o.68	-o.37
8	KFK/GK	-o.o7	o.22	o.16	-o.o1
11	VLL/KFK	o.77	o.27	o.7o	o.31
17	(GV-LIQ-GRG)/GV	-o.73	-o.21	-1.13	-o.12
21	SAV/GV	o.52	o.18	o.57	o.o5
23	GRG/SAV	-o.74	-o.o5	-o.o2	-o.27
29	VORR/UV	-o.55	-o.o3	o.o1	o.o3
3o	LIQ/GV	4.88	o.6o	2.81	o.55
35	(LIQ+FLL)/UV	o.84	-o.o1	o.o5	o.o1
38	(GK·36o)/GL	1.22	o.o3	6.31	-o.oo
42	(FK·36o)/GL	1.13	o.21	6.5o	o.o2
46	(KFK·36o)/GL	1.68	o.38	3.5o	o.14
47	(VLL·36o)/MAUF	2.38	o.22	9.27	o.13
49	((WEV+VLL)·36o)/GL	2.1o	o.o1	2.29	o.27
52	((UV-KFK)·36o)/GL	-1.74	-o.38	5.26	o.o4
53	(AV·36o)/U	2.39	o.29	7.oo	o.16
54	(SAV·36o)/RERT	2.o2	o.14	7.64	o.o5
55	(SAV·36o)/ABSA	1.29	o.11	4.18	o.18
57	(VORR·36o)/GL	2.34	o.2o	5.44	o.13
58	(VORR·36o)/MAUF	4.1o	o.36	5.98	o.3o
6o	(LIQ·36o)/GL	3.17	o.64	4.18	o.46
62	(FLL·36o)/GL	3.oo	o.17	2.86	o.o6
65	(UV-KFK)/GV	-o.17	-o.26	o.o6	-o.o9
66	EK/(GV-LIQ-GRG)	1.7o	o.23	6.78	o.28
68	EK/SAV	4.98	o.11	16.6o	o.28
69	EK/(SAV-GRG)	3.o3	o.29	12.56	o.44
7o	(EK+LFK)/(AV+UB)	5.o8	o.12	17.8o	o.3o
71	KFU/UV	3.25	o.38	3.41	o.o7
72	KFK/(UV-VORR)	6.o5	o.2o	5.38	o.42
74	KFK/(LIQ+FLL)	4.29	o.29	7.96	o.52
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)	3.65	o.36	3.74	o.11
77	MAUF/GL	o.o5	o.2o	-o.33	o.o2
78	MAUF/BAUF	o.o8	o.16	-o.52	-o.o3
8o	PAUF/BAUF	-o.o2	-o.3o	o.74	o.16
81	PAUF/GL	o.o8	-o.2o	o.76	o.19
82	ABSA/BAUF	2.88	o.23	4.15	o.2o
83	ABSA/GL	2.9o	o.13	5.o6	o.26
84	ABSA/(SAV+ABSA)	o.96	o.3o	1.12	o.25
85	ZIN/BAUF	4.64	o.19	8.5o	o.23
86	ZIN/GL	2.92	o.13	7.16	o.o8
87	ZIN/FK	o.76	-o.o3	3.33	-o.o7
91	GEWS/BAUF	1.o7	-o.14	3.41	o.14
94	BAUF/(GL+SOE)	o.82	o.o2	-1.7o	-o.2o
95	WERS/GV	o.85	o.12	2.87	o.o8
97	WERS/PAUF	o.77	o.17	4.68	o.21
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)	-7.12	-o.16	5.o4	-o.38
1o2	GL/BU	2.48	-o.12	-3.89	-o.73
125	BERG/GL	-2.oo	-o.o2	1.48	o.25
127	BERG/GK	-1.o8	-o.o2	2.99	o.2o
13o	(BERG+ABSA)/U	-1.17	o.o4	1.55	o.22
132	(BERG+ABSA)/KFK	o.57	o.2o	13.24	o.47
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)	o.27	o.27	16.15	o.4o
136	(BERG+ZIN)/(BILE+ZIN+EEVS)	-3.33	-o.19	7.85	o.o3
138	BERG/KFK	-o.o1	o.o5	14.o1	o.45
139	(BERG+ABSA)/GK	-o.84	o.22	2.7o	o.16
14o	(BERG+ZIN)/U	-o.47	o.o6	1.74	o.26

Tabelle 3.12 : Schiefemaße des 57-Kennzahlen-set in den Gruppen S-3 und G-77

unterschiedlicher Verteilungsgesetze auch eine gute Trennung zwischen diesen Verteilungen möglich ist, da gerade bei K52 die Dichten sich gegenseitig zuzuneigen scheinen, wenn man den Sachverhalt graphisch umschreiben würde. Ähnliche Phänomene sind bei K8o und K81 zu beobachten.

Die überwiegend vorhandenen positiven Schiefeformen bestätigen das Ergebnis von HORRIGAN auch in unserem Untersuchungsbereich, auch wenn von approximativer Normalverteilungsform wenig die Rede sein kann. Als deutlich schief erweisen sich dabei K3o, K6o mit $m_y >$ o.6o sowie K46, K58, K71 und K75 mit $m_y >$ o.3o. Dies spiegelt sich auch in m_3^* wieder. Andererseits zeigt m_3^* mit 4.98 in S etwa auch eine extrem hohe positive Schiefe bei K68 an, während m_y mit o.11 relativ gering ausfällt. Entfernt man den maximalen Wert aus S, so ergibt sich als neuer Schiefewert m_3^* = o.66. Ein einzelnes Objekt hat also die Maßzahl so verzerrt, daß die Interpretation beinahe wertlos wird[1)]. Ähnlich lassen sich die hohen positiven Werte in Gruppe G etwa bei K68, K69 und K7o erklären. Für die hohen Werte von K3o und K6o läßt sich leicht eine andere Erläuterung finden: Sie sind nach unten hin auf o begrenzt und enthalten im Zähler lediglich die liquiden Mittel (LIQ). Daß die Schiefewerte mit o.55 und o.3o bei den guten Fällen etwas geringer ausfallen, dürfte in der angespannten Liquiditätsläge schlechter Unternehmen liegen. Auch die anderen genannten vier Kennzahlen mit positiver Schiefe haben den Null-Wert als untere Schranke. Dies allein

1) Auf die Ausreißerproblematik wird noch in Kapitel 3212 eingegangen.

scheint aber als Begründung für eine solche schiefe Verteilung nicht auszureichen, da andere Kennzahlen mit gleichem Wertebereich sich nicht so verhalten (z.B. K54, K55, K87) und auch bis auf K58 die Schiefemaße bei den guten Fällen bei weitem geringer ausfallen. Bei den verbliebenen drei Kennzahlen steht jedoch KFK im Zähler, so daß darin wohl die Ursache zu suchen ist. Höheres KFK bei gleicher GL (K46) erscheint bei den schlechten Fällen gegenüber den guten Firmen durchaus möglich. Diese Erscheinung läßt sich auch bei K71 und K75 analog wiederfinden. Insgesamt deuten diese schiefen Verteilungen auf einen hohen kurzfristigen Fremdkapital-Anteil bei den schlechten Fällen hin und sind somit ein Indiz für die Konstruktion von Ansätzen zur Trennung dieser beiden Klassen.

Die bisherigen Beobachtungen können durch die visuelle Betrachtung von Histogrammen noch ergänzt werden. Dabei bestehen jedoch die Probleme der Konstruktion der Histogramme sowie der subjektiven Beurteilung. Die Intervallbildung auf der Grundlage der Spannweite[1)] wird bei den meisten Kennzahlen durch Ausreißer stark verzerrt. Deshalb wird die maximale Histogrammbreite symmetrisch um den Mittelwert durch die dreifache Streuung festgelegt[2)].
Auf die subjektive Beschreibung dieser Graphiken wird hier im einzelnen verzichtet, da sich die oben dargelegten Erläuterungen anhand der Schiefemaße wiederholen würden.

---

1) Spannweite = | Maximum - Minimum |

2) Dies entspricht rund 96 % der Fläche unter der standardisierten Normalverteilung. Die Klassenzahl wird auf 15 festgesetzt. Falls die Bedingungen
   - Klassenbesetzung < 1
   - Klassenbesetzung < 5 für höchstens 2o % aller Klassen

   nicht erfüllt sind, werden Klassen zusammengelegt. Werte, die außerhalb der Klassen liegen, werden eliminiert.

Diese Klasseneinteilungen des Histogramms werden jedoch zum χ^2-Test auf Normalität verwendet[1]. Die Markierungen in Tabelle 3.13 geben das Ergebnis an, bei welchen Kennzahlen in welchen Objekt-Gruppen bei einem Signifikanzniveau von o.o5 die Hypothese, daß eine Normalverteilung vorliegt, nicht zurückgewiesen werden kann. Bei den schlechten Fällen ist die Normalverteilung wesentlich häufiger anzutreffen als bei den guten Objekten. Schlechte Firmen scheinen, unabhängig von der Branche, in sich homogener zu sein als gute. Dieser Normalitätstest auf univariater Basis läßt alle Kennzahlen bis auf K8 und K65 (beide mit Einschränkungen) ungeeignet für parametrische Auswertungen erscheinen, die auf der Normalverteilungsvoraussetzung beruhen. Ein Test auf multivariate Normalverteilung[2], die Voraussetzung etwa für die lineare und quadratische Diskriminanzanalyse, wird nach diesen univariaten Ergebnissen nicht mehr für sinnvoll gehalten. Es ist nicht damit zu rechnen, daß eine für die multiple Diskriminanzanalyse für sinnvoll gehaltene Variablengruppe multivariat normalverteilt ist und somit eine der Voraussetzungen für die optimale Anwendung dieser Methode erfüllt.

Faßt man die Ergebnisse der Verteilungsuntersuchungen zusammen, so bestätigen sich die Hypothesen von HORRIGAN und DEAKIN, daß die meisten Bilanzkennzahlen links-

---

1) Zum χ^2 - Anpassungstest vgl. etwa H. REICHARDT: Statistische ..., a.a.O., S. 232 ff.

2) Vgl. dazu etwa J.F. MALKOVICH and A.A. AFIFI: On tests on multivariate normality, in: Journal of American Statistical Association, 68(1973), pp. 176-179 oder
D.R. COX and N.J.H. SMALL: Testing multivariate normality, in: Biometrika, 64(1978), pp. 263-272.
Vgl. aber auch graphische Methoden zur Normalitätsüberprüfung in B.S. EVERITT: Graphical techniques for multivariate data, London 1978, pp. 67-73.
Zusätzlich tritt jedoch noch bei allen multivariaten Betrachtungen das Problem der Variablenauswahl hinzu, da zwar Untergruppen von Merkmalen normalverteilt sein können, auch wenn das gesamte Variablenset einer solchen Prüfung nicht standgehalten hat.

Kenn-zahl-Nr.	Definition der Kennzahl	S					G			
		5	4	3	2	1	74	75	76	77
5	FK/GK			X	X	X				
7	LFK/FK		X	X	X	X				X
8	KFK/GK	X				X				
11	VLL/KFK		X							
17	(GV-LIQ-GRG)/GV				X					
21	SAV/GV									
23	GRG/SAV	X	X	X	X	X				
29	VORR/UV									
3o	LIQ/GV		X	X	X	X				
35	(LIQ+FLL)/UV			X	X					
38	(GK·36o)/GL				X					
42	(FK·36o)/GV									
46	(KFK·36o)/GL				X					
47	(VLL·36o)/MAUF				X					
49	((WEV+VLL)·36o)/GL									
52	((UV-KFK)·36o)/GL									
53	(AV·36o)/U									
54	(SAV·36o)/RERT									
55	(SAV·36o)/ABSA									
57	(VORR·36o)/GL									
58	(VORR·36o)/MAUF									
6o	(LIQ·36o)/GL									
62	(FLL·36o)/GL									
65	(UV-KFK)/GV	X	X	X		X	X	X		X
66	EK/(GV-LIQ-GRG)									
68	EK/SAV									
69	EK/(SAV-GRG)									
7o	(EK+LFK)/(AV+UB)									
71	KFK/UV									
72	KFK/(UV-VORR)									
74	KFK/(LIQ+FLL)									
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)									
77	MAUF/GL	X	X	X	X	X				
78	MAUF/BAUF	X	X		X	X				
8o	PAUF/BAUF	X	X							
81	PAUF/GL	X	X	X	X	X				
82	ABSA/BAUF			X						
83	ABSA/GL									
84	ABSA/(SAV+ABSA)	X	X							
85	ZIN/BAUF									
86	ZIN/GL									
87	ZIN/FK	X	X	X	X	X				
91	GEWS/BAUF									
94	BAUF/(GL+SOE)									
95	WERS/GV			X						
97	WERS/PAUF									
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)									
1o2	GL/BU									
125	BERG/GL									
127	BERG/GK									
13o	(BERG+ABSA)/U									
132	(BERG+ABSA)/KFK									
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)									
136	(BERG+ZIN)/(BILE+ZIN+EEVS)									
138	BERG/KFK									
139	(BERG+ABSA)/GK									
14o	(BERG+ZIN)/U									

Tabelle 3.13 : Merkmale, bei denen die Ablehnung der Normalverteilungshypothese auf 5%-Signifikanzniveau nicht möglich ist

steile Verteilungen aufweisen. Andererseits wird deutlich, daß - gemessen an den Kennzahlen - gute und schlechte Objekte unterschiedlichen Grundgesamtheiten entstammen, denen verschiedenartige Verteilungsgesetze zugrundeliegen. Die Normalitätsprüfung enttäuscht diejenigen, die solche Prozesse mit einfachen Konstruktionen zu beschreiben versuchen. Dabei erweisen sich die schlechten Kreditfälle in sich als homogener gegenüber den guten Objekten. Multivariate Normalverteilungen werden nach diesen univariaten Ergebnissen seltene Ereignisse sein.

3212 Problematik von Ausreißern

Bei der Beschreibung der Kennzahlen-Verteilungen zeigt sich, daß Ausreißer sehr häufig anzutreffen sind. Intuitiv werden dabei solche Werte als Ausreißer betrachtet, die - graphisch gesehen - von der Verteilungsmasse weit entfernt liegt. Der Unterschied im Merkmalswert zwischen einem vermuteten Ausreißer und dem nächsten Objekt ist dabei oft erheblich. Die Gründe für das Auftreten solcher Extremwerte sind sehr unterschiedlich. Tabelle 3.14 gibt zunächst eine Übersicht über die Häufigkeit des Auftretens. Dabei wird ein Objekt ausreißerverdächtig, wenn ein Merkmalswert mehr als um ein Vierfaches der Standardabweichung vom arithmetischen Mittel abweicht. Dieser "4-Sigma-Bereich" umfaßt bei der Normalverteilung 99.99 % und bei beliebigen Verteilungen 94 % aller Werte[1]. Dieses Vorgehen kann nur als deskriptiv bezeichnet werden, da kein exakter statistischer Test vorliegt. Die Entdeckung von Ausreißern durch Tests ist jedoch äußerst problematisch, wenn die Verteilung der Grundgesamtheit unbekannt ist. "There seems to be a dearth of results on optimal tests for discordance when the initial model is non-normal ... The performance of some specific (intuitively based) tests has been examined empirically, by simulation, or theoretically ... But intercomparisons revealing uniform superiority of one test over another are conspicuously lacking"[2]. Zu der Schwierigkeit, einen

---

1) Der Wert für die Normalverteilung kann einem entsprechenden Tabellenwerk entnommen werden. Die Abschätzung für beliebige Verteilungen ergibt sich nach der Ungleichung von TSCHEBYSCHEFF, vgl. Etwa H. REICHARDT: Statistische ..., a.a.O., S. 184 f.

2) V. BARNETT and T. LEWIS: Outliers in statistical data, New York 1979, p. 44.

Kennzahl-Nr.	Definition der Kennzahlen	S					G			
		5	4	3	2	1	74	75	76	77
5	FK/GK		1	1	1	2				
7	LFK/FK									
8	KFK/GK									
11	VLL/KFK									
17	(GV-LIQ-GRG)/GV									
21	SAV/GV									
23	GRG/SAV									
29	VORR/UV									
3o	LIQ/GV		2	1	2	2	3	1	2	5
35	(LIQ+FLL)/UV									
38	(GK·36o)/GL	1		1	1		5	5	5	5
42	(FK·36o)/GL	1					5	5	5	5
46	(KFK·36o)/GL		1	1			2	1	1	3
47	(VLL·36o)/MAUF	1		1		2	3	4	5	1
49	((WEV+VLL)·36o)/GL	1	1	2		1	2	1	3	3
52	((UV-KFK)·36o)/GL	2	1	1	2	2	2	1	3	1
53	(AV·36o)/U	1	2	1	1	2	5	5	5	5
54	(SAV·36o)/RERT	2	2	1	2	2	5	5	5	5
55	(SAV·36o)/ABSA	1	2	1	1	2	6	6	4	5
57	(VORR·36o)/GL	1	1	2	1	1	3	3	2	2
58	(VORR·36o)/MAUF	1	1	1	2	2	1	1	1	3
6o	(LIQ·36o)/GL	1	1	2	1	2	4	5	5	6
62	(FLL·36o)/GL	2	1	1	2	2	1	1	1	1
65	(UV-KFK)/GV									
66	EK/(GV-LIQ-GRG)			1		1	3	2	3	4
68	EK/SAV	2	2	1	1	1	1	1	1	1
69	EK/(SAV-GRG)	2	1	2	2	2	4	4	3	3
7o	(EK+FK)/(AV+UB)	2	1	1	1	2	1	1	1	1
71	KFK/UV	2	2	2	2	2	5	5	3	5
72	KFK/(UV-VORR)	1	2	1	1	2	2	5	3	5
74	KFK/(LIQ+FLL)	2	1	2	1	2	4	5	6	5
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)	2	1	3	2	2	3	3	3	5
77	MAUF/GL									
78	MAUF/BAUF									
8o	PAUF/BAUF									
81	PAUF/GL									
82	ABSA/BAUF	2	2	3	2	2	5	7	6	2
83	ABSA/GL	1	2	3	2	2	6	5	4	2
84	ABSA/(SAV+ABSA)				1	2	3		1	
85	ZIN/BAUF	2	1	1	1	1	4	4	4	4
86	ZIN/GL	2	1	1	1	2	4	4	4	4
87	ZIN/FK			1	1		1	1		2
91	GEWS/BAUF	1			1		3	2	3	2
94	BAUF/(GL+SOE)	1	3	2	1	1	3	3	4	3
95	WERS/GV	1				1	3	4	3	4
97	WERS/PAUF		1	1	2	1	2	1	3	3
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)	2	2	2	3	1	3	1	3	3
1o2	GL/BU	3	2	2	1	2	7	6	5	6
125	BERG/GL	1	3	1	1	2	1	1	2	2
127	BERG/GK	1	1		2		5	5	4	4
13o	(BERG+ABSA)/U	2	2	1	1	1	1	3	1	2
132	(BERG+ABSA)/KFK	2			1		4	1	2	1
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)	1	1	1	1		4	2	6	1
136	(BERG+ZIN)/(BILE+ZIN+EEVS)	2	2	1	2	3	4	5	3	4
138	BERG/KFK	1				1	5	1	2	1
139	(BERG+ABSA)/GK		1				4	5	2	4
14o	(BERG+ZIN)/U	1	3	2	1	1	1	3	2	4

Tabelle 3.14 : Zahl der Werte außerhalb des "4-Sigma-Bereiches"

vom Verteilungsschwerpunkt sehr weit entfernten Wert als Ausreißer bezeichnen zu können, kommt die Berücksichtigung solcher Werte bei nachfolgenden anderen statistischen Auswertungen hinzu. Die bloße Entfernung "unliebsamer" Objekte aus der Stichprobe ist sicherlich kein stets probates Mittel.
Weitere Probleme liegen darin, daß unser Ziel eine multivariate Betrachtungsweise ist, somit univariate Ausreißer noch längst nicht auch aus multivariater Sicht einen Ausreißer darstellen müssen. Die Eingliederung solcher Werte wird dabei eher noch schwieriger.

Stellt man ausreißerverdächtige Objekte und die entsprechenden Bilanzkennzahlen in einer Matrix zusammen und markiert dann die Überschreitung des 4-Sigma-Bereiches, so lassen sich durch den Vergleich gleicher und/oder ähnlicher Fälle einige Gründe für das Extremwertverhalten angeben. So fällt eine Gruppe von Objekten auf, die der gleichen Branche (Grundstücks- und Wohnungswesen, Vermögensverwaltung) angehören. Die Jahresabschlüsse solcher Fälle weisen relativ niedrige Umsätze, dafür aber verhältnismässig hohes Anlagevermögen (insbesondere Grundstücke und Gebäude), hohes langfristiges Fremdkapital sowie hohe Abschreibungen und Zinsen auf. Dadurch fallen Kennzahlenwerte wie (FK·360)/GL, (AV·360)/U, (SAV·360)/RERT, (SAV·360)/ABSA völlig aus dem üblichen Rahmen. Hier zeigt sich deutlich, daß eine branchenspezifische Analyse angebracht ist. Denn auch in anderen Branchengruppen sind solche Unterschiede festzustellen[1]. Unser geringer Stichprobenumfang hindert

---

1) Vgl. Kapitel 413.

uns jedoch daran, eigene Branchenanalysen vorzunehmen.

Andere Ausreißer beruhen auf einer Klassenunverträglichkeit der Jahresabschlüsse. Dies bedeutet, daß etwa Objekte mit Bilanzen, die deutlich erkennbare Strukturen wie die typisch schlechter Objekte aufweisen (vgl. Abbildung 3.7), der Klasse der guten Fälle angehören und umgekehrt. In solchen Fällen müssen andere Faktoren den Ausschlag für den Verzicht etwa auf Einzelwertberichtigung gegeben haben. Erst durch eine umfangreiche Einzelanalyse bei engem Kontakt zum beteiligten Kreditinstitut lassen sich solche Fälle besser beurteilen und dann entsprechend behandeln. Dies ist hier nicht möglich gewesen, gibt aber dem zukünftigen Anwender den Hinweis, solchen Fällen nachzugehen.

Der Hauptanteil der Ausreißerwerte beruht jedoch auf extremen Datenkonstellationen, wobei die Kennzahlenkonstruktion eine erhebliche Rolle spielt. So lassen sich etwa bei den meisten Gliederungszahlen[1] (wie FK/GK, SAV/GV oder PAUF/BAUF) keine Ausreißer beobachten. Dies liegt im wesentlichen an dem beschränkten [o,1] - Definitionsintervall, in das alle Werte fallen (müssen). Anders ist die Situation bei den Beziehungszahlen, bei denen die verschiedensten Konstruktionen möglich sind. So gibt es die (seltenen) Zufälle, daß etwa beim Entschuldungsgrad (K133, (BERG+ABSA)/(FK-LIQ)) in einem Fall

---

1) Vgl. Kapitel 311.

BILANZSTICHTAG:	31.12.	
BILANZART:	1	STEUERBILANZ
RECHTSFORM:	6	GMBH&CO KG
BRANCHE:	30070	BAUHAUPT

GEWINN- UND VERLUSTRECHNUNG (IN TDM)

BRUTTOUMSATZ	9799.
- ERLOESSCHMAELERUNGEN	0.
= NETTOUMSATZ	9799.
+ BESTANDSVERAEND.,+ AKT. EIGENL.	-6607.
= GESAMTLEISTUNG	3192.
- MATERIALAUFWAND	503.
= ROHERTRAG	1689.
+ S.U. ERTRAEGE	84.
- PERSONALAUFWAND	778.
- PLANM.,ABSCHR. AUF SACHANL.	145.
- ZINSEN, DISKONT	85.
- GEWERBE- UND LOHNS.STEUER	13.
- SONSTIGER AUFWAND	540.
= BETRIEBSERGEBNIS	118.
- A.U. ABSCHREIBUNGEN	0.
- EEV-STEUERN	0.
+ NEUTRALES ERGEBNIS	71.
= BILANZERGEBNIS	189.

AKTIVA (IN TDM)		PASSIVA (IN TDM)	
GRUNDST., GEBAEUDE	788.	WIRTSCHAFTL. EIGENKAPITAL	196.
SACHANLAGEN	874.	LANGFRIST. FREMDKAPITAL	678.
FINANZANLAGEN	35.	VERBINDLICHK. A.L.U.L.	106.
VORRAETE	6644.	WECHSELVERBINDLICHKEITEN	0.
LIQUIDE MITTEL	178.	KURZFRIST. FREMDKAPITAL	3505.
FORDERUNGEN A.L.U.	95.		
UMLAUFVERMOEGEN	9210.		
UNTERBILANZ	0.		
BILANZSUMME	9919.	BILANZSUMME	4319.

BRUTTOINVESTITIONEN	88.
DAV. MOBILIEN	77.
DAV. IMMOBILIEN	11.

Abbildung 3.7 : Beispiel für eine schlechte Bilanz bei einem Unternehmen aus der Klasse der guten Fälle

FK und LIQ fast gleich sind:

LFK	11 TDM
KFK	56 TDM
LIQ	66 TDM
BERG	- 5 TDM
ABSA	18o TDM

So ergibt sich der extreme Wert von 175.o als Entschuldungsgrad, eine Größe, die nicht sinnvoll interpretationsfähig ist. Gerade, wenn horizontale Strukturkennzahlen gebildet werden (wie etwa K71 bis K75) oder wenn horizontale Strukturen mit der GuV in Verbindung gebracht werden (wie etwa bei K98 und K133), können leicht solche Ausreißer auftreten. Aus diesem Grund ist etwa auch die Kennzahl EK/FK durch die inhaltlich gleiche Zahl FK/GK ersetzt worden, da die erstere Ausreißergefahren wegen fehlender Normierung mit sich bringt[1]. Es gibt aber auch verhältnismäßig unverfängliche Kennzahlen wie K3o (LIQ/GV), bei denen Ausreißer auftreten können, da eine oder mehrere Komponenten dieser Kennzahl (wie hier LIQ) starken Schwankungen unterworfen sind.

Es zeigt sich also, daß die Problematik von Ausreisserwerten sehr vielschichtig ist. Nach unserer Ansicht müßten noch intensive Forschungen unternommen werden, um Regeln zur Vermeidung solcher Fälle aufstellen zu können. Für unsere Arbeit schlagen wir den anderen möglichen Weg ein, indem durch entsprechende Methodenwahl der Einfluß von Ausreißern auf die Ergebnisse gedämpft werden, so daß ihnen eine nicht zustehende

---

1) Vgl. Kapitel 313.

überproportionale Bedeutung eben nicht zukommen kann. Dies wird mangels anderer Lösungen um so wichtiger erachtet, als univariate Ausreißer sich bei multivariaten Verfahren völlig "normal" verhalten können, da der Einfluß anderer Merkmale dann überwiegt. Diese Lösung ist zum Teil unbefriedigend, da sie nicht endgültig ist und die Problematik in gewisser Weise vor sich herschiebt. Dennoch ist sie akzeptabel, da nicht so getan wird, als gäbe es Ausreißer nicht.

3213 Vergleich von Mittelwerten und Streuungen

Schon bei der deskriptiven Verteilungsanalyse konnten Kennzahlenunterschiede in den beiden Gruppen der guten und schlechten Objekte aufgezeigt werden. Die Subjektivität visueller Histogrammvergleiche und die relativ geringe Informationsgüte von Schiefemaßen[1] lassen uns nach geeigneten Lagemaßen suchen, um die schon in Andeutung vorgefundenen Kennzahlenunterschiede konkreter beschreiben zu können. Die vollständige Beschreibung einer Verteilung durch das arithmetische Mittel und die Standardabweichung ist nur für die Normalverteilung möglich[2]. Da Tests gezeigt haben, daß mit einem solchen Verteilungsgesetz bei unseren Kennzahlen und der vorhandenen Datenbasis nur vereinzelt gerechnet werden kann, ist auch die Interpretation von Mittelwerten und Streuungen allein nicht in der Lage, das gesamte Trennpotential offenzulegen. Des weiteren haben Ausreißerüberlegungen gezeigt, daß Maßzahlen, die auf der vollen Intervallskalen-Information beruhen, bei vielen Merkmalen solche Verzerrungen aufweisen, daß eine sinnvolle ökonomische Interpretation nicht mehr möglich erscheint. Aufbauend auf diesen Erfahrungen soll für den Lagevergleich der Kennzahlen ein von Ausreißern weniger beeinflußter Mittelwert verwendet werden, so daß die vorhandenen ökonomischen Gruppenunterschiede am ehesten angemessen ausgedrückt werden.

"Mathematisch ist ein Mittelwert ein Wert zwischen dem kleinsten und dem größten Wert der Menge. Es gibt also unendlich viele mathematische Mittelwerte. Aus sachlogischen Erwägungen heraus hat man in der Sta-

---

1) Die Kenntnis der Schiefe allein läßt noch keine Aussage über Trennungsmöglichkeiten zu, da jene von der Lage der Verteilungen abhängen.

2) Dabei hat in diesem Fall jedes der angeführten Schiefemaße den Wert Null.

tistik jedoch stets nur einige wenige der mathematischen Mittelwerte betrachtet"[1]. Wir halten denjenigen Mittelwert für unser Problem am ehesten angemessen,

- der als "Repräsentant" der Objektmenge bezeichnet werden kann
- der mit den Mittelwerten anderer Stichproben vergleichbar ist
- der Extremwerte einer Stichprobe in bezug auf den Verlust einer sinnvollen sachlogischen Aussagefähigkeit nicht überbewertet
- der bestimmte theoretische Optimaleigenschaften[2] besitzt.

Sowohl das arithmetische Mittel $\bar{x}$ als auch der Median $\tilde{x}$ erfüllen z.B. die geforderten Optimalitätseigenschaften. So führt die Wahl von $\bar{x}$ zur Minimierung der Summe

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

und $\tilde{x}$ zur Minimierung von

$$\sum_{i=1}^{n} |x_i - \tilde{x}|.$$

Andererseits werden durch diese Eigenschaften beim arithmetischen Mittel Extremwerte überbetont, während der Median auf die vorliegende Intervallskalenqualität verzichtet, so daß die Abstände zwischen den Kenn-

---

1) G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß ..., Teil 2, a.a.O., S. 342.

2) Diese Optimaleigenschaften lassen sich entscheidungstheoretisch in Form der Minimierung eines (reellen oder fiktiven) Schadens formulieren.

zahlenwerten unberücksichtigt bleiben. Gesucht ist daher eine Maßzahl, die Vorteile von $\bar{x}$ und $\tilde{x}$ in gewisser Form in sich vereint. In der statistischen Literatur wird in letzter Zeit verstärkt die Diskussion über robuste Schätzer[1] geführt. Dies sind Schätzfunktionen für Verteilungsparameter, die besonders gegen Ausreißer unempfindlich sind. Diese robusten Mittelwerte sind in der praktischen Anwendung bis heute verhältnismäßig wenig verbreitet, obwohl die theoretische Literatur dazu beinahe unübersehbare Ausmaße angenommen hat. Zwei Gründe scheinen dafür hauptsächlich verantwortlich zu sein[2]:

---

1) Der Begriff der Robustheit wird wohl erstmals von BOX in die Diskussion gebracht, vgl. G.E.P. BOX: Non-normality and tests on variances, in: Biometrika, 4o(1953), pp. 318-335.

2) Vgl. dazu etwa auch R.V. HOGG: Statistical robustness: One new of its use in application today, in: The American Statistician, 33(1979), pp. 1o8-115.

- Anders als die wenigen bisher bekannten Lagemaßzahlen gibt es eine äußerst reiche Fülle von Vorschlägen und Simulationsrechnungen für die verschiedenartigsten robusten Schätzer[1]. Die Angabe eines einzigen, "besten" Mittelwertes ist bis heute nicht möglich.

- In der Regel erfordern Robustheitsuntersuchungen iterative Prozeduren, die manuell bei grösserem Datenumfang nicht mehr sinnvoll durchgeführt werden können. In den von den Anwendern benutzten Programmpaketen stehen hingegen solche Verfahren kaum zur Verfügung[2].

---

1) Vgl. etwa die Vergleichsrechnungen mit allein 68 Schätzern von D.F. ANDREWS et. al.: Robust estimates of location, Princeton 1972.

2) Eine Ausnahme bildet dabei das neue BMDP-Programmpaket, das drei robuste Schätzer in dem Unterprogramm BMDP2D (detailed data description, including frequencies) anbietet. Vgl. W.J. DIXON and M.B. BROWN (eds): BMDP-77, Biomedical Computer Programs, P-series, Berkely-Los Angeles-London 1977.
Vgl. andererseits die Sammlung von FORTRAN-Subroutinen in dem Buch von ANDREWS et.al., die jeder geübte Programmierer entsprechend seinem Anwendungsproblem anpassen könnte.

Da das Ziel unserer Arbeit nicht im Vergleich der Aussagefähigkeit solcher Schätzwerte liegt, soll für die Gegenüberstellung der verschiedenen Mittelwerte der Gruppen nur ein einziger robuster Schätzer herangezogen werden. Aus der Vielfalt der angebotenen Verfahren wird der stückweise lineare M-Schätzer von HAMPEL gewählt[1], da er sich in den Simulationsstudien von ANDREWS et.al. verhältnismäßig gut bewährt hat[2]. Die M-Schätzer (Maximum-Likelihood-Schätzer) sind eine Klasse von robusten Verfahren, die auf folgendem Prinzip beruhen[3]:

Angenommen, die Stichprobe entstamme einer Verteilung mit der Verteilungsfunktion $F(x-\theta)$. Dabei ist θ der Lageparameter, den es zu schätzen gilt. Gesucht ist als Schätzer für θ eine Funktion $T_n=T_n(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, die den Ausdruck

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(x_i - T_n)$$

minimiert. ρ bezeichnet dabei eine reellwertige, nichtkonstante Funktion[4].

---

1) F.R. HAMPEL: The influence curve and its role in robust estimation, in: Journal of American Statistical Association, 69(1974), pp. 383-393.

2) Vgl. die Diskussion der Ergebnisse bei P.F. ANDREWS et.al.: Robust ...,a.a.O., pp. 222-26o. Die vorgenommene Auswahl wird von unserer Seite mangels genauer Kriterien als subjektiv betrachtet. Es erscheint jedoch bei dem großen Einfluß von Ausreißern im Bilanzdatenmaterial sinnvoll, umfangreichere wissenschaftliche Arbeiten über die Aussagefähigkeit verschiedener Robustheitsmaße speziell auf diesem Gebiet anzuschliessen. Diesem Buch ist auch das für die Berechnungen notwendige Programm entnommen und angepaßt worden.

3) Die Darstellung erfolgt in Anlehnung an V. BARNETT and T. LEWIS: Outliers ..., a.a.O., pp. 149-152 und an P.F. ANDREWS et.al.: Robust ..., a.a.O., pp. 11-17.

4) Entscheidungstheoretisch bedeutet dieses Vorgehen die Minimierung einer bestimmten Verlustfunktion. Vgl. auch die Minimaleigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians.

Ist $\rho(t) = -\ln f(t)$, so liegt eine Maximum-Likelihood-Schätzung vor, da der Logarithmus der Likelihood-Funktion $L(\theta)$ lautet:

$$\ln L(\theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i - \theta)$$

$$= - \sum_{i=1}^{n} \rho(x_i - \theta).$$

$L(\theta)$ wird maximiert, wenn

$$\frac{d(\ln L(\theta))}{d\theta} = - \sum_{i=1}^{n} \frac{f'(x_i - \theta)}{f(x_i - \theta)}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \psi(x_i - \theta) = o$$

Dabei ist $\psi(\cdot)$ die 1. Ableitung von $\rho(\cdot)$ nach θ. Die Lösung T_n , die diese Gleichung für θ erfüllt, ist dann ein (robuster) Maximum-Likelihood-Schätzer für θ. Ist $\rho(\cdot)$ eine konvexe Funktion, dann ist T_n eindeutig , translationsinvariant, konsistent und asymptotisch normalverteilt[1]. Der hier verwendete Schätzer von HAMPEL benutzt eine skaleninvariante Version des oben dargestellten Prinzips, so daß jetzt eine Verteilungsfunktion

$$F^* \left(\frac{x - \theta}{s_m}\right)$$

betrachtet wird. Dabei ist s_m ein wiederum robuster Schätzer der Streuung und wird bei HAMPEL als

$$s_m = \text{Median } \{|x_i - \tilde{x}|\},$$

also als der Median der absoluten Abweichungen der Einzelobjekte vom Gesamtmedian vorgeschlagen. Durch

---

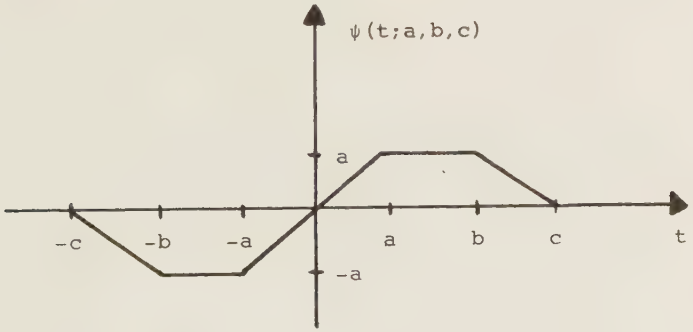
1) Vgl. P.J. HUBER: Robust estimation of a location parameter, in: Annals of Mathematical Statistics, 35(1964), pp. 73-1o1 und ders.: The behavior of maximum likelihoods estimates under nonstandard conditions, in: Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium of Mathematical Statistical Probability, 1967, pp. 221-233.

die Festlegung der 1. Ableitung wird die Schätzfunktion bestimmt:

$$\psi(t;a,b,c) = \text{sgnt}\begin{cases} |t| & \text{für } o \leq |t| < a \\ a & \text{für } a \leq |t| < b \\ \frac{c-|t|}{(c-b)} \cdot a & \text{für } b \leq |t| < c \\ o & \text{für } |t| \geq c \end{cases}$$

mit $t = (x_i - T_n)$

Graphisch hat die Funktion $\psi(\cdot)$ daher folgendes Aussehen:



Durch die drei Parameter a,b und c wird die Schätzung beeinflußt. In der vorliegenden Form sind sie mit

a = 2.5
b = 4.5
c = 9.5

festgelegt worden[1]. Die iterative Lösung beginnt mit dem Median als Startwert[2].

Schließt man nun von der Ableitungsfunktion $\psi(\cdot)$ auf $\rho(\cdot)$ zurück, so kann der Einfluß der Objekte und damit auch der Ausreißer bei der Festlegung der Minimalsumme

$$\sum_{i=1}^{n} \rho\left(\frac{x_i - T_n}{s_m}\right)$$

so beschrieben werden: Fallen Objekte mit ihrem standardisierten Abstand vom Mittelwert in den Bereich von o bis a, so nimmt ihr Gewicht in der Summe von $\rho(\cdot)$ quadratisch zu (entspricht der Berechnung des arithmetischen Mittels). Im Intervall von a bis b wird jedes Objekt gleich gewichtet aufgenommen (entspricht der Berechnung des Medians). Im Abschnitt b bis c fällt ihre Bedeutung quadratisch so weit ab, daß Objekte außerhalb des c-Bereiches gar nicht mehr berücksichtigt werden. Dies bedeutet etwa für Stichprobenveränderungen, daß Ausreißer-Werte mit einem standardisierten Abstand vom geschätzten Mittelwert, der größer gleich c ist, diese Schätzung unverändert lassen. Andererseits heißt dies für die Bestimmung des Mittelwertes, daß dieser durch Ausreißer mit Abstandswerten von größer gleich c nicht beeinflußt wird[3].

---

1) Auch dies ist ein Aspekt der oben erwähnten subjektiven Auswahl, die nur durch die - wiederum subjektive Gewichtung - der Simulationsergebnisse von ANDREWS et.al. gerechtfertigt werden kann.

2) Die zugehörige Funktion $\rho(\cdot)$ ist nicht konvex, so daß Konvergenz nicht zwingend eintreten muß. Bei den empirischen Berechnungen haben sich jedoch in keinem Fall Schwierigkeiten ergeben. Nicht berechenbar ist T_n, wenn der Skalierungsparameter den Wert Null aufweist.

3) Die Nichtberücksichtigung von Ausreißern ist auch unter dem Begriff des "Trimmen" eines Mittelwertes bekannt. Dort wird jedoch die Verteilung unabhängig von der Entfernung dieser Werte vom Schwerpunkt "gekappt". Getrimmte Mittelwerte haben (daher) bei den Simulationsstudien von ANDREWS et.al. nicht gut abgeschnitten.

Der dämpfende Einfluß auf Extremwerte durch die Berechnung eines robusten Mittelwertes wird etwa bei Kennzahl 133 (BERG+ABSA)/(FK-LIQ), dem Entschuldungsgrad, deutlich (siehe Abbildung 3.8).

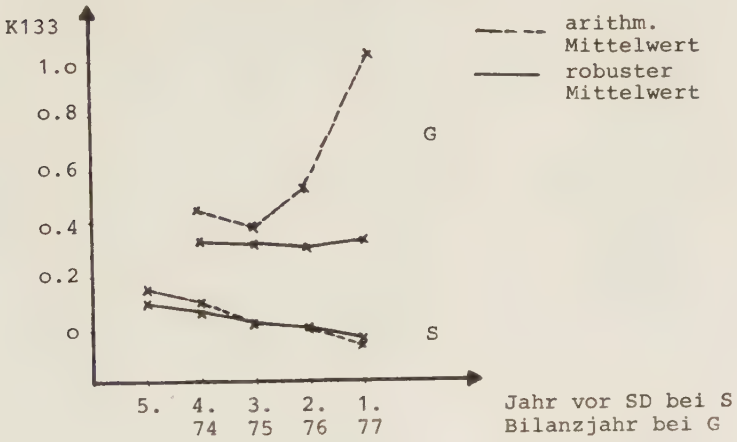


Abbildung 3.8: Mittelwerte von K133

Ein einzelner Ausreißer im Bilanzjahr 1977 mit einem Kennzahlenwert von 175.o hat das arithmetische Mittel der guten Fälle so extrem anschwellen lassen. In den anderen Jahren lassen sich zwar noch mehrere Ausreißer vermuten, die jedoch keinen so gewichtigen Einfluß ausüben. Der Anstieg der Mittelwerte in den Jahren 1975-1977 ist ökonomisch daher überhaupt nicht sinnvoll interpretierbar. Die Maßzahl, die die Lage der Verteilung kennzeichnen sollte, scheint diese Aufgabe nicht erfüllen zu können. Solche "Fehler" beeinflussen natürlich auch die anderen Momente der Verteilung, wie etwa die Standardabweichung und das Schiefemaß.

Tabelle 3.15 zeigt nun die robusten Mittelwerte und Streuungen für das 3. Jahr vor Stichdatum bei den schlechten Fällen und für das Bilanzjahr 1977 bei den

Kennzahl-Nr.	Definition der Kennzahl	$\bar{x}_r$		s_r		A
		S-3	G-77	S-3	G-77	
5	FK/GK	o.9o8	o.641	o.o71	o.145	2.735
7	LFK/FK	o.292	o.279	o.176	o.188	o.oo3
8	KFK/GK	o.637	o.446	o.164	o.154	o.721
11	VLL/KFK	o.267	o.321	o.1o7	o.141	o.o93
17	(GV-LIQ-GRG)/GV	o.763	o.776	o.133	o.157	o.oo4
21	SAV/GV	o.364	o.359	o.162	o.162	o.oo1
23	GRG/SAV	o.6o7	o.436	o.168	o.37o	o.177
29	VORR/UV	o.572	o.488	o.141	o.19o	o.126
3o	LIQ/GV	o.oo5	o.o24	o.oo4	o.o15	1.498
35	(LIQ+FLL)/UV	o.322	o.437	o.122	o.18o	o.28o
36	(GK·36o)/GL	278	156	89	49	1.442
42	(FK·36o)/GL	253	97	88	39	2.627
46	(KFK·36o)/GL	169	67	61	28	2.3o9
47	(VLL·36o)/MAUF	89	37	42	19	1.272
49	((WEV+VLL)·36o)/GL	53	23	2o	12	1.654
52	((UV-KFK)·36o)/GL	-16	25	32	21	1.147
53	(AV·36o)/U	87	55	34	29	o.513
54	(SAV·36o)/RERT	183	142	73	71	o.162
55	(SAV·36o)/ABSA	3o93	25o6	1174	1o68	o.137
57	(VORR·36o)/GL	77	44	36	24	o.582
58	(VORR·36o)/MAUF	18o	77	97	4o	o.964
6o	(LIQ·36o)/GL	1.2	2.9	o.8	2.1	o.572
62	(FLL·36o)/GL	39	32	15	18	o.o89
65	(UV-KFK)/GV	o.o58	o.169	o.14o	o.143	1.287
66	EK/(GV-LIQ-GRG)	o.127	o.482	o.o94	o.218	2.236
68	EK/SAV	o.271	1.132	o.234	o.583	1.878
69	EK/(SAV-GRG)	o.779	3.1o1	o.627	1.795	1.491
7o	(EK+LFK)/(AV+UB)	o.867	1.529	o.294	o.456	1.489
71	KFK/UV	1.o98	o.726	o.247	o.221	1.26o
72	KFK/(UV-VORR)	3.182	1.6oo	1.285	o.623	1.227
74	KFK/(LIQ+FLL)	4.o82	1.841	1.735	o.796	1.378
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)	1.219	o.78o	o.28o	o.233	1.452
77	MAUF/GL	o.5o9	o.574	o.117	o.175	o.o95
78	MAUF/BAUF	o.519	o.617	o.122	o.174	o.213
8o	PAUF/BAUF	o.319	o.227	o.1o8	o.1o9	o.359
81	PAUF/GL	o.315	o.2o8	o.1o8	o.1oo	o.528
82	ABSA/BAUF	o.o31	o.o25	o.o13	o.o13	o.1o7
83	ABSA/GL	o.o31	o.o23	o.o14	o.o11	o.2o2
84	ABSA/(SAV+ABSA)	o.126	o.153	o.o43	o.o56	o.146
85	ZIN/BAUF	o.o35	o.o12	o.o14	o.oo6	2.28o
86	ZIN/GL	o.o35	o.o11	o.o14	o.oo6	2.483
87	ZIN/FK	o.o54	o.o41	o.o19	o.o15	o.288
91	GEWS/BAUF	o.oo6	o.o12	o.oo4	o.oo6	o.692
94	BAUF/(GL+SOE)	o.963	o.927	o.o23	o.o31	o.87o
95	WERS/GV	o.465	o.65o	o.145	o.243	o.427
97	WERS/PAUF	1.118	1.453	o.o94	o.24o	1.689
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)	-3.647	-8.379	1.789	7.565	o.371
1o2	GL/BU	o.993	o.993	o.o19	o.oo8	o.o
125	BERG/GL	o.oo4	o.o6o	o.o23	o.o3o	2.195
127	BERG/GK	o.oo8	o.14o	o.o3o	o.o73	2.797
13o	(BERG+ABSA)/U	o.o36	o.o86	o.o22	o.o34	1.524
132	(BERG+ABSA)/KFK	o.o83	o.482	o.o62	o.226	2.899
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)	o.o6o	o.34o	o.o38	o.172	2.527
136	(BERG+ZIN)/(BILE+ZIN+EEVS)	o.957	o.998	o.163	o.o42	o.o59
138	BERG/KFK	o.oo6	o.329	o.o54	o.189	2.7oo
139	(BERG+ABSA)/GK	o.o54	o.198	o.o32	o.o82	2.676
14o	(BERG+ZIN)/U	o.o37	o.o72	o.o26	o.o3o	o.777

Tabelle 3.15 : Robuste Mittelwerte, Streuungen und A-Werte bei S-3 und G-77

guten Objekten[1]. Das Ziel der Gegenüberstellung ist die Beantwortung der Frage, ob sich von der Lage der Verteilungen her zwischen den beiden Kennzahlengruppen bereits ein Unterschied erkennen läßt. Vernachlässigt man die Einbeziehung der Streuung in die Betrachtung, so weisen fast alle Kennzahlen im Mittel mehr oder weniger deutliche Unterschiede auf. Die Wahl eines robusten Mittelwertes bietet außerdem die Gewähr dafür, daß diese Differenzen weder durch Ausreißer zustandegekommen noch durch solche Extremwerte verzerrt dargestellt sind. Für eine genauere Analyse der Lagemaße kann jedoch auf die Einbeziehung der Streuungen nicht verzichtet werden. Als ein deskriptives Maß, um die Abstände zwischen den beiden Klassenverteilungen auszudrücken, wird

$$A = \frac{(\bar{x}_{rG} - \bar{x}_{rS})^2}{s_{rG}^2 + s_{rS}^2}$$

mit $\bar{x}_{rG}$, s_{rG} : = robuster Mittelwert und robuste Streuung der Klasse G

und $\bar{x}_{rS}$, s_{rS} : = robuster Mittelwert und robuste Streuung der Klasse S

verwendet[2] (vgl. Tabelle 3.15).

Die Aussage für eine Trennfähigkeit der Variablen kann hierbei jedoch nur approximativ und tendenziell erfolgen, da nur zwei Verteilungsparameter einbezogen

---

1) Die Werte der anderen Jahre können dem Anhang entnommen werden, da deren Diskussion unter der Zielsetzung dieses Kapitels keine wesentlichen neuen Erkenntnisse erbringt.

2) NIEMANN schlägt vor, anhand dieses Maßes eine Merkmalsreduktion vorzunehmen, vgl. H. NIEMANN: Methoden ..., a.a.O., S. 134 ff.

werden. Die Untersuchungen der Schiefemaße sowie die Normalitätsprüfung haben aber darauf hingewiesen, daß damit die vorliegenden Verteilungen i.d.R. nicht vollständig beschrieben werden können.

Ordnet man die 57 Kennzahlen anhand dieses A-Wertes histogrammförmig (vgl. Tabelle 3.16), so lassen sich drei große Gruppierungen erkennen:

- Bilanzkennzahlen mit hohen A-Werten (zwischen 2.o und 2.9)
- Bilanzkennzahlen mit mittleren A-Werten (zwischen 1.o und 1.9)
- Bilanzkennzahlen mit niedrigen A-Werten (zwischen o und o.9)

Die Gruppe mit den starken Lageunterschieden enthält Bilanzkennzahlen, deren Aussage im wesentlichen auf die Ertragskraft (K127, K139, K125), die Finanzierung (K5, K42, K86, K46, K66, K85) und die Kombination beider Faktoren (K132, K138, K133) gerichtet ist. Im mittleren Bereich sind die Kennzahlen der horizontalen Deckungsrelationen (K68, K69, K7o, K75, K74, K65, K71, K72) und der eng verwandten statischen Liquidität (K3o, K52) aufzufinden sowie Variable, die die Umsatztätigkeit (K13o, K38), die Kreditorenabhängigkeit (K49, K47) und die innerbetriebliche Leistungsfähigkeit (K97) beschreiben. Nach diesem deskriptiven Maß scheinen in den oben genannten Unternehmensbereichen zwischen schlechten und guten Firmen durchaus starke Unterschiede zu existieren, auf die ein Bilanzanalyse- und Klassifikationsinstrument aufgebaut werden könnte.

Abstands-Wert	Kennzahlen-Nummern
0.0 ≦ A < 0.1	7, 11, 17, 21, 62, 77, 1o2, 136
0.1 ≦ A < 0.2	23, 29, 54, 55, 6o, 82, 84
0.2 ≦ A < 0.3	35, 78, 83, 87
0.3 ≦ A < 0.4	8o, 98
0.4 ≦ A < 0.5	95
0.5 ≦ A < 0.6	53, 57, 81
0.6 ≦ A < 0.7	91, 94
0.7 ≦ A < 0.8	8, 14o
0.8 ≦ A < 0.9	
0.9 ≦ A < 1.0	58
1.0 ≦ A < 1.1	
1.1 ≦ A < 1.2	52
1.2 ≦ A < 1.3	47, 65, 71, 72
1.3 ≦ A < 1.4	74
1.4 ≦ A < 1.5	3o, 38, 69, 7o, 75
1.5 ≦ A < 1.6	13o
1.6 ≦ A < 1.7	49, 97
1.7 ≦ A < 1.8	
1.8 ≦ A < 1.9	68
1.9 ≦ A < 2.0	
2.0 ≦ A < 2.1	
2.1 ≦ A < 2.2	125
2.2 ≦ A < 2.3	66, 85
2.3 ≦ A < 2.4	46
2.4 ≦ A < 2.5	86
2.5 ≦ A < 2.6	133
2.6 ≦ A < 2.7	42, 127, 138, 139
2.7 ≦ A < 2.8	5
2.8 ≦ A < 2.9	132

Tabelle 3.16 : Kennzahlenhistogramm anhand der A-Werte bei S-3/G-77.

322 Merkmalsreduktion aufgrund von Stabilitätsuntersuchungen

Die bereits vorgenommenen deskriptiven Untersuchungen haben sowohl in bezug auf die einzelne Kennzahl als auch im Zeitvergleich Unterschiede in den Verteilungen der schlechten und guten Objektklassen aufgezeigt. Die Gegenüberstellung der zugrundeliegenden unterschiedlichen Verteilungsprozesse in bezug auf eine zeitliche Entwicklung ist dann eingeschränkt, wenn sich die Verteilungen sowohl der Klasse der guten als auch der schlechten Muster zeitlich verändern. Man wird jedoch kaum sinnvoll annehmen können, daß - auch nicht bei den guten Objekten - die Verteilungen einer nicht zu kleinen Menge von Bilanzkennzahlen mindestens von der Lage her über längere Periodenräume stabil bleiben werden. Andererseits zeigen die Mittelwertsvergleiche der guten Firmen, daß in dieser Musterklasse wenigstens über einen Zeitraum von 4 Jahren bei einigen Kennzahlen auch von der Lage her stabile Verteilungen vorliegen könnten. Diese Beobachtung soll für eine empirisch fundierte Merkmalsreduktion ausgenutzt werden. Aus dem vorliegenden Kennzahlen-set werden also all diejenigen für die weiteren Untersuchungen ausgewählt,

- die über den Bilanzzeitraum 1974-1977 stabile Verteilungen bei den guten Objekten aufweisen
- bei denen über die Perioden 1.-5. Jahr vor SD diese Stabilität unter den schlechten Fällen nicht vorzufinden ist.

Die zweite Bedingung führt dazu, daß nicht etwa Kennzahlen aufgenommen werden, die bei den Problemfällen in der 5-Jahres-Periode vor Kriseneintritt ebenfalls

keine Veränderungen aufweisen.

Da uns deskriptive Maße für eine solche Auswahl wegen fehlender Verallgemeinerungsfähigkeit nicht geeignet erscheinen, soll die Überprüfung der Kennzahlenverteilungen mit Hilfe eines statistischen Tests vorgenommen werden. Die bisherigen Studien haben ergeben, daß die Voraussetzungen für einen entsprechenden parametrischen Test im allgemeinen nicht erfüllt sind. Daher wird der nichtparametrische zweiseitige FRIEDMAN-Test (F_c-Test)[1] zur Überprüfung folgender Hypothesen herangezogen:

H_o: Die c Bilanzjahre (bzw. die Jahre vor SD) haben keinen Einfluß auf die Lage der Kennzahlenverteilungen[2].

H_1: Mindestens zwei der c Bilanzjahre (bzw. Jahre vor SD) wirken sich auf die Lage der Kennzahlenverteilung aus.

Die Voraussetzungen dieses Tests (Unabhängigkeit der Objekte untereinander, Abhängigkeit der Bilanzen je Objekt über die Zeit, mindestens ordinales Meßniveau) sind bei unseren Daten erfüllt. Getestet wird über die Perioden 1974-1977 bzw. 1.-5. Jahr vor SD.
Die Bilanzen jedes Objektes über die Zeit werden dabei der Größe nach geordnet, so daß ihnen Ränge zugewiesen werden können. Haben die verschiedenen Bilanzjahre

---

1) Vgl. etwa H. BÜNING und G. TRENKLER: Nichtparametrische statistische Methoden, Berlin - New York 1978, S. 217-225.

2) Dies bedeutet jedoch nicht, daß für jedes Objekt die Kennzahlenwerte über diesen Zeitraum stabil sein müssen.

nun keinen Einfluß auf den Verteilungsprozess, so werden für jedes dieser Jahre gleiche Jahres-Rangsummen erwartet, während definitionsgemäß die Objekt-Rangsummen stets gleich

$$\frac{1}{2} \cdot c \cdot (c+1)$$

sind. Die von FRIEDMAN vorgeschlagene Teststatistik

$$F_c = \frac{12}{n \cdot c \cdot (c+1)} \sum_{i=1}^{n} \left(R_i - \frac{n(c+1)}{2}\right)^2$$

mit n:= Zahl der Objekte
c:= Zahl der Bilanzjahre
R_i:= Jahres-Rangsummen über alle n Objekte

ist so konstruiert, daß sie unter H_o eine asymptotische χ^2-Verteilung aufweist[1].

$$\frac{n \cdot (c+1)}{2}$$

ist dabei der Durchschnitt der erwarteten Jahres-Rangsummen, wenn jedes Objekt in den verschiedenen Bilanzjahren jeweils den gleichen Rang einnehmen würde. Wäre dies der Fall, d.h. hätten die Bilanzjahre überhaupt keinen Einfluß auf die Lage der Kennzahlenverteilung[2], so nähme F_c den Wert Null an. Ist nun der Testwert F_c (bei großen Stichproben) größer oder gleich dem $(1-\alpha)$-Punkt der χ^2 (c-1)-Verteilung, wird H_o abgelehnt.

---

1) Dies ist von Interesse für große Stichproben, für die die entsprechenden exakten Verteilungswerte von F_c nicht mehr tabelliert sind. Der approximative Test erweist sich i.d.R. als konservativ. Vgl. H. BÜNING und G. TRENKLER: Nichtparametrische ... a.a.O., S. 223.

2) Dabei können gleiche lineare Transformationen jedoch nicht erfaßt werden.

Auf dem von uns gewählten 1 % - Signifikanzniveau kann bei 24 von 57 Kennzahlen im betrachteten Zeitraum die Hypothese nicht aufrechterhalten werden, daß sich bei den guten Objekten die Lage der Verteilung nicht ändert und gleichzeitig bei den schlechten Firmen mindestens in zwei von den fünf Jahren vor SD differiert. Für diejenigen Kennzahlen, bei denen eine der beiden oder beide Bedingungen nicht erfüllt sind, ist der F_c-Wert in Tabelle 3.17 ausgewiesen. Entsprechend der obigen Formel kann er auch als ein deskriptives Maß für Stabilität bzw. Nichtstabilität angesehen werden. So zeigen K7, K11, K77, K1o2 und K136 ein stabiles Verhalten bei den guten Unternehmen. Durch den vorgenommenen Test kann eine solche Stabilität für die Zeit vor der Krise aber auch nicht abgelehnt werden. Bei der Hälfte der ausgesonderten Kennzahlen herrscht jedoch Instabilität sowohl bei guten als auch bei schlechten Unternehmen vor. Gerade in solchen Fällen wird es schwierig sein, in bezug auf diese Merkmale relativ zeitkonstante Musterklassen für die Klassifikation zu erlangen. Seltener ist der Fall, daß stabile Verhältnisse bei den schlechten Fällen instabile bei den guten Objekten gegenüberstehen (so bei K17, K53, K54, K55, K82, K83 und K84). Dies sind Kennzahlen, die Aussagen über das (Sach)anlagevermögen, über die Risikoaktiva als Komplement zu den weniger riskanten Vermögenswerten sowie über die Abschreibungen machen.

Da der F_c-Test auf Verteilungsinformationen verzichtet und nur von den Rängen der Objekte ausgeht, ist er nicht so trennscharf wie eine entsprechende parametrische Varianzanalyse, wenn die dafür notwendigen Voraussetzungen erfüllt wären. Andererseits wird so das schwierige Ausreißerproblem gelöst, so daß die Ergebnisse etwa durch solche Verteilungsdefekte nicht beeinflußt sind. Die angeführten Testwerte zeigen zudem, daß auch auf niedrigerem Testniveau (etwa α =o.1o) keine Kennzahl anders beurteilt worden wäre. Die wei-

Kenn-zahl	Definition der Kennzahl	F_c - Werte	
		S	G
7	LFK/FK	3.5	2.7 +
11	VLL/KFK	3.4	3.7 +
17	(GV-LIQ-GRG)/GV	9.5	46.1
21	SAV/GV	21.7 +	34.3
38	(GK·36o)/GL	56.8 +	33.2
42	(FK·36o)/GL	1o7.7 +	2o.1
53	(AV·36o)/U	2.4	64.3
54	(SAV·36o)/RERT	2.5	64.o
55	(SAV·36o)/ABSA	3.8	21.o
65	(UV-KFK)/GV	53.4 +	19.4
68	EK/SAV	247.6 +	33.2
7o	(EK+LFK)/AV+UB)	45.o +	27.6
77	MAUF/GL	2.1	9.6 +
82	ABSA/BAUF	4.1	24.9
83	ABSA/GL	2.3	19.o
84	ABSA/(SAV+ABSA)	3.8	22.2
85	ZIN/BAUF	76.4 +	174.8
86	ZIN/GL	82.3 +	163.9
87	ZIN/FK	3o.8 +	125.o
94	BAUF/(GL+SOE)	87.2 +	27.9
97	WERS/PAUF	86.1 +	31.5
1o2	GL/BU	8.5	8.9 +
136	(BERG+ZIN)/(BILE+ZIN+EEVS)	5.2	o.9 +
14o	(BERG+ZIN)/U	85.9 +	35.7

(1-o.o1)-Punkt der $\chi^2(4)$-Verteilung 13.28

(1-o.o1)-Punkt der $\chi^2(3)$-Verteilung 11.35

\+ bedeutet, daß der Wert im Einklang mit den geforderten Bedingungen steht.

Tabelle 3.17 : F_c-Werte für die herausgenommenen Kennzahlen

teren (umfangreichen und rechenintensiven) Untersuchungen werden daher nur noch auf die verbliebenen 33 Bilanzkennzahlen beschränkt.

323 Darstellung von Kennzahlenzusammenhängen

Bei der deskriptiven Darstellung der Bilanzkennzahlen haben sich sowohl zwischen den Klassenverteilungen als auch zwischen den einzelnen Kennzahlen (etwa gemessen am Abstandswert) Unterschiede gezeigt, die auf die mögliche Eignung dieser Merkmale zur Klassifikation hindeuten. Aus den Gruppen von Abstandswerten , aber auch aus der Kennzahlenkonstruktion heraus, kann außerdem vermutet werden, daß zwischen einigen Variablen enge Beziehungen existieren, obwohl exakte lineare Abhängigkeiten bereits eliminiert worden sind. Diese Zusammenhänge können beruhen[1)]

- auf rein formalen Ursachen,
- auf der Inhomogenität des Materials,
- auf gemeinsamen Abhängigkeiten von einer dritten Größen und
- auf kausalen Gründen.

Da die Faktorenanalyse zur Bestimmung von Bilanzkomponenten[2)] auf der Hypothese beruht, daß durch unterschiedliche, unabhängige Bilanzkennzahlen auch verschiedenartige Unternehmensbereiche dargestellt werden, der Ausgangspunkt dieser Methode aber die Korrelationsmatrix ist, gilt die besondere Beachtung dieser Maßzahlen. Des weiteren können hoch korrelierende Merkmale bei der Diskriminanzanalyse zur Überbetonung des diesen Bilanzkennzahlen zugrundeliegenden ökonomischen Sachverhaltes führen[3)]. Für die parametrische Diskri-

---

1) Vgl. etwa S. KOLLER: Typisierung korrelativer Zusammenhänge, in: Metrika, 6(1963), S. 65-75.

2) Vgl. die Erweiterung der statistischen Bilanzanalyse durch die Beurteilung von Bilanzkomponenten in Kapitel 42 ff.

3) So auch VOGEL bei der Diskussion einer ähnlichen Problematik im Rahmen der Clusteranalyse, F. VOGEL: Probleme und Verfahren der numerischen Klassifikation, Göttingen 1975, S. 54 ff.

minanzanalyse (LDA und QDA) führt die Einbeziehung stark zusammenhängender Variable zum auch aus der Regressionsanalyse bekannten Multikollinearitätseffekt, bei dem die Determinanten der Varianz-Kovarianzmatrizen fast gleich Null sind[1]. Dies kann neben hohen Rundungsfehlern bei der Berechnung der Inversen vor allem zu großen Schätzfehlern bei der Bestimmung der Variablengewichte und somit zu schlechteren Trennergebnissen führen[2].

Die Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten der schlechten Fälle im 3. Jahr vor SD (Tabelle 3.18) zeigen deutlich einen Kennzahlenblock, der untereinander hoch korreliert ist: K125, K127, K13o, K132, K133, K138, K139. Dies sind verschiedene Formen von Ertragskraftgrößen, die im Zähler das Betriebsergebnis bzw. das Betriebsergebnis vor Abschreibungen enthalten, während die Nenner aus Umsatz- und Kapitalgrößen bestehen[3]. Ebenso enge Zusammenhänge zeigen sich bei K78, K8o und K81. Eine kausale Rechtfertigung ergibt sich daraus, daß alle drei Kennzahlen den Anteil des Material-bzw. Personalaufwandes am gesamten Betriebsaufwand bzw. an der Gesamtleistung messen.

---

1) Vgl. etwa H. SCHNEEWEISS: Ökonometrie, 2. Aufl., Würzburg-Wien 1974, S. 136 ff. Die Inverse der Varianz-Kovarianzmatrix geht in die Bestimmung der Diskriminanzfunktion ein.

2) Vgl. auch die Anmerkungen zur daraus folgenden falschen Interpretation der Diskriminanzkoeffizienten bei Chr. SCHUCHARD-FICHER et.al.: Multivariate Analysemethoden, Berlin-Heidelberg-New York 198o, S. 2o3 f.

3) Trotz der beinahe gleichen Zähler kann hier jedoch nicht von Formalkorrelation gesprochen werden, da diese Zusammenhänge auch ökonomisch sinnvoll erscheinen.

Nr. der Bilanz-kennzahl	5	8	23	29	3o	35	46	47	49	52	57	58	6o	62	66	69	71	72	74	75	78	8o	81	91	95	98	125	127	13o	132	133	138	139	
		4o					38	32		-39					-87	-58										33	-33	-37		-48	-53	-5o	-34	5
							6o		34	-32	43	3o			-47															-47	-3o			8
																37																		23
						-85					66	52		-41				42	31	-37														29
													87																					3o
											-57	-46		56				-38	-47														35
								33	3o	-46	78	74			-33			35	3o					-43					-38	-35		-32	46
									72	-37					-3o		31				-5o	35	32											47
																																		49
																35	-76			-67														52
												87						35																57
																		37	32		-33	46	44											58
																																		6o
																			-36															62
Bemerkungen:																	62									-36	32	34		52	47	49	32	66
• 118 Objekte																												31				41		69
• Werte sind mit o.o1 zu multiplizieren																		41	46	92														71
																			73															72
																				5o														74
• Markierung bedeutet: absoluter Wert ≥ o.7o																																		75
																						-84	-82											78
																							98											8o
• aufgeführt sind alle Korrelationskoeffizienten ≥ |o.3o|																										-33	-35				-3o	-3o	81
																															31			91
																															35		34	95
																														-34		-32		98
																												93	87	7o	78	84	84	125
																													78	76	87	92	9o	127
																														77	79	68	88	13o
																															9o	83	88	132
																																85	95	133
																																	8o	138
																																		139

Tabelle 3.18 : Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten von S-3

Ähnlich plausibel erscheinen die Zusammenhänge zwischen K74 und K72, K75 und K71, K66 und K5, K58 und K57, K35 und K29 sowie K49 und K47. Bei der letzten Beziehung spielt die schon im vorigen Abschnitt aufgedeckte Tatsache eine Rolle, daß sowohl bei guten als auch bei schlechten Firmen das Verhältnis zwischen MAUF und GL über die Zeit hinweg stabil ist.

Nicht so leicht erklären läßt sich die negative Korrelation zwischen

K71 KFK/UV und
K52 ((UV-KFK)·360)/GL.

Inwieweit das Umlaufvermögen kurzfristig finanziert wird, drückt K71 aus. Bei den schlechten Fällen liegt der Mittelwert in allen fünf betrachteten Jahren über 1.0, d.h. daß auch Teilen des Anlagevermögens kurzfristiges Fremdkapital gegenübersteht. (UV-KFK) wird in der amerikanischen Literatur auch als "working-capital" bezeichnet und ermittelt den Teil des Umlaufvermögens, dem keine kurzfristigen Verbindlichkeiten gegenüberstehen. Beide Kennzahlen können somit auch als Ausdruck der Liquidität interpretiert werden, wobei K52 diesen (bei den schlechten Fällen im Mittel negativen) Liquiditätsspielraum zusätzlich auf die Gesamtleistung bezieht, um zum einen Unternehmensgrößenunterschiede zu korrigieren, um zum anderen aber auch die Ausrichtung der Liquiditätshaltung an der Umsatztätigkeit zu kontrollieren. Steigt die kurzfristige Finanzierung vom Umlaufvermögen, so sinkt K52 nur dann (dies drückt die negative Korrelation ja aus), wenn die Gesamtleistung gleich bleibt, steigt oder nicht im gleichen Maße sinkt. Dies ergibt eine plausible Erklärung für den gemessenen Zusammenhang. Der Vergleich mit dem Korrelationskoeffizienten bei den guten Fällen (im Bilanzjahr 1977) in Tabelle 3.19 fällt nicht so positiv aus, denn dieser hat mit -0.56 nur eine mittlere Höhe. Wenn keine anderen Gründe für

Nr. der Bilanz-kennzahl	5	8	23	29	3o	35	46	47	49	52	57	58	6o	62	66	69	71	72	74	75	78	8o	81	91	95	98	125	127	13o	132	133	138	139	
		65					48		37	-34					-42		49			45							-39	-37	-33	-36		-34	-35	5
							47		43	-35					-52		38			32				-31					-42	-34				8
															33																			23
						-96					52	42	-33	-42				52	36															29
						31							54																					3o
											-49	-4o	31	47				-5o	-37															35
									49		72	72		44							-32							-32					-34		46
									33																-31								-31		47
											37																								49
											61	32		4o		44	-56																	52
												82				3o																		57
																																		58
															47														34					6o
																		-31																62
																													42					66
																																		69
																				98														71
																			57															72
																																		74
																						-89	-88	-39	-44				-48					75
																							99		57									78
																									55									8o
																											68	43	66				45	81
																											32	62					66	91
																																		95
																																		98
																												74	86			44	72	125
																													54	46		48	97	127
																														4o		35	59	13o
																																99	47	132
																																		133
																																	47	138
																																		139

Bemerkungen:

- 325 Objekte
- Werte sind mit o.o1 zu multiplizieren
- Markierung bedeutet: absoluter Wert ≥ o.7o
- aufgeführt sind alle Korrelationskoeffizienten ≥ |o.3o|

Tabelle 3.19 : Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten von G-77

diesen Unterschied sprechen, deutet sich hier bei den schlechten Firmen eine schwächere Ausrichtung des kurzfristigen Fremdkapitals an der Gesamtleistung an. Der verhältnismäßig hohe Abstandswert von K46 (KFK·360)/GL aus Tabelle 3.15 bekräftigt diese Vermutung, daß bei schlechten und guten Objekten - unabhängig von der Unternehmensgröße - im Verhältnis zwischen KFK und GL starke Unterschiede bestehen.

Für die hohen Korrelationen zwischen

K57 (VORR·360)/GL und
K58 (VORR·360)/MAUF
mit
K46 (KFK·360)/GL

spricht die Hypothese, daß VORR kurzfristig finanziert werden. Ein Unterschied ist darin bei den guten Objekten nicht aufzudecken.

Die Korrelationsmatrix der guten Fälle weist zu der der schlechten Objekte einige, zunächst unerklärte, deutliche Unterschiede auf. So finden sich manche ehemals hohe Koeffizienten in dieser Gruppe von Unternehmen nur stark geschwächt wieder:

	S	G
K49 zu K47	0.72	0.33
K60 zu K30	0.87	0.54
K66 zu K5	-0.87	-0.42

Insbesondere im Block der Ertragskennzahlen tauchen nur noch wenige hohe Korrelationswerte auf. Insbesondere hat K133, der Entschuldungsgrad, zu keiner Kennzahl noch einen Korrelations-Koeffizienten über $|0.30|$. Ökonomische Gründe könnten dafür ausschlaggebend sein, da sich diese Kennzahlen in den Nennern z.T. erheblich unterscheiden. Andererseits ist bei der Mittelwertbestimmung die Ausreißerproblematik sehr deutlich ge-

worden. Und da in den Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten das arithmetische Mittel und die Standardabweichungen eingehen, ist zu vermuten, daß auch hier Ausreißer die Ergebnisse verfälscht haben. Betrachtet man etwa die Korrelation zwischen K132 und K133, die bei den schlechten Objekten o.9o beträgt und bei den guten Fällen nur -o.o9 und eliminiert man den Maximalwert von K133, so ergibt sich ein neuer Koeffizient von -o.57. Dieser ist entgegen den Erwartungen negativ und erschwert somit die Interpretation noch mehr. Eliminiert man zusätzlich noch den Minimal-Ausreißer-Wert von K132, so ergibt sich nun als Korrelationswert o.69, d.h. ein mittlerer Zusammenhang. Tabelle 3.2o faßt diese Rechnungen zusammen:

Eliminierung der (des) Ausreißer(s) aus Kennzahl	neuer Korrelationskoeffizient
-	-o.o9
K133	-o.57
K132	o.2o
K132 und K133	o.69

Tabelle 3.2o: Veränderung des Korrelationskoeffizienten zwischen K132 und K133 durch Eliminierung von Ausreißern aus der Stichprobe der guten Fälle

An diesem Beispiel wird deutlich, daß das Verschwinden von Korrelationen durchaus auf Ausreißern beruhen kann. Damit ergibt sich jedoch ein neues, kaum zu lösendes Problem.

"Covariances and correlations are less readily estimated robustley"[1]. Denn für eine Korrelationsmatrix

1) V. BARNETT and T. LEWIS: Outliers ..., a.a.O., p. 2

sind nicht allein univariate Ausreißer von Interesse, sondern vielmehr multivariate Extremwerte. Durch die Eliminierung der zwei Objekte im vorigen Beispiel verändern sich natürlich auch alle anderen Korrelationen mit diesen beiden Merkmalen, so daß bei einer univariaten Ausreißer-Entfernung die Veränderung der gesamten Korrelationsmatrix nicht mehr zu kontrollieren ist. Denn Objekte, so hat sich ja gezeigt, die auf einigen Komponenten ausreißerverdächtige Wertgrößen besitzen, können auf anderen Merkmalen durchaus "normal" messen. Vorschläge zur Bereinigung dieser Situation sind in der Literatur kaum vorhanden[1]. Der auch empfohlene[2] Rangkorrelationskoeffizient von SPEARMAN hat hingegen einige Nachteile: So werden die Daten auf Rangzahlen transformiert und somit die in den verschiedenartigen Kennzahlenverteilungen zum Ausdruck kommenden Merkmalseigenschaften unterdrückt[3]. Daraus folgt, daß Korrelationswerte, die nicht nahe o, -1 oder 1 liegen, schlecht interpretierbar sind[4]. Denn der SPEARMAN'sche Koeffizient ist gleich dem Bravais-Pearson-Koeffizient der Rangzahlen. Als Kompromiß wird daher für die weiteren Studien die Korrelationsmatrix aus der gemischten Stichprobe geschätzt[5] (Tabelle 3.21).

---

1) Umfangreiche Simulationsstudien anhand einer bivariaten Normalverteilung unternehmen etwa S.J. DEVLIN et.al.: Robust estimation and outlier detection with correlation coefficients, in: Biometrika, 62(1975), pp. 531 - 546.

2) So auch von L. SACHS: Angewandte Statistik, 5. Aufl., Berlin 1978, S. 3o8 f.

3) Bei eigenen Simulationen mit der Faktorenanalyse zeigt sich, daß der Rangkorrelationskoeffizient etwa dazu neigt, Faktorenstrukturen zu verwischen, so daß selbst bei schiefwinkliger Rotation die Faktoreninterpretation sehr schwierig ist.

4) So auch H. BÜNING und G. TRENKLER: Nichtparametrische ..., a.a.O., S. 253.

5) In der gemischten Stichprobe sind - wohl entgegen der Realität - die schlechten Fälle mit etwa 25 % enthalten. Diese Überhöhung des realen Anteils wird in Kauf genommen, um die Ausreißerwirkung einzelner Objekte abzuschwächen. Die Schätzung dürfte dadurch nicht wesentlich fehlerhaft beeinflußt werden, da sich im Vergleich der getrennten Korrelationsmatrizen bereits in vielen Punkten Übereinstimmung ergeben hat.

Nr. der Bilanz-kennzahl	5	8	23	29	3o	35	46	47	49	52	57	58	6o	62	66	69	71	72	74	75	78	8o	81	91	95	98	125	127	13o	132	133	138	139	
		66					54	33	45	-46					-5o		47			41				-37			-53	-51	-45	-39		-37	-5o	5
							58		47	-43	31				-52		31							-34			-4o		-46	-35				8
																																		23
					-93						56	45	-3o					48	35															29
					32								57															34					34	3o
											-57	-42	31	45				-46	-38														35
								39	51	-33	76	74		33			32						3o		-32		-38	-41					-44	46
									54								32				-4o													47
											36														-34		-35	-36	-3o				-39	49
																36	-69			-63							31							52
												85						33															-3o	57
																		31				36	37										58
															49														34				6o
																																		62
Bemerkungen:																											35		43					66
· 443 Objekte																																		69
· Werte sind mit o.o1 zu multiplizieren																		32		95														71
																			54															72
																																		74
· Markierung bedeutet: absoluter Wert ≥ o.7o																						-88	-87	-35										75
																							99	45										78
· aufgefuhrt sind alle Korrelationskoeffizienten ≥ |o.3o|																								4o										8o
																											61	49	61				5o	81
																											35	62					66	91
																																		95
																												78	88	41		4o	76	98
																													62	48		49	97	125
																														4o		35	67	127
																																99	49	13o
																																		132
																																	49	133
																																		138
																																		139

Tabelle 3.21 : Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten von S-3/ G-77

Darin zeigt sich die erwartete Annäherung herausstechender Korrelationskoeffizienten in bezug auf hohe Werte bei den schlechten und niedrige Werte bei den guten Objekten. Andererseits weist K133 immer noch keine deutliche Koeffizientenwerte auf. Die Elimination der schon erwähnten Ausreißerwerte in K133 und K132 ergibt diesmal folgende Veränderungen (vgl. Tabelle 3.22):

Eliminierung der (des) Ausreißer(s) aus Kennzahl	neuer Korrelationswert
-	-o.o8
K133	-o.56
K132	o.17
K132 und K133	o.43

Tabelle 3.22: Veränderung des Korrelationskoeffizienten zwischen K132 und K133 durch Eliminierung von Ausreißern aus der gemischten Stichprobe

Obwohl die ersten drei Zeilen von Tabelle 3.2o mit denen der Tabelle 3.22 beinahe übereinstimmen, führt diesmal die Eliminierung beider Ausreißerwerte nicht zum Wert um o.7 sondern zum deutlich niedrigeren Korrelationskoeffizienten von o.43. Dies ist ein Hinweis darauf, daß die einfache Eliminierung einzelner Ausreißerwerte gerade im multivariaten Fall keine endgültige Lösung darstellen kann. Zur Verdeutlichung dieser Problematik sei zusätzlich das Streudiagramm zwischen K132 und K133 betrachtet (Abbildung 3.9). Die Objekte drängen sich in einem sehr engen Bereich. Die schlechten Fälle sind hauptsächlich links angesiedelt, während sich die guten Objekte nach rechts zerstreuen. Vier gute Fälle liegen außerhalb der Graphik. Rein optisch läßt sich nur eine ganz leichte positive Korrelation erkennen, wobei der hohe Wert

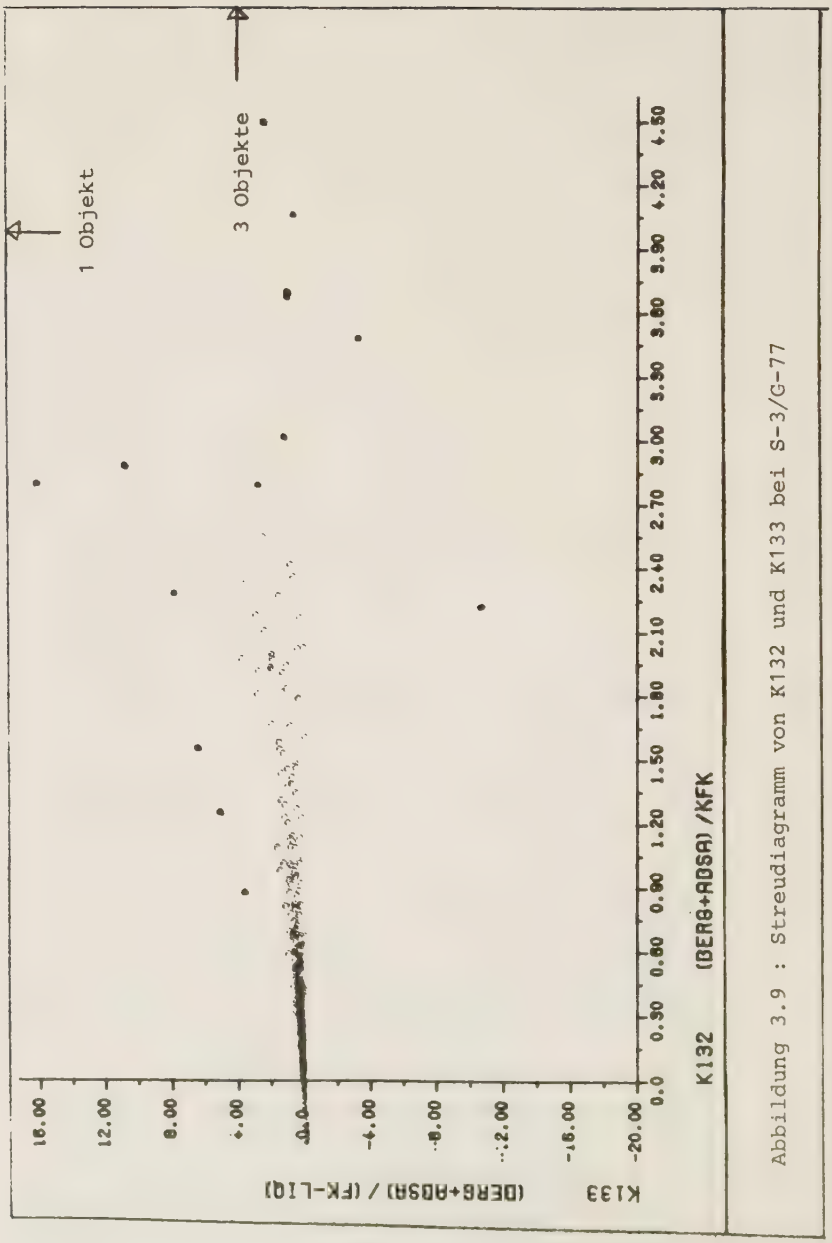


Abbildung 3.9 : Streudiagramm von K132 und K133 bei S-3/G-77

der schlechten Fälle bei Vergrößerung des Maßstabes und ausschnittsweiser Betrachtung sichtbar würde. Die optische Betrachtung läßt jedenfalls zusätzliche Zweifel daran erkennen, daß zwischen (BERG ABSA)/(FK-LIQ) und (BERG ABSA)/KFK eine auch (nicht formale) ökonomische Beziehung existiert, die sich empirisch feststellen ließe.

Anders ist die Situation beim Streudiagramm von K132 mit K138 (Abbildung 3.1o). Obwohl auch dort drei Werte außerhalb des Bildes liegen und zumindest der eine schon erwähnte Ausreißer wiederum vorliegt, spiegelt sich der hohe Korrelationskoeffizient von o.99 in der Graphik sehr deutlich wieder. Die damit ausgedrückte Beziehung kann (zu Recht) auch ökonomisch interpretiert werden.

Die Diskussion um die Korrelationsergebnisse bestärkt uns in dem Vorgehen, die Korrelationsmatrix aus der gemischten Stichprobe mangels derzeit besserer Lösungsmöglichkeiten weiter zu verwenden. Gleichzeitig wird dabei aber insbesondere das Verhalten der "schwierigen" Kennzahlen stets im Auge behalten, um Fehlinterpretationen zu vermeiden.

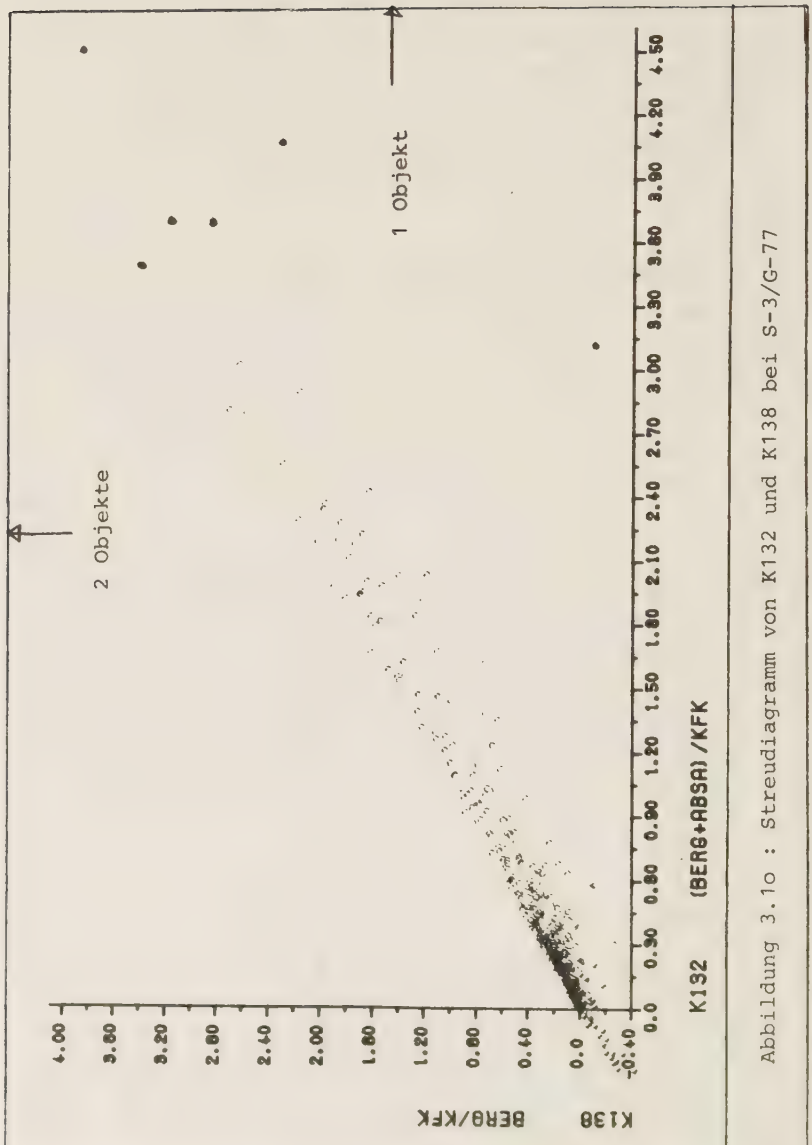


Abbildung 3.1o : Streudiagramm von K132 und K138 bei S-3/G-77

33 Diskriminanzanalysen bei verschiedenen Variablen- und Objektmengen

331 Bestimmung der unbekannten Parameter der Klassifikatoren

Kernstück der Mustererkennung ist der Klassifikator, also das statistische Instrument, um ein Klassifikationsmuster anhand des Merkmalsvergleichs mit den Musterklassen identifizieren zu können. Der hier vorgeschlagene Einsatz nichtparametrischer Dichteschätzungen ist dabei die Grundlage für den BAYES-Klassifikator[1]. Wie in der Darstellung der theoretischen Grundlagen aufgezeigt[2], sind bei dieser Form der Diskriminanzanalyse drei Parameter zu bestimmen:

- Schadensfunktion
- A-Priori-Wahrscheinlichkeiten
- Umfang des NN-Raumes

Punkt 3 bezieht sich dabei auf die Dichteschätzung, während die Punkte 1 und 2 den eigentlichen Klassifikator betreffen[3].

Anders als in den in der Realität nicht direkt einsetzbaren Experimentiermodellen der bisherigen Insolvenzprognose kann für das vorliegende Bilanzanalyseproblem wohl keine (o,1)-Schadensfunktion[4] eingesetzt werden. Denn das Auftreten von Problemfällen

---

1) Vgl. dazu Kapitel 212. Denkbar sind natürlich auch andere Klassifikatoren (z.B. Minimax-Verfahren).

2) Vgl. Kapitel 2.

3) Bei der LDA und QDA etwa wird der Umfang des NN-Raumes durch die schon erwähnten notwendigen Annahmen ersetzt. Punkt 1 und 2 bleiben aber auch dort zu lösen.

4) D.h. kein Verlust bei richtiger Erkennung, gleicher Verlust bei falscher Erkennung von guten und schlechten Objekten.

gehört bei der Kreditwürdigkeitsprüfung zu den seltenen Ereignissen. Dies ist gleichzeitig ein Hinweis auf die Höhe der A-Priori-Wahrscheinlichkeiten. Angenommen, in 5 % aller Fälle, die ein Kreditgeber zu beurteilen hätte, träten (ohne daß dies bekannt ist) schlechte Bilanzen auf. Würden jetzt jede Art von Fehler gleich beurteilt, so ergäbe die Klassifikationsregel

"Beurteile alle Bilanzen als gut"

eine minimale Fehlerrate von 5 %. Denn alle guten Objekte würden richtig klassifiziert und alle schlechten falsch eingeordnet. Da die für die Ermittlung des Kreditrisikos zugrundeliegende Schadensfunktion jedoch nicht von der Stückzahl der Kredite sondern von dem Kreditbetrag in irgendeiner Form abhängig ist, zöge eine solche Regel einen verhältnismäßig hohen Verlustbetrag nach sich, auch wenn die Bilanzanalyse nur ein Teilrisiko aufdecken soll und somit für die endgültige Kreditentscheidung noch andere Bestimmungsfaktoren berücksichtigt werden. Nicht also die Minimierung der Stückzahl falsch zugeordneter Objekte kann das Ziel sein, sondern die Minimierung des damit verbundenen Schadens. Aber wie hoch ist der Schaden für einen Kreditgeber bei der Beurteilung einer Bilanz, wobei diese Analyse nicht allein Grundlage für die Kreditentscheidung ist?

Die Versuche von ALTMAN, eine Schadensfunktion zu bestimmen[1], können nur dann sinnvoll sein, wenn der Kreditgeber das Ergebnis der Bilanzanalyse zur alleinigen Entscheidungsgrundlage wählt. Um dennoch unter diesen Ungewißheitsbedingungen zu einer angenähert

---

1) Vgl. E.I. ALTMAN: Some estimates of the cost of lending errors for commercial banks, in: The Journal of Commercial Bank Lending, 1977, pp. 51-58.

optimalen Entscheidung zu kommen, gilt es, eine sinnvolle Annahme über den Verlauf der Schadensfunktion zu treffen[1]. Für diese Zwecke geeignet ist der Vorschlag von SCHÜRMANN, in Fällen mit stark unterschiedlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten und ebenso verschiedenartigen Konsequenzen, eine umgekehrt proportionale Kostenfunktion zu wählen[2]. Dabei beträgt der Schaden für die Fehlklassifikation

- eines problematischen Kredites

$$s(G,S) = K \cdot \frac{1}{m \cdot \varphi_S}$$

- eines guten Kredites

$$s(S,G) = K \cdot \frac{1}{m \cdot \varphi_G}$$

Dabei ist $K = K(\cdot)$ eine fiktive Kostenbezugsfunktion, die etwa vom Kreditbetrag und Zinssatz abhängig sein kann, deren genaue Bestimmung aber nicht möglich ist. Denn bei isolierter Betrachtung der Bilanzanalyse und fehlender Einbeziehung der anderen Bestimmungsfaktoren der Kreditwürdigkeitsprüfung ist der auf diese Teiluntersuchung entfallende Gesamtschadensanteil aus einer falschen Beurteilung in absoluter Höhe nicht zu ermitteln. In $K = K(\cdot)$ hat demnach auch die subjektive Risikoneigung des Kreditgebers Platz. m charakterisiert einen Skalierungsfaktor, da

$$\frac{1}{\varphi_i} > 1 \text{ mit } \quad i = \{S,G\} .$$

Ein sinnvoller Wert für m wäre etwa

$$m = \left(\frac{1}{\varphi_S} + \frac{1}{\varphi_G}\right) .$$

---

1) Dieses Vorgehen ist nicht abhängig vom Klassifikationsverfahren, sondern betrifft das gesamte Modell.

2) J. SCHÜRMANN: Polynomklassifikatoren ..., a.a.O., S. 42 ff.

Im Beispiel bedeutet dies nun:

Klasse	A-Priori-Wahrscheinlichkeit	fiktiver Schadenswert allgemein	für spezielles m
S	o.o5	$K.\frac{2o.oo}{m}$	K·o.95
G	o.95	$K.\frac{1.o5}{m}$	K·o.o5

Nicht der absolute Schaden ist damit bestimmt, sondern nur das für die Klassifikation notwendige Schadensverhältnis. Im Beispiel bewertet der Kreditgeber die Fehlklassifikation[1] - sprich objektiv falsche Bilanzbeurteilung - bei der Bilanzanalyse eines (ihm unbekannten) schlechten Falles neunzehnmal so hoch wie bei einem (ihm auch unbekannten) guten Fall. Oder anders ausgedrückt: Wenn die Fehlklassifikation eines schlechten Falles 95 % des Kreditbetrages an Schaden ausmachen würde, wäre der Verlust bei Fehlklassifikation eines guten Objektes nur 5 % des Kreditbetrages. Dadurch wird eine Art "Schadensregulierung" vorgenommen. Denn Bilanzen, die aufgrund der Kennzahlenbeobachtung als schlecht einzustufen wären, würden - gerade im Grenzbereich - wegen der allgemein geringen Auftretenswahrscheinlichkeit schlechter Fälle bei einer (o,1) - Schadensbeurteilung mit gut bewertet, so daß nur bei extrem schlechten Kennzahlenkombinationen ein solches Objekt auch als schlecht erkannt würde. Durch die umgekehrt proportionale Kostenfunktion werden

1) Diese Falschbeurteilung kann etwa daher rühren, daß aus dem Jahresabschluß die problematische Situation des Unternehmens gar nicht ersichtlich ist. Vgl. zu den Fehlermöglichkeiten auch Kapitel 44.

jedoch gute und schlechte Objekte gleichgewichtig betrachtet. Wird dadurch das Kostenverhältnis im Vergleich zur (unbekannten) Realität zu hoch eingeschätzt, können die Ergebnisse aus der Bilanzanalyse als übervorsichtige Beurteilung bewertet werden. Wird es zu niedrig eingeschätzt, werden manche Krisenanzeichen aus der Bilanz nicht in ihrer vollen Tragweite erkannt. Uns scheint, daß durch die Annahme einer solchen Schadensfunktion eher eine Überschätzung des Kostenverhältnisses vorliegt, so daß manche an sich guten Kredite mit schlecht bezeichnet werden. Andererseits dient dieses Vorgehen insbesondere der Früherkennung von Kreditrisiken, so daß diese Einschätzung durchaus mit unserem Ziel der Bilanzanalyse vereinbar ist.

Die Wahl einer umgekehrt proportionalen Schadensfunktion (UPS) hat außerdem Vorteile bei der Berechnung des Verfahrens sowie bei der Interpretation der Ergebnisse. Die bekannte BAYES-Formel lautet[1]:

$$E[s(d,\theta)] = \sum_{j=1}^{g} s(d,\theta_j) \cdot \frac{\varphi(\theta_j) \cdot f(x_c|\theta_j)}{\sum_{i=1}^{g} \varphi(\theta_i) \cdot f(x_c|\theta_i)}$$

mit $s(\cdot)$:= Schadensfunktion

$\varphi(\cdot)$:= A-Priori-Wahrscheinlichkeit

Für unser Klassifikationssystem ergibt sich mit der UPS folgender A-Posteriori-Schadenserwartungswert:

---

1) Vgl. Kapitel 212.

$$E_1[s(d_1,\theta)] = o \cdot \frac{\varphi(\theta_1) \cdot f_1(\cdot)}{c} + \frac{K}{m} \cdot \frac{1}{\varphi(\theta_2)} \cdot \frac{\varphi(\theta_2) \cdot f_2(\cdot)}{c}$$

$$E_2[s(d_2,\theta)] = \frac{K}{m} \cdot \frac{1}{\varphi(\theta_1)} \cdot \frac{\varphi(\theta_1) \cdot f_1(\cdot)}{c} + o \cdot \frac{\varphi(\theta_2) \cdot f_2(\cdot)}{c}$$

mit $c = \varphi(\theta_1) \cdot f_1(\cdot) + \varphi(\theta_2) \cdot f_2(\cdot)$

und $f_i(\cdot) = f(x_c|\theta_i)$ für $i = 1,2.$

Daraus folgt:

$$E_1(\cdot) = \frac{K}{m} \cdot \frac{f_2(\cdot)}{c}$$

$$E_2(\cdot) = \frac{K}{m} \cdot \frac{f_1(\cdot)}{c}$$

Da nach der BAYES-Strategie diejenige Aktion d_i gewählt wird, für die $E_i(\cdot)$ minimal ist, läuft die Entscheidung auf einen Vergleich der bedingten Dichten $f_1(x_c|\theta_i)$ hinaus. So wird das Klassifikationsobjekt in unserem System als ein Muster derjenigen Klasse identifiziert,bei der die multivariate Dichte in der Umgebung des Untersuchungsobjektes,gemessen an den Bilanzkennzahlen,am größten ist. Zu gleichen Entscheidungen würde auch ein BAYES-Verfahren führen, das gleiche A-Priori-Wahrscheinlichkeiten bei einer (o,1)-Schadensfunktion besäße. So kann leicht eingesehen werden, daß die unter diesen Bedingungen berechneten A-Posteriori-Wahrscheinlichkeiten ψ_i^* als Ent-

scheidungsinstrument verwendet werden können[1]. Damit ergibt sich folgende Entscheidungsregel:

> Ist $\frac{\psi_1^*}{\psi_2^*} > 1$, ordne das Klassifikationsobjekt der Musterklasse 1 zu, andernfalls der Musterklasse 2. Ist $\psi_1^* = \psi_2^*$, existiert keine eindeutige Entscheidung.

Da ψ_i^* im Intervall [o,1] liegt, ist für alle Analysen im Zwei-Gruppen-Fall stets o.5 der Trennwert.

Neben diesen Rechenvereinfachungen steht ein normiertes Maß zur Verfügung, mit dem das aus der Bilanzanalyse erkennbare relative Risiko gemessen werden kann. Die Angabe absoluter Risikobeträge (etwa in DM) ist nicht möglich,da auch die Schadensfunktion nicht analog formuliert werden konnte. Dies entspräche auch nicht der Bedeutung der Bilanzanalyse im vorgestellten Verfahren zur Kreditwürdigkeitsüberprüfung, da die Beiträge der anderen Bestimmungsfaktoren unbekannt sind und somit eine entsprechende Gewichtung des Bilanzanalyseergebnisses fehlen würde. Für den hier vorliegenden Zwei-Gruppen-Fall kann daher ein Risikoindex definiert werden. Dazu wird eine Entscheidungssituation konstruiert, bei der der Entscheidungsraum $D = \{d_j\}$ etwa für 11 Risikoklassen {1.o, o.9, ..., o.1, o} ausgestaltet wird. Jede Bilanz soll also in eine dieser Klassen eingeordnet werden. Schlechte Fälle ent-

---

1) Auf den Begriff der Wahrscheinlichkeit wollen wir indes verzichten, da die oben gezeigte Übereinstimmung allein aufgrund der Wahl der Schadensfunktion zustandegekommen ist. Allenfalls könnte der subjektive Wahrscheinlichkeitsbegriff in die Diskussion eingebracht werden (Vgl. etwa H.E. KYBURG and H.E. SMOKLER (eds).: Studies in subjective probability, New York-London-Sydney 1964 oder H.W. GOTTINGER: Subjektive Wahrscheinlichkeiten, Göttingen-Zürich 1974). Dies führt jedoch nicht zu neuen Erkenntnissen, so daß in Zukunft vom A-Posteriori-Wert gesprochen wird.

sprechen dann den Klassen 1.o bis o.6, gute Fälle den Klassen o.4 bis o.o. Keine Zuordnung geschieht bei Zuweisung in Klasse o.5. Dadurch ergibt sich folgende Verlustmatrix:

d \ θ	θ_1	θ_2
1.o	o	φ_1
o.9	$(1-d^2)\ (1-\varphi_1)$	$d^2\ \varphi_1$
o.8	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.
o.1		.
o	$(1-\varphi_1)$	o

Es läßt sich nun zeigen, daß sich bei Vorliegen quadratischer Schadensverläufe die gleiche Entscheidungsregel ergibt, als wenn die A-Posteriori-Werte bei gleicher A-Priori-Wahrscheinlichkeit und (o,1)-Schadensfunktion direkt zur Beurteilung der Klassifikationsobjekte herangezogen würde. Denn der zu erwartende Gesamtverlust für jede Aktion d_j, den es zu minimieren gilt, beträgt[1]:

$$V = s_1\,\psi_1 + s_2\,\psi_2$$

$$= (1-d)^2\ (1-\varphi_1)\cdot\psi_1 + d^2\ \varphi_1\,\psi_2$$

Zum Auffinden eines Minimums muß die 1. Ableitung den Wert Null ergeben:

$$\frac{dV}{dd} = o$$

$$\Rightarrow \quad d\cdot(\psi_1^* + \psi_2^*) = \psi_1^*$$

$$\text{mit} \quad \psi_1^* = (1-\varphi_1)\psi_1$$

$$\psi_2^* = \varphi_1\cdot\psi_2$$

1) Die Argumente der Funktionen werden der Übersichtlichkeit halber hier weggelassen.

Die 2. Ableitung ergibt $\psi_1^* + \psi_2^* > o$, so daß an der Stelle

$$d = \frac{\psi_1^*}{\psi_1^* + \psi_2^*} = \frac{(1-\varphi_1)\psi_1}{(1-\varphi_1)\psi_1 + \varphi_1\psi_2}$$

ein Minimum erreicht ist. Da

$$\psi_i = \frac{\varphi_i \cdot f_i}{c}$$

folgt daraus

$$d = \frac{(1-\varphi_1)\varphi_1 f_1}{c} \cdot \frac{c}{(1-\varphi_1)\varphi_1 f_1 + \varphi_1(1-\varphi_1) f_2}$$

$$= \frac{f_1}{f_1 + f_2}$$

Dieser Ausdruck entspricht aber gerade dem A-Posteriori-Wert bei gleicher A-Priori-Wahrscheinlichkeit und (o,1)-Schadensfunktion.

Faßt man die Überlegungen zur Bestimmung von Schadensfunktion und A-Priori-Wahrscheinlichkeit zusammen, so ergibt sich folgendes Bild:

- Für die Beurteilung der Bilanz wird eine umgekehrt proportionale Schadensfunktion angenommen, so daß die in der Realität selten auftretenden schlechten Fälle auch erkannt werden können.
- Diese Annahme läuft auf dieselbe Entscheidung hinaus, als lägen gleiche A-Priori-Wahrscheinlichkeiten sowie eine (o,1)-Schadensfunktion vor.

- Daraus ergibt sich die Ausrichtung der Entscheidungsregel allein am maximalen A-Posteriori-Wert.
- In Erweiterung des Entscheidungsmodells können die A-Posteriori-Werte für den Zustand "schlechter Kredit" direkt als ein relatives Risikomaß aufgefaßt werden, so daß nicht nur eine qualitative Entscheidung (schlecht oder gut) sondern auch eine qualifizierte Entscheidung (schlechter / besser als) möglich ist. Durchführbar ist damit der objekt- und zeitbezogene Vergleich, nicht aber die betragsmäßige Risikoerfassung.

Ein weiteres Problem, das sich jetzt auf das anzuwendende Klassifikationsverfahren bezieht, ist die Bestimmung der Zahl der einzubeziehenden NN. Vom Umfang der NN ist die Glätte der Dichtefunktionsschätzung abhängig. Eine kleine Zahl vermag das Optimum besser zu finden als ein großer Umfang. Auf der anderen Seite führt die Einbeziehung nur weniger NN zu einer größeren Stichprobenabhängigkeit der darauf basierenden Schätzungen als wenn mehr NN genommen werden. Da es - wie wir gesehen haben - keine optimale Bestimmung der Zahl der NN gibt, wählen wir eine plausible Lösung, indem wir Verfahren und Modell miteinander verknüpfen.

Simultan werden anhand des Klassifikators k_{NN} Entscheidungen getroffen, wobei die Zahl der NN von 1 bis k_{NN} anwächst. Für jeden dieser Umfänge werden mit Hilfe einer one-hold-out-Schätzung die Fehlerraten jeder Musterklasse geschätzt. Dies sind die Wahrscheinlichkeiten, mit Hilfe dieses Mustererkennungsprozesses die wahre Zugehörigkeit eines Klassifikationsobjektes falsch zu beurteilen. Die Fehlerraten geben gleichzeitig ein Instrument für den Vergleich

verschiedener Mustererkennungsprozesse ab. Da jedoch wegen unterschiedlicher Schadenserwartungen nicht die Stückzahl der falsch klassifizierten Objekte von Interesse ist, muß ein anderer Vergleichsmaßstab gefunden werden.

Die einzelnen Objekte unserer Stichprobe sind statistisch voneinander unabhängig und jedes einzelne Klassifikationsobjekt kann entweder richtig oder falsch eingeordnet werden. So beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei n Stichprobenelementen n_f falsch klassifiziert werden

$$W(n_f|n) = \binom{n}{n_f} r^{n_f} (1-r)^{n-n_f} ,$$

da die Ereignisse binomialverteilt sind[1]. Dabei wird r durch die erwähnte one-hold-out-Klassifikation geschätzt. Der Erwartungswert der Verteilung ist dann

$$E(n_f) = n \cdot r .$$

Somit beträgt der erwartete fiktive Verlust des Kreditgebers aus der Fehleinschätzung von n untersuchten Bilanzen:

$$E[V] = \sum_{i=1}^{n} K_i \cdot \varphi_S \cdot r_S \cdot \frac{1}{m \cdot \varphi_S} + \sum_{i=1}^{n} K_i \cdot \varphi_G \cdot r_G \cdot \frac{1}{m \cdot \varphi_G}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{m} (r_S + r_G).$$

Da n, m und K_i durch die Wahl von k_{NN} nicht beeinflußt werden, wohl aber die Schätzungen r_S und r_G, wird E[V] minimiert, wenn die Summe $(r_S + r_G)$ minimiert wird. Bei der Beurteilung sowohl verschiedener

1) Vgl. dazu etwa G. MEYER-BRÖTZ und J. SCHÜRMANN: Methoden der automatischen Zeichenerkennung, München-Wien 1970, S. 65 ff.

NN-Umfänge als auch verschiedener Klassifikationsmethoden kann daher in unserem Modell allein auf die Summe (oder den Durchschnitt) der Fehlerratenschätzungen abgestellt werden[1]. Um Fehlinterpretationen jedoch zu vermeiden, werden wir den Durchschnitt der Fehlerraten als "Fehlerindex" bezeichnen.

Ein Beispiel soll diesen Fehlerindex verdeutlichen:

Ein Kreditgeber soll 1oo Kredite überprüfen. Er benutzt das vorgeschlagene statistische Bilanzanalyseinstrument. Aus Erfahrung weiß er, daß $\varphi_S = o.1$ und $\varphi_G = o.9$ ist.

Fall 1: Er wählt $k_{NN} = 5$. Dann erwartet er aus den Ergebnissen von Simulationsrechnungen heraus bei den schlechten Fällen eine Fehlerquote von 1o % und bei den guten Fällen von 15 %.

Fall 2: Er wählt $k_{NN} = 15$. Dann erwartet er $r_S = o.14$ und $r_G = o.1o$.

Der erwartete fiktive Gesamtschaden beträgt für den Kreditgeber nun

$$E_5[V] = \sum_{i=1}^{1oo} K_i \cdot o.1 \cdot o.1o \cdot \frac{1}{m \cdot o.1} + \sum_{i=1}^{1oo} K_i \cdot o.9 \cdot o.15 \cdot \frac{1}{m \cdot o.9}$$

$$E_{15}[V] = \sum_{i=1}^{1oo} K_i \cdot o.1 \cdot o.14 \cdot \frac{1}{m \cdot o.1} + \sum_{i=1}^{1oo} K_i \cdot o.9 \cdot o.1o \cdot \frac{1}{m \cdot o.9}$$

---

1) Wie man leicht sieht, entspricht dieses Vorgehen wieder dem Fall, in dem gleiche Kosten bei gleichen Eintrittswahrscheinlichkeiten angenommen werden können. Bei bekannten ungleichen Eintrittswahrscheinlichkeiten entspricht die Gesamtzahl der fehlklassifizierten Objekte der mit diesen A-Priori-Werten gewichteten Summe der Fehlerraten multipliziert mit der Zahl der Objekte.

Daraus folgt:

$$E_5[V] = \sum_{i=1}^{100} \frac{K_i}{m} \quad (0.10 + 0.15)$$

$$E_{15}[V] = \sum_{i=1}^{100} \frac{K_i}{m} \quad (0.14 + 0.10)$$

Es ergeben sich also folgende erwartete Verlustgrößen:

Im Fall 1: $E_5[V] = 0.25 \sum_{i=1}^{100} \frac{K_i}{m}$

Im Fall 2: $E_{15}[V] = 0.24 \sum_{i=1}^{100} \frac{K_i}{m}$

Der Kreditgeber wird demnach $k_{NN} = 15$ wählen, da ihn diese Parameterwahl einen niedrigeren fiktiven Schaden erwarten läßt.

332 Univariate nichtparametrische Diskriminanzanalyse nach FIX/HODGES

Der Aufbau eines Bilanzanalysesystems ist im Prinzip auch auf der Basis einzelner Kennzahlen möglich. Bei der Fülle der möglichen Beziehungen zwischen einzelnen Jahresabschlußpositionen ist jedoch zu vermuten, daß eine kombinierte Merkmalsbetrachtung geringere Fehlanalysen erzeugt. Andererseits ist es durchaus nützlich, die univariate Trennschärfe der möglichen Kennzahlen zu ermitteln, um aus diesen Kenntnissen heraus auf heuristische Weise eine angenähert gute Merkmalskombination entwickeln zu können[1)]. Tabelle 3.23 weist die Ergebnisse der univariaten Trennanalyse mit Hilfe des F/H-Klassifikators auf. Je nach Jahr vor SD werden die training-samples verschieden aufgebaut:

Jahr vor SD bei den schlechten Fällen	Bilanzjahr bei den guten Fällen
1	77
3	77
5	77

Der Stichprobenumfang beträgt 119 schlechte und 327 gute Objekte. Je nach Bilanzkennzahl verringert sich diese Größe um evtl. auftretende missing-values. Die Schätzung der Fehlerraten erfolgt durch die one-hold-out-Methode. Angegeben ist die jeweils beste Schätzung bei variierendem $k_{NN} = 1(2)69$ auf der Basis der Fehlerindizes. Um mögliche Verzer-

1) Zur Diskussion über die praktisch nicht zu ermittelnde optimale Kennzahlenkombination vgl. Kapitel 2253.

Kenn-zahl-Nr.	Definition	S-1/G-77			S-3/G-77			S-5/G-77		
		F-S	F-G	FI	F-S	F-G	FI	F-S	F-G	FI
5	FK/G K	5.9	15.3	1o.6	26.1	16.8	21.4	32.8	29.4	31.1
8	KFK/GK	27.7	3o.6	29.2	38.7	26.3	32.5	28.6	36.4	32.5
23	GRG/SAV	28.6	43.4	36.o	24.4	45.9	35.1	24.4	48.6	36.5
29	VORR/UV	34.5	41.o	37.7	33.6	45.o	39.3	42.9	41.6	42.2
3o	LIQ/GV	19.3	32.1	25.7	36.1	32.4	34.3	4o.3	45.6	43.o
35	(LIQ+FLL)/UV	19.3	47.1	33.2	21.8	48.9	35.4	47.9	35.8	41.8
46	(KFK·36o)/GL	22.7	12.5	17.6	22.7	16.8	19.8	34.5	16.5	25.5
47	(VLL·36o)/MAUF	2o.2	24.5	22.3	32.8	3o.6	31.7	32.8	3o.6	31.7
49	((WEV+VLL)·36o)/GL	15.1	25.7	2o.4	26.1	26.6	26.3	17.6	38.8	28.2
52	((UV-KFK)·36o)/GL	28.6	14.4	21.5	42.o	17.4	29.7	28.6	38.8	33.7
57	(VORR·36o)/GL	35.3	33.3	34.3	53.8	21.1	37.4	41.2	37.6	39.4
58	(VORR·36o)/MAUF	36.1	28.7	32.4	35.3	33.3	34.3	41.2	32.1	36.6
6o	(LIQ·36o)/GL	26.1	43.7	34.9	43.7	33.6	38.7	46.2	44.o	45.1
62	(FLL·36o)/GL	3o.3	52.o	41.1	32.8	52.6	42.7	33.6	38.5	36.1
66	EK/(GV-LIQ-GRG)	12.6	12.2	12.4	33.6	1o.1	21.9	38.7	24.8	31.7
69	EK/(SAV-GRG)	28.8	1o.1	19.5	37.3	21.8	29.5	47.9	29.4	38.7
71	KFK/UV	23.5	2o.2	21.9	17.6	36.7	27.2	27.7	32.4	3o.1
72	KFK/(UV-VORR)	19.3	29.4	24.3	24.4	36.7	3o.5	28.6	42.5	35.5
74	KFK/(LIQ+FLL)	12.7	33.1	22.9	19.3	38.o	28.7	27.1	41.1	34.1
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)	2o.2	23.9	22.o	21.8	32.1	27.o	24.4	4o.1	32.2
78	MAUF/BAUF	32.8	4o.4	36.6	26.1	46.2	36.1	35.3	43.7	39.5
8o	PAUF/BAUF	29.4	37.9	33.7	31.1	4o.7	35.9	35.3	33.9	34.6
81	PAUF/GL	36.1	3o.6	33.4	31.1	38.5	34.8	33.6	4o.4	37.o
91	GEWS/BAUF	2o.2	35.2	27.7	37.8	27.5	32.7	42.o	33.6	37.8
95	WERS/GV	39.5	3o.3	34.9	26.9	44.3	35.6	49.6	33.9	41.8
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)	15.1	2o.5	17.8	17.6	29.7	23.7	37.o	26.6	31.8
125	BERG/GL	15.1	7.6	11.4	22.7	23.5	23.1	48.7	2o.5	34.6
127	BERG/GK	14.3	8.6	11.4	22.7	14.4	18.5	37.8	22.6	3o.2
13o	(BERG+ABSA)/U	24.4	11.3	17.8	3o.3	27.2	28.7	6o.5	23.2	41.9
132	(BERG+ABSA)/KFK	12.6	9.5	11.o	17.6	19.o	18.o	35.3	17.4	26.4
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)	1o.9	11.o	11.o	2o.2	16.2	18.2	32.8	24.2	28.5
138	BERG/KFK	11.8	8.6	1o.2	2o.2	13.5	16.8	32.8	21.1	26.9
139	(BERG+ABSA)/GK	15.1	9.8	12.5	22.7	18.3	2o.5	36.1	25.1	3o.6

Tabelle 3.23 : Fehlklassifikationsergebnisse des univariaten F/H-Verfahrens (k_{NN} = best)

rungen in der Schätzung zu vermeiden, ist auf die Betrachtung gerader NN-Umfänge verzichtet worden[1]. Ausreißer spielen bei diesen nichtparametrischen Klassifikatoren nur eine geringe Rolle. Da sie distanzmäßig von den übrigen Objekten des trainingsamples weit entfernt liegen, fallen sie selten in ein Umgebungsgebiet $S_{k(NN)}$. Andererseits können aber bei der one-hold-out-Schätzung dadurch Ausreisser hervortreten, daß sie falsch klassifiziert werden, da sie in einem Bereich äußerst geringer Dichte liegen oder weit in das Gebiet der anderen Klasse hineinreichen.

Vergleicht man zuerst das training(test)-sample S-3/G-77 mit den schon in Tabelle 3.15 angegebenen deskriptiven Abstandsmaßen, so ergibt sich eine verhältnismäßig hohe Übereinstimmung (siehe Abbildung 3.11). Interessant ist ein Merkmal, das extrem außerhalb dieser Beziehung liegt, nämlich K98 (BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK). Betrachtet man sich diese Liquiditätskennzahl genauer, so ist eine äußerst komplizierte Struktur zu erkennen. Stellt man die einfache ökonomische Hypothese auf, daß schlechte Objekte weniger liquide Mittel aufweisen als gute Unternehmen, so ergibt sich für K98 theoretisch eine zweigipflige Verteilung: Denn im positiven Bereich der Kennzahl (der Zähler ist definitionsgemäß immer positiv) ist (LIQ+FLL) größer als KFK. Somit müßten gute Objekte höhere Werte aufweisen als schlechte. Im negativen Bereich, wenn (LIQ+FLL) kleiner als KFK ist, sollten gute Fälle schlechtere (also mehr negative) Werte vorweisen können als schlechte. Denn

---

1) Dies gilt auch für alle weiteren Untersuchungen mit Hilfe der nichtparametrischen Diskriminanzanalyse.

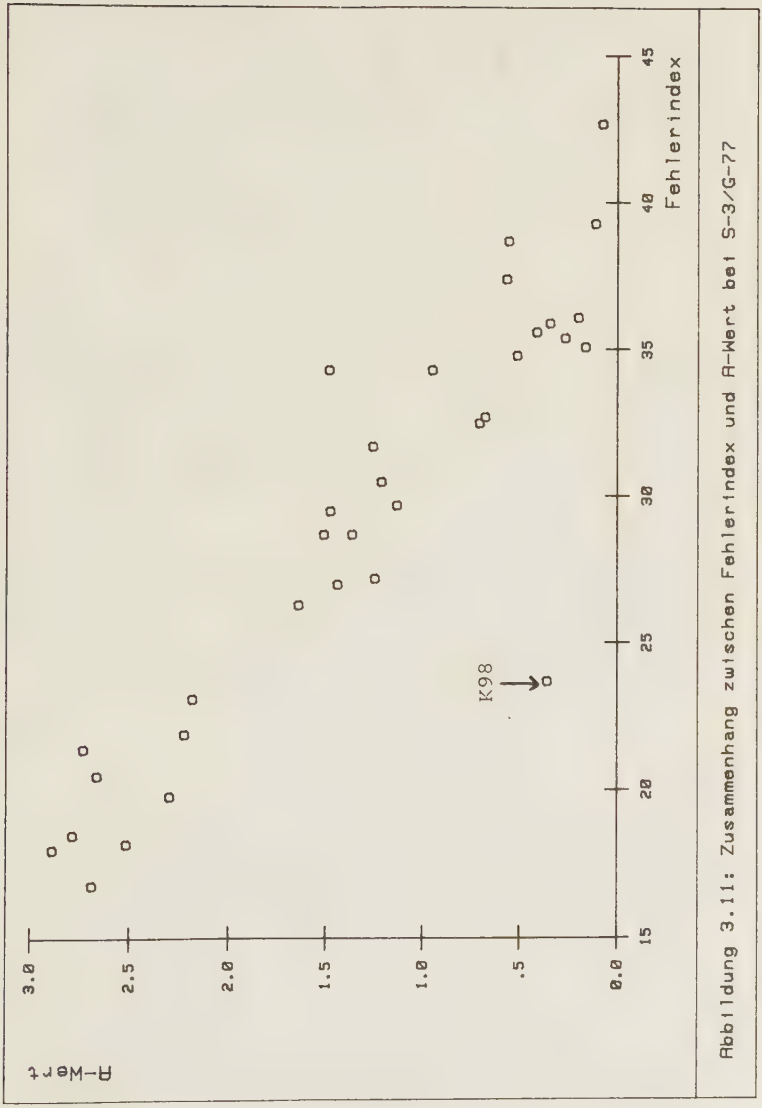


Abbildung 3.11: Zusammenhang zwischen Fehlerindex und A-Wert bei S-3/G-77

dann wäre die absolute Differenz |(LIQ+FLL)-KFK| sehr klein. Diese hypothetische Zweigipfligkeit läßt sich im Histogramm nicht deutlich erkennen. Gleichwohl wird dieser Kennzahl auf der Basis der deskriptiven Abstandswerte nur ein o.4 zugewiesen, d.h. wenig Trennfähigkeit. Das hier vorliegende nichtparametrische F/H-Verfahren bleibt von solcher Mehrgipfligkeit unberührt, so daß die Beurteilung hier mit einem Fehlerindex von 23.7 wesentlich besser ausfällt[1].

Als mit Abstand trennfähigste Einzelkennzahl erweist sich in unserem Test BERG/KFK bei TS(CS)S-3/G-77. Auch bei TS(CS)S-1/G-77 klassifiziert K138 mit den wenigsten Fehlern, während bei TS(CS)S-5/G-77 Kennzahl 46 und 132 deutlich besser abschneiden. Daraus läßt sich erkennen, daß (KFK·36o)/GL als Frühindikator gelten kann, falls man nur eine einzige Kennzahl betrachten will. Kein solch guter Warner ist K5 (FK/GK). Wie zu erwarten[2], zählt der Fremdkapitalanteil bei kleinen und mittleren Unternehmen zum Risikomaßstab (bei TS(CS)S-1/G-77 an zweiter Rangstelle)[3]. Eine bedeutende Krisenfrüherkennung kann ihm jedoch aufgrund der Untersuchungsergebnisse nicht zuerkannt werden (bei TS(CS)S-5/G-77 an neunter Rangstelle).
Ein univariates Bilanzanalyseinstrument,

---

1) Von der Möglichkeit, die Kennzahl durch ihren Kehrwert zu ersetzen, der Eingipfligkeit vermuten läßt, wird aus Untersuchungsinteresse an dem weiteren Verhalten nicht eingegangen. Der Kehrwert weist für TS(CS)S-3/G-77 folgende Klassifikationswerte auf: F-S 2o.2 %, F-G 25.7 %, FI 22.9 % und liegt damit noch etwas besser als K98.

2) Zum Teil ist dies bei unserer Schätzung auch durch die Erhebungsform bedingt, da EK=o für die guten Fälle explizit ausgeschlossen worden ist. In gewisser Weise gilt dies auch für Kennzahlen mit BERG, da BERG und BILE sicher nicht völlig unabhängig voneinander variieren (vgl. die Nebenbedingungen für gute Objekte).

3) Vgl. etwa auch H.E. BÜSCHGEN: Zunehmende Fremdfinanzierung als Insolvenzgefahr, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 27 (1975), S. 93-1o9, der gleichzeitig darauf hinweist, daß eine Kreditwürdigkeitsanalyse allein auf solcher Kennzahl nicht ausreichend sein kann.

das unter den genannten Testbedingungen im 3. Jahr vor SD noch 2o.2 % aller schlechten Fälle und 13.5 % aller guten Fälle falsch klassifiziert, halten wir noch nicht für akzeptabel. Es ist aber zu vermuten, daß die simultane Berücksichtigung mehrer Kennzahlen bessere Ergebnisse aufweist.

Die Auswahl dieser Variablen soll anhand

- der univariaten Trennergebnisse sowie
- der Korrelationen zwischen den Merkmalen

vorgenommen werden. Ziel ist die Zusammenstellung eines möglichst gut trennenden sets, ohne das Klassifikationssystem erst realisieren zu müssen. Folgende Regeln ergeben die Auswahl eines 13-Kennzahlensets:

- Nimm alle Kennzahlen, die einen univariaten Fehlerindex bei TS(CS)S-3/G-77 kleiner als 32.5 aufweisen. (Dies entspricht den beiden Gruppen von stark und mittelmäßig trennfähigen Kennzahlen aus Abbildung 3.11).

- Entferne diejenigen Merkmale, die bei TS(CS) S-1/G-77 einen höheren Fehlerindex als 22.5 und bei TS(CS)S-5/G-77 einen höheren Index als 42.5 aufweisen. (Entfernung von im Zeitverlauf sehr schlecht trennenden Kennzahlen).

- Entferne alle Kennzahlen, die zu anderen Variablen auf der Basis der gemischten Stichprobe S-3/G-77 Korrelationsmaße größer als $|o.65|$ besitzen. Entferne bei der Betrachtung der Kenn-

zahlen-Paare diejenige Kennzahl, die zu anderen Variablen noch Korrelationsmaße größer als |o.5| aufweist. Ist dies nicht der Fall, entscheide anhand der univariaten Trennergebnisse aus TS(CS)S-5/G-77 für diejenige mit dem niedrigeren Fehlerindex. (Dies zielt auf die Eliminierung von Korrelationsverzerrungen durch die Kennzahlenzusammenhänge ab).

Anhand dieser Regeln werden die Kennzahlen ausgewählt, die in Tabelle 3.24 zusammengestellt sind.

K5	FK/GK
K46	(KFK·36o)/GL
K47	(VLL·36o)/MAUF
K49	((WEV+VLL)·36o)/GL
K52	((UV-KFK)·36o)/GL
K66	EK/(GV-LIQ-GRG)
K69	EK/(SAV-GRG)
K71	KFK/UV
K98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)
K127	BERG/GK
K13o	(BERG+ABSA)/U
K132	(BERG+ABSA)/KFK
K133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)

Tabelle 3.24: Kennzahlen-set A

Dabei fällt auf, daß trotz Einbeziehung von Korrelationsmaßen sachlich ähnliche Kennzahlen wie K46, K47 und K49 oder K127 und K132 aufgenommen worden sind. Dies liegt sicherlich zum Teil an der verzerrten Schätzung der Korrelationskoeffizienten. Anderer-

seits weisen die genannten Merkmale doch wohl so viele Unterschiede sowohl von der Definition als auch von den univariaten Ergebnissen her auf, daß ihre Einbeziehung gerechtfertigt erscheint. Zudem sei betont, daß diese Zusammenstellung einen ersten Versuch darstellt, mit Hilfe einer Kennzahlenkombination bessere Trennergebnisse als auf univariater Basis zu erzielen. Später sollen dann noch einige andere Merkmals-sets verglichen werden.

333 Bedeutung verschiedener Distanzmaße für die Trennfähigkeit

Bei den nichtparametrischen Klassifikatoren F/H und L/Q muß neben der Bestimmung des NN-Umfanges das Distanzmaß zwischen den Objekten ausgewählt werden. Auch die optimale Bestimmung dieses Parameters ist bis heute theoretisch nicht gelöst, so daß entweder Sachargumente oder empirische Erfahrungen für die Festlegung eines bestimmten Ähnlichkeitsmaßes[1] herangezogen werden müssen. Auch von der Clusteranalyse her ist diese Problematik gut bekannt[2], so daß von dort vielleicht Anregungen gewonnen werden können. In der Literatur findet sich eine Fülle von Vorschlägen, Distanzmaße zu formulieren[3]. "Wie die Auswahl der Klassifikationsmerkmale, so ist auch die Wahl eines bestimmten Ähnlichkeits- oder Unähnlichkeitsmaßes eine höchst subjektive Angelegenheit"[4]. In der Praxis sehr weit verbreitet und intuitiv recht anschaulich ist der euklidische Abstand, der in der pythagoreischen Geometrie die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten kennzeichnet. Für zwei Ob-

---

1) Als Ähnlichkeitsmaß kommen bei den genannten Verfahren im wesentlichen Abstandsmaße zur Anwendung, da mindestens intervallskalierte Merkmale vorliegen (müssen).

2) Vgl. etwa D. STEINHAUSEN und K. LANGER: Clusteranalyse, Berlin-New York 1977 oder
H. SPÄTH: Cluster-Analyse-Algorithmen zur Objektklassifikation und Datenreduktion, München-Wien 1975.

3) Vgl. dazu etwa F. VOGEL: Probleme ..., a.a.O., S. 78 ff. und die dort angegebene umfangreiche Literatur.

4) Passim, S. 81. Anders als VOGEL halten wir jedoch die Ausrichtung an den Optionsmöglichkeiten eines Computerprogramms für eine schlechte Auswahl.

jekte A und B ist es im p-dimensionalen Merkmalsraum definiert als

$$d_E = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} (x_{iA} - x_{iB})^2}$$

Da p Merkmale summiert werden, geht die Skala der verwendeten Bilanzkennzahlen unmittelbar in das Maß ein. So würden etwa gleiche absolute Unterschiede bei Umschlagskennzahlen (gemessen in Tagen) und Strukturkennzahlen (in %) mit gleichem Gewicht beurteilt werden. Um solche Verzerrungseffekte möglichst zu vermeiden, müßten einheitliche Skalen vorliegen. Da es sachlich jedoch nicht durchführbar ist, z.B. Umschlags- und Strukturgrößen in einer Maßeinheit zu messen, werden zur Vergleichbarmachung von Merkmalen in Literatur und Praxis Standardisierungen vorgenommen. Die wohl gebräuchlichste Methode[1] ist die Gewichtung der Differenzen vom arithmetischen Mittelwert durch die Standardabweichung s_i jeder Variablen. Dadurch ergibt sich:

$$d_E^* = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} \left(\frac{x_{iA}}{s_i} - \frac{x_{iB}}{s_i}\right)^2}$$

Durch diese Normierung wird die Originalskala auf einen Wertebereich mit dem arithmetischen Mittel von o und der Standardabweichung von 1 transformiert.

---

1) Eine andere Transformation ist etwa die Division durch die Spannweite:

$$x_{ik}^* := \frac{x_{ik} - \text{Minimum } \{x_{i.}\}}{|\text{Maximum } \{x_{i.}\} - \text{Minimum } \{x_{i.}\}|}$$

Dadurch liegt der Wertebereich im Intervall [o,1] Vgl. etwa J.C. GOWER: A general coefficient of similarity and some of its properties, in: Biometrics, 27(1971), pp. 857-871. Jedoch gerade durch univariate Ausreißerwerte kann die Vergleichbarkeit solcher Maße fragwürdig werden.

Durch das Auftreten von Ausreißern, die die Schätzung der Standardabweichung (und des Mittelwertes) beeinflussen, könnten dabei jedoch einzelne Merkmalskomponenten stark verzerrt werden. Die gesamte Problematik der Standardisierung und die Auswirkungen auf Klassifikationsprozesse muß aus heutiger Sicht auf dem theoretischen Bereich noch als ungelöst gelten[1].

Ausreißer werden aber auch bei der euklidischen Distanz ungerechtfertigt "bevorzugt". Denn große Abstände gehen durch die Quadrierung mit höherem Gewicht ein als geringe. Die Verallgemeinerung der euklidischen Distanz wird als LR-Norm oder MINKOWSKI-Metrik bezeichnet[2]:

$$d^*_{LR} = \left[\sum_{i=1}^{p} \left(|x^*_{iA} - x^*_{iB}| \right)^r \right]^{\frac{1}{r}}$$

mit $r \in \mathbb{N}_+$

Mit r = 2 ergibt sich als Spezialfall der euklidische Abstand, mit r = 1 die sogenannte "city-block-Metrik"[3]. Durch die fehlende Quadrierung ist beim letztgenannten Maß die Empfindlichkeit gegenüber extremen Werten weitaus geringer.

---

1) Zur Problematik und weiteren Literatur vgl. F. VOGEL: Probleme ..., a.a.O., S. 9 f.

2) So bei H.H. BOCK: Automatische Klassifikation, Göttingen 1974, S. 39 f.
d^*_{LR} soll dabei die LR-Norm auf der Basis standardisierter Werte x^*_i. bezeichnen.

3) Der Name stammt von der Anschauung her, daß die kürzeste Straßenverbindung in einer city meist rechtwinkelig und nichtdiagonal verläuft.

Der in der Literatur immer wieder zitierte MAHALANOBIS-Abstand[1] hat von der Theorie her den Vorteil, daß die Beziehungen zwischen den Variabeln, die etwa die LR-Norm durch eine "interne Gewichtung"[2] der Merkmale in Richtung auf eine sachlich ungerechtfertigte Überbewertung hin verzerren können, ausgeschaltet wird. Denn in die Definition

$$d_M = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{p} s_{ij}^{-1} (x_{iA} - x_{iB}) (x_{jA} - x_{jB})}$$

mit $\{s_{ij}^{-1}\}$ als Elemente der inversen Varianz-Kovarianzmatrix

geht unmittelbar die Standardabweichung ein[3]. Darin aber liegt wieder die Schwierigkeit der Distanzmessung, da gerade bei unserem Datenmaterial die Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrix äußerst problematisch ist. Außerdem ist es zweifelhaft, ob sich bei Nichtvorliegen einer multivariaten Normalverteilung die Beziehungen zwischen den Merkmalen durch Mittelwerte, Varianzen und Kovarianzen allein beschreiben lassen. Der Vorteil einer solchen Metrik kommt wohl nur unter einschränkenden Annahmen über die Grundgesamtheit zum Tragen, während die Verzerrungen zumeist im Dunkeln bleiben[4].

---

1) Vgl. etwa H.H BOCK: Automatische ..., a.a.O., S. 4o ff.

2) So F. VOGEL: Probleme ..., a.a.O., S. 84.

3) Sind die $x_{i.}$ standardisiert und die p Merkmale unkorreliert, so ist $d_M = d_E$.

4) Zur weiteren Kritik auch in bezug auf die Gewichtung der Merkmale vgl. etwa F. VOGEL: Probleme ..., a.a.O., S. 9o ff. Hinzu kommt letztlich die etwas umfangreichere Rechnung durch die Inversion der (pxp)-Varianz-Kovarianzmatrix.

Aus bilanzökonomischen, sachlichen Gründen werden wohl kaum bedeutende Argumente für die Auswahl eines Distanzmaßes zu finden sein. Es soll daher in eingeschränkter Form der empirische Weg eingeschlagen werden, indem Mustererkennungsprozesse mit einer modifizierten LR-Metrik realisiert werden, wobei der Faktor r die Werte 1,2, und 3 simulativ annehmen soll. Die Modifikation der LR-Norm erfolgt in der Weise[1], daß durchschnittliche Distanzen berechnet werden:

$$d^{**}_{LR} := d^{*}_{LR} \cdot \frac{1}{r\sqrt{p}}$$

$$= \sqrt[r]{\frac{1}{p} \Sigma(|x^{*}_{iA} - x^{*}_{iB}|)^{r}}$$

Dies hat den Vorteil, daß Objekte mit einzelnen missing-values nicht völlig ausgeschlossen zu werden brauchen, sondern der durchschnittliche Abstand nur über p - n(missing-values) Werte berechnet wird. Liegt also ein Klassifikationsobjekt vor, das bei einer Bilanzkennzahl einen nicht ermittelten Wert aufweist, bleibt dieses Merkmal unberücksichtigt und die Zuordnung zu einer Musterklasse erfolgt anhand der restlichen Variablen. Umgekehrt wird ein solches missing-value-behaftetes Objekt ebenfalls auf der Basis der geringeren Dimensionen als NN angesehen. Die daraus sich ergebenden Verzerrungseffekte werden jedoch gegenüber dem Nutzen der insgesamt größeren Informationsbasis von uns als geringer eingeschätzt.

---

1) Vgl. etwa H.H BOCK: Automatische ..., a.a.O., S. 39.

Tabelle 3.25 zeigt die minimalen Fehlerindizes und deren zugehörigen gruppenspezifischen Fehlklassifikationsprozentsätze[1] beim L/Q -Klassifikator:

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikator	L/Q
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	für jede Klasse n exp α , mit α =o.1(o.1)o.8
training-sample	S-3/G-77
test-sample	S-3/G-77
LR-Koeffizient	s.u.

LR	F-S	F-G	FI	k_{NN}
1	13.4 %	12.5 %	13.o	(4,6)
2	16.9 %	11.o %	14.o	(7,1o)
3	18.5 %	12.8 %	15.7	(4,6)

Tabelle 3.25 : Leistungsvergleich verschiedener LR-Distanzmaße bei der L/Q-Diskriminanzanalyse

1) Zum besseren Vergleich der empirischen Ergebnisse aus den verschiedenen Diskriminanzanalysen werden die Tabellen so weit wie möglich mit einem einheitlichen Kopf versehen.

Der Leistungsvergleich dieses Klassifikators bei unterschiedlichen LR-Distanzen weist beim absoluten Abstand (LR = 1) deutlich bessere Ergebnisse auf als beim quadratischen (euklidischen) oder gar beim exponentiellen Abstand (LR = 3).

Bei dem F/H-Klassifikator zeigt sich eine ähnliche Tendenz (Tabelle 3.26)[1]. Deutlich bleibt der

---

1) Da die Verfahren wie schon erwähnt sehr rechenintensiv sind, wird hier wie auch bei den meisten künftigen Rechnungen auf eine vollständige one-hold-out-Schätzung der guten Fälle verzichtet. Der Aussagegehalt jeder Tabelle für sich ändert sich dadurch nicht oder nur sehr wenig, da jeweils auf gleicher Basis beruhende Schätzungen verglichen werden. Andererseits hätte sich aber sonst der Rechenaufwand verdoppelt, was eine Einschränkung der Untersuchungsbreite zur Folge gehabt hätte. Ein Vergleich zwischen teilweiser und vollständiger one-hold-out-Schätzung auf der in Tabelle 3.26 genannten Basis für LR = 1 führt zu den Ergebnissen:

test-sample	F-S	F-G	FI
119S, 1o4G	9.2 %	16.3 %	12.8
119S, 327G	8.4 %	16.2 %	12.3

Der Unterschied in der Fehlklassifikation der schlechten Fälle ergibt sich aus der jeweils optimalen FI-Wahl. Nach unserer Erfahrung scheinen die Ergebnisse bei einer vollständigen one-hold-out-Schätzung nur noch besser zu werden.

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikator	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	1(2)47
trainings-sample	S-3/G-77
test-sample	S-3/G-77 (119S, 1o4G-Objekte)
LR-Koeffizient	s.u.

LR	F-S	F-G	FI	k_{NN}
1	9.2 %	16.3 %	12.8	7
2	1o.1 %	19.2 %	14.7	11
3	12.6 %	16.3 %	14.5	9

Tabelle 3.26: Leistungsvergleich verschiedener LR-Distanzmaße bei der F/H-Diskriminanzanalyse

Unterschied zwischen LR = 1 und LR = 2 erkennbar, weniger klar jedoch zwischen LR = 2 und LR = 3. Dort erreicht sogar bei F/H die höhere Potenzierung leicht bessere Ergebnisse. Andererseits verwundert die recht hohe Fehlerschätzung bei den guten Objekten bei LR = 2, so daß zu vermuten ist, daß bei einer vollständigen one-hold-out-Schätzung die gleiche Rangfolge im Leistungsbeitrag der unterschiedlichen LR-Koeffizienten wie bei der L/Q-Methode gegeben ist. Da bei beiden Vergleichen die "city-block-Metrik" jedoch eindeutig vorzuziehen ist, soll diese Unsicherheit nicht weiter erforscht werden. Aufgrund dieser Studie wird bei den kommenden Untersuchungen die LR-Norm mit LR = 1 im Zusammenhang mit den L/Q- und F/H-Verfahren ausnahmslos angewandt.

334 Empirischer Vergleich multivariater parametrischer und nichtparametrischer Diskriminanzanalysen

Schon beim Vergleich verschiedener Distanzmaße hat man sehen können, daß die multivariate Betrachtungsweise deutlich niedrigere Fehlerwerte aufweist als die univariat trennfähigste Kennzahl[1], getestet auf derselben Datenbasis. Für den Methodenvergleich interessant ist jedoch die Gegenüberstellung von nichtparametrischen und parametrischen Verfahren, auch wenn LDA und QDA schon vom Ausgangspunkt her in der schlechteren Position liegen, da die Schätzung der notwendigen Verteilungsparameter nach den deskriptiven Untersuchungen nur schwer möglich lich ist[2] und die sonstigen notwendigen Annahmen wohl nicht gerechtfertigt sind. Tabelle 3.27 enthält die

---

1) Der niedrigste Fehlerindex der im set A einbezogenen Kennzahlen liegt bei 18.o (K132), mit Fehlklassifikationswerten von F-S 17.6 % und F-G 19.o %.

2) Einen interessanten, aber hier nicht weiterverfolgten Vorschlag gibt BIRKENFELD, nämlich nichtparametrische Methoden zur Schätzung der Parameter heranzuziehen. Vgl. W. BIRKENFELD: One step towards a nonparametric discriminant analysis, in: COMPSTAT 1978, Wien 1978, pp. 162-169.

Klassifikationsergebnisse von fünf unterschiedlichen Klassifikatoren, gemessen an derselben Datenbasis[1].

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikator	s.u.
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	PARZEN (smoothing-Parameter): o.2(o.o5)o.8 L/Q: n exp α mit α =o.1(o.1)o.8 F/H: 1(2)47
training-sample	S-3/G-77
test-sample	S-3/G-77
LR-Koeffizient	1

Methode	F-S	F-G	FI	k_{NN} bzw. h
PARZEN	13.6 %	14.4 %	14.o	o.35
L/Q	13.4 %	12.5 %	13.o	(4,6)
F/H	8.4 %	16.2 %	12.3	11
LDA	17.8 %	13.8 %	15.8	-
QDA	5.1 %	49.4 %	27.3	-

Tabelle 3.27: Leistungsvergleich verschiedener Klassifikatoren

1) Sowohl bei LDA und QDA sind je ein schlechter und ein guter Fall entfernt worden, da missing-values vorhanden waren. Das PARZEN-Verfahren wird mit der in Kapitel 224 vorgestellten Kernfunktion eingesetzt.

Beim Vergleich aller fünf Methoden erweisen sich die drei nichtparametrischen Verfahren als eindeutig überlegen. Dabei rangiert an erster Stelle die einfachste Methode, nämlich die von FIX/HODGES. Beim L/Q- und beim PARZEN-Klassifikator kommt erschwerend hinzu, daß bedeutend mehr Auswahlmöglichkeiten für die Bestimmung eines guten k_{NN} bzw. smoothing-Parameters bestehen als bei der F/H-Methode. Versuche mit gleicher Zahl von nächsten Nachbarn je Klasse beim L/Q-Verfahren haben deutlich schlechtere Ergebnisse gebracht[1]. Auch wenn man den NN-Parameter beim F/H-Klassifikator weiter erhöht und somit zu glatteren Dichten übergeht, wobei man zwangsläufig feinere Ausprägungen vernachlässigt, steigt der Fehlerindex (im untersuchten Bereich bis $k_{NN} = 47$) auf maximal 14.8 Punkte an[2]. Der niedrigste Fehlklassifikationsprozentsatz für die guten Fälle[3] wird erreicht bei $k_{NN} = 5$ mit 13.5 %. Bei diesem Umfang ist zu erwarten, daß 13.4 % der schlechten Fälle falsch klassifiziert werden. Dies ergibt einen Fehlerindex von 13.5. Die Variation des smoothing-Parameters beim PARZEN-Verfahren hat keine Auswirkungen auf die Fehlklassifikationsgüte bei den schlechten Fällen mehr, wenn der Wert über o.4 steigt, während gleichzeitig die Fehlerrate der guten Objekte erst ansteigt und ebenso wieder sinkt. Der Fehlerindex bewegt sich dabei von 14.3 (bei h = o.4) über 15.5 (bei h = o.55 und h = o.6) bis 14.5 (bei h = o.8).

---

1) Der Fehlerindex liegt jedoch immer noch niedriger als bei der LDA.

2) Mit F-S = 14.3 % und F-G = 15.3 %.

3) Ausgenommen ist $k_{NN} = 1$, da sich bei allen Versuchen gezeigt hat, daß bei sehr vielen schlechten Fällen in nächster Nähe ein gutes Objekt zu finden ist. Dies ist in erster Linie auf den unterschiedlichen Stichprobenumfang zurückzuführen. Da aber bei $k_{NN} = 1$ die Gewichtung mit der Klassengröße noch nicht zum Tragen kommt, müssen die entsprechenden Ergebnisse als mit geringem Aussagegehalt angesehen werden.

Daß QDA so weit abgeschlagen worden ist, war nach den Erfahrungen anderer Untersuchungen mit dieser Methode zwar zu befürchten, aber nicht ohne weiteres auch diesmal zu vermuten. Denn der Stichprobenumfang in unserer Untersuchung überschreitet bei weitem den anderer Studien auf diesem Gebiet. Andererseits gestalten die Ausreißer und andere Verteilungsdeformationen die Schätzung der Varianz-Kovarianzmatrizen so schwierig (besonders bei den guten Fällen), daß die wohl empfindlichere QDA ein so ausgeprägtes Fehlverhalten zeigt[1]. Dennoch sind die Erfahrungen mit dieser Methode nach unserer Ansicht noch zu gering, als daß damit die Untauglichkeit eines solchen Verfahrens "bewiesen" wäre. Es erscheint durchaus sinnvoll, nach Modifizierungen der QDA zu suchen, um die theoretische Vorrangstellung auch in der empirischen Forschung bestätigen zu können.

Interessant ist für uns noch der Vergleich von LDA und F/H-Klassifikator. Zeichnet man ein Histogramm der Diskriminanzfunktion (d.i. die Linearkombination der untersuchten 13 Variable, siehe Abbildung 3.12), so erkennt man bei den guten Fällen eine Rechtssteilheit und bei den schlechten Objekten eine Linkssteilheit, wobei die letztere flacher verläuft als die erstere. Dies erklärt den relativ hohen Fehlklassifikationsprozentsatz bei den schlechten Fällen. Außerdem zeigt sich deutlich, daß eine

---

1) Da der Fehlklassifikationsprozentsatz der schlechten Fälle nicht unabhängig von dem der guten Objekte ist, darf die relativ günstige Zahl von 5.1 % nicht überinterpretiert werden.

Abbildung 3.12: Histogramme der Diskriminanzfunktionswerte bei TS(CS) S-3/G-77 set A

Normalverteilung innerhalb der Klassen wohl nicht anzunehmen ist, denn sonst hätte auch die empirische Diskriminanzfunktion ein klassenweises normalverteiltes Aussehen. Der Vergleich der falsch zugeordneten schlechten Objekte zeigt ebenfalls klar, daß gerade im Grenzbereich zwischen guten und schlechten Krediten die LDA nicht so leistungsfähig ist wie die F/H-Methode.

Aus diesem empirischen Vergleich verschiedener Klassifikatoren erweist sich nach mehreren Gesichtspunkten die F/H-Methode als die zuverlässigere. Daher beschränken wir uns bei den folgenden Vergleichsuntersuchungen ausschließlich auf diese Methode, um deren Leistungsfähigkeit unter verschiedenen Bedingungen zu überprüfen.

335 Einfluß von Variationen der training- und test-samples bei der Mustererkennung

Bisher waren training- und test-sample von der Objektmenge her gleich, obwohl durch die one-hold-out-Schätzung das fiktive Modell formuliert worden ist, daß jeweils das Klassifikationsobjekt bei Aufstellung der Stichproben-Musterklassen unbekannt ist und dann ohne Einbeziehung der Informationen über dessen Klassenzugehörigkeit eingeordnet wird. Dabei tauchen drei Fragen auf:

Wie verändert sich die Leistungsfähigkeit

- wenn bei den schlechten Fällen andere Jahre vor Stichdatum klassifiziert werden?
- wenn bei den guten Fällen andere Bilanzjahre zur Grundlage genommen werden?
- wenn ein fixes training-sample aufgestellt wird?

Gerade die letzte Frage ist für die Praxis von grossem Interesse. Denn i.d.R. ist ja nicht bekannt, in welchem Stadium vor SD sich ein Untersuchungsobjekt befindet. Doch zuerst sollen die beiden oberen Aspekte untersucht werden, da sich von dort her eventuell Rückschlüsse auf die Gestaltung eines konstanten training-sample ziehen lassen.

Die Ergebnisse der Tabelle 3.28 bestätigen die Vermutungen, daß bei Annäherung an das Stichdatum die Klassifikationsergebnisse besser werden[1].

---

1) Keine der Fehlerindizes sind bei gleichaufgebauten LDA-Studien unterboten worden.

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikator	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	s.u.
training-sample	s.u.
test-sample	s.u., aber nur 1o4G-Objekte
LR-Koeffizient	1

training-sample = test-sample	F-S	F-G	FI	k_{NN}
S-1/G-77	7.6 %	6.7 %	7.2	5
S-2/G-77	1o.1 %	1o.6 %	1o.4	9
S-3/G-77	9.2 %	16.3 %	12.6	7
S-4/G-77	21.o %	17.3 %	19.2	15
S-5/G-77	28.6 %	16.3 %	22.5	15

Tabelle 3.28: Vergleich der Klassifikationsergebnisse bei unterschiedlichen Jahren vor SD der schlechten Fälle

Auffällig ist zum einen der verhältnismäßig große Sprung zwischen dem 3. und 4. Jahr vor SD. Dies wird besonders beim Fehlklassifikationsprozentsatz der schlechten Fälle deutlich. Die Unterscheidungsfähigkeit anhand ihrer eigenen Gruppe scheint also erst drei Jahre vor SD stark zuzunehmen. Dies mag auf Zufälligkeiten und der (manchmal etwa willkürlichen) Klassenzuweisung beruhen. Sinnvoll erscheint aber auch die Erklärungshypothese, daß viele Objekte vor dem Stichdatum eine unterschiedliche Entwicklung durchmachen, so daß die Einstufung in Jahre mit zunehmendem Abstand von der Krise nicht gleichbedeutend ist mit gleicher Einstufung im Krisenverlauf. Insoweit erweist sich das Ziel eines nach Jahren getrennten Erkennungssystems auf der Basis der Jahre vor SD nicht als erstrebenswert.

Vergleichen wir die unterschiedlichen Bilanzjahre der guten Objekte, so zeigt Tabelle 3.29 ein relativ stetiges Bild.

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikator	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	s.u.
training-sample	s.u.
test-sample	s.u. aber nur 1o4G-Objekte
LR-Koeffizient	1

training-sample = test-sample	F-S	F-G	FI	k_{NN}
S-3/G-74	1o.9 %	19.2 %	15.1	9
S-3/G-75	9.2 %	22.1 %	15.7	13
S-3/G-76	12.6 %	15.4 %	14.o	9
S-3/G-77	9.2 %	16.3 %	12.8	7

Tabelle 3.29: Vergleich der Klassifikationsergebnisse bei unterschiedlichen Bilanzjahren der guten Fälle

Variiert das Bilanzjahr, ergeben sich zum Teil erhebliche Verschlechterungen bei der Klassifikation guter Fälle. Während die Erkennung schlechter Fälle durchaus akzeptabel ausgeführt wird, wird man gerade in den Bilanzjahren 1974 und 1975 mit einer hohen Fehlerrate rechnen müssen. Die Ursache wird u.a. die schwierige gesamtwirtschaftliche Lage in diesen Jahren sein, die sich auch in den Bilanzen einiger (an sich) guter Fälle soweit niedergeschlagen hat, daß diese beim Vergleich mit S-3 eher als krisenanfällig bezeichnet werden müßten. Die endgültige Ursache wird sich wohl nur durch eine intensive Begutachtung des Einzelfalles herausfinden lassen. Dies ist jedoch bei 327 Fällen ein Aufwand, der uns nicht angemessen erscheint.

Da unser Ziel die möglichst frühe Erkennung von Kreditrisiken aus der Bilanz darstellt, sollte ein konstantes training-sample wohl nicht nur Vergleichsmuster von Objekten enthalten, die bereits kurz vor der Krise sind, sondern eher weiter entfernt liegen.

Als fixe Musterklassen werden daher das 5. Jahr vor SD bei den schlechten und das Bilanzjahr 1977 bei den guten Fällen untersucht werden, inwieweit durch den Vergleich von Klassifikationsobjekt und Objekten der Musterklassen die Früherkennung von Kreditrisiken möglich ist (Tabelle 3.3o)[1].

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	new
Klassifikator	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	15
training-sample	S-5/G-77
test-sample	s.u. aber nur 1o4G-Objekte
LR-Koeffizient	1

test-sample	F-S	F-G	
S-1	5.o %	-	
S-2	1o.1 %	-	
S-3	13.4 %	-	
S-4	21.8 %	-	
S-5	28.6 %	-	
G-74	-	23.1 %	
G-75	-	22.1 %	
G-76	-	15.4 %	
G-77	-	16.3 %	

Tabelle 3.3o : Fehlerschätzung bei dem fixen training-sample S-5/G-77

Die Betrachtung der Fehlerraten zeigt an, daß es mit einem fixen training-sample kaum schwieriger sein wird, eine gute Zuweisungsrate zu den Klassen zu erreichen. Denn nur in einigen Fälle (S-3 und G-74)

1) Wenn im trainings-sample und im test-sample bei einer Klassifikation dasselbe Objekt innerhalb der NN aufzufinden ist, wird dieses eliminiert und das nächst-benachbarte Objekt einbezogen.

liegt die Fehlerrate etwa höher als bei der jahresmäßig sich entsprechenden one-hold-out-Schätzung. Deutlich besser sind die Ergebnisse im 1. Jahr vor SD, da die Vergleichsmuster relativ weit vom Stichdatum entfernt liegen. Die etwas schlechteren Werte sind in erster Linie begründet durch die einseitige Ausrichtung der Musterklassen schlechter Kredite an den Objekten im 5. Jahr vor SD. Bei einem anderen Experiment, unter sonst gleichen Bedingungen, in dem das training-sample aus S-1, S-2, S-3, S-4, S-5 und G-77 besteht, also 922 Objekte umfaßt, ergeben sich folgende Klassifikationswerte für S-3/G-77[1]:

F-S	F-G	FI	k_{NN}
7.6 %	2o.o %	13.8	31

Es zeigt sich also, daß bei einer geschickten Auswahl der Objekte für das training-sample Klassifikationsergebnisse erreicht werden können, die an die Werte mit variablem training-sample heranreichen. Da diese Zusammenstellung von Mustern jedoch einen erheblichen Experimentieraufwand erfordert, muß auf weitere Studien auf diesem Gebiet verzichtet werden.

---

1) Da die Berechnungen mit einer solchen Datenbasis verhältnismäßig viel Rechenzeit erfordern, wenn Schätz- und Simulationsrechnungen durchgeführt werden sollen, ist auf andere Klassifikationsexperimente verzichtet worden. Außerdem wurden nur die NN-Umfänge von 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27 und 31 betrachtet, so daß bei anderen NN-Werte evtl. noch bessere Ergebnisse erreicht werden können.

336 Trennfähigkeitsanalyse verschiedener Variablensets

Die Auswahl der Bilanzkennzahlen für ein gut trennendes Merkmal-set ist äußerst schwierig und kann endgültig nur an der Leistungsfähigkeit eines realisierten Mustererkennungsprozesses beurteilt werden[1]. Das nach heuristischen Regeln bisher verwendete set A mit 13 Kennzahlen hat gegenüber der univariaten Diskriminanzanalyse (zusätzlich zur Regelung einer gemeinsamen Betrachtung mehrer Kennzahlen) deutliche Verbesserungen im Fehlerindex gebracht. Dennoch ist nicht auszuschließen, daß andere Kennzahlenkombinationen Kreditrisiken noch deutlicher und damit früher erkennen lassen. Schon bei der Auswahl dieser Merkmalskombination ist darauf hingewiesen worden, daß Gruppen von Kennzahlen mit ähnlichem Interpretationsgehalt ausgemacht werden können. Zur Überprüfung, ob eine Verringerung des Kennzahlenumfanges durch Entfernung solcher Merkmale nicht auch zu einer Leistungssteigerung oder wenigstens gleichbleibender Leistung führt, werden die Kennzahlen K47, K49, K127 und K132 entfernt und das Mustererkennungssystem mit dem neuen set B realisiert. Da die Strukturkennzahlen nun aber mit K5, K66 und K69 leicht überrepräsentiert sind, soll in einem set C zusätzlich noch K69 entfernt werden, zumal bei dieser Kennzahl häufiger missing-values aufgetreten sind. Im Zusammenhang mit der parametrischen Diskriminanzanalyse ist zur Merkmalsreduktion das forward-selection-Verfahren bekannt[2], bei dem nach einem parametrischen Mittel-

---

1) Zu den Schwierigkeiten, theoretische Anforderungen und praktische Durchführbarkeit zu verbinden, vgl. auch Kapitel 2253.

2) Vgl. auch Kapitel 2253.

wertstest bei Zutreffen der notwendigen Annahmen[1] eine suboptimale Variablenzusammenstellung gefunden werden kann. In diesen Testwert geht neben dem Stichprobenumfang der Klassen und der Zahl der Merkmale auch die MAHALANOBIS-Distanz[2] zwischen den Klassen ein[3]. Die Auswahl der Variablen durch forward-selection (oder auch backward oder complete-selection)[4] ist daher im wesentlichen von der Aussagefähigkeit dieses Abstandsmaßes abhängig. Da die erforderlichen Annahmen zur Berechnung dieses Maßes nicht zutreffen, sollen die forward-selection-Ergebnisse als quasi heuristische Variablenauswahl betrachtet und das so gebildete set D im Klassifikationsprozeß getestet werden[5]. Für ein Klassifikationsset wird oftmals auch der Vorschlag gemacht, mit Hilfe

---

1) Vgl. die Voraussetzungen der LDA.

2) Vgl. Kapitel 333.

3) Vgl. etwa P.A. LACHENBRUCH: Discriminant ..., a.a.O., p. 25.

4) Vgl. zu den Unterschieden etwa R.A. EISENBEIS et.al.: Investigating the relative importance of individual variables and variable subsets in discriminant analysis, in: Communications in Statistics, 2(1973), pp. 2o5-219.

5) Der selection-Prozeß wird hier beendet, nachdem die Differenz im Zuwachs des multivariaten Distanzmaßes sehr klein wird.

einer klassischen multiplen Faktorenanalyse entsprechende Variable auszusuchen[1]. Dabei wird aber i.d.R. nicht berücksichtigt, daß das Konstruktionsprinzip der Faktoren auf einer maximalen Varianzerklärung und nicht auf einer möglichst guten Trennung beruht. Zu Vergleichszwecken sollen jedoch die Ergebnisse einer solchen Faktorenanalyse für die Konstruktion eines neuen set E dienen, indem sie quasi als heuristische Stimulantia wirken. So wird je Faktor diejenige Variable in das set aufgenommen, die (gemessen an ihrer Ladung) diesen am ehesten repräsentiert[2]. Als letztes wird - sozusagen inkognito - ein Praktiker-set realisiert, um zu testen, inwieweit bei der Kreditwürdigkeitsprüfung bereits verwendete Kennzahlen für eine Trennanalyse geeignet sind[3]. Die Zusammenstellung dieses set F erfolgt nach den Erfahrungen der Kreditsachbearbeiter sowie eines möglichst einfachen Erklärungsgehaltes jeder einzelnen Kennzahl[4]. Tabelle 3.31 stellt die Variablengruppen nochmals zusammen. Die Klassifikationsergebnisse können der Tabelle 3.32 entnommen werden, in der die sets anhand der Rangfolge der Fehlerindizes aufgenommen sind.

---

1) So etwa von G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 153 ff.,
H. BULLING: Entscheidungshilfen der Diskriminanzanalyse bei der Gewährung von Konsumentenkrediten und gewerblichen Krediten, Diss. Berlin 1976, S. 12o, und
O. LOISTL: Bilanzielle Kennziffern und Liquiditätsbeurteilung, Diskussionspapier Nr. 12, TU Berlin 1974, S. 24.

2) Zu den Begriffen und den Berechnungen vgl. Kapitel 42.

3) Auf die Veröffentlichung wird hier verzichtet, um künftige Wettbewerbsverzerrungen zu vermeiden.

4) Gerade der letzte Aspekt erscheint uns unter akquisitorischen Gesichtspunkten durchaus überlegenswert. Denn anhand der Kennzahlenwerte lassen sich oft intensive Kundengespräche aufbauen.

set	Kennzahlen-Nr.
A	5,46,47,49,52,66,69,71,98,127,13o,132,133
B	5,46,52,66,69,71,98,13o,133
C	5,46,52,66,71,98,13o,133
D	5,46,47,52,127,13o,132
E	8,57,6o,62,71,8o,138,139
F	Praktiker-set

Tabelle 3.31: Zusammenstellung der getesteten Kennzahlen-sets

Variablen-set	s.u.
Zahl der Merkmale	s.u.
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikator	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	s.u.
training-sample	S-3/G-77
test-sample	S-3/G-77, aber nur 1o4G-Objekte
LR-Koeffizient	1

set	Zahl der Merkmale	F-S	F-G	FI	k_{NN}
A	13	9.2 %	16.3 %	12.8	7
D	7	11.8 %	15.4 %	13.6	15
C	8	1o.1 %	18.3 %	14.2	35
B	9	11.8 %	17.3 %	14.6	17
E	8	13.4 %	17.3 %	15.4	15
F	1o	15.1 %	16.3 %	15.7	29

Tabelle 3.32 : Leistungsvergleich verschiedener Kennzahlen-sets

Es verwundert, daß set F (das Praktiker-set) so relativ schlecht abschneidet. Denn die Kennzahlenzusammenstellung erscheint sehr ausgewogen. Das gleiche gilt für die Auswahl nach der Faktorenanalyse (set E). Auch dieses beleuchtet acht recht unterschiedliche Unternehmensbereiche. Krisenunternehmen können jedoch anhand solcher Kennzahlenkombinationen in unserem Klassifikationsmodell nicht

so gut erkannt werden. So erkennt das schlechteste set F nur 84.9 % der schlechten Fälle in unserer Testsituation im 3. Jahr vor SD richtig, während das beste set A 9o.8 % korrekt einordnet. Die Fehlerrate steigt also bei der Erkennung von schlechten Firmen um 64.1 %. Aber auch die Entfernung vielleicht überflüssiger Kennzahlen aus set A erbringt keinen Gewinn, gemessen am Fehlerindex. Gut steht immerhin noch set D da, welches die Auswahl unter den Kennzahlen von set A nach dem multivariaten Abstand getroffen hat.

Der Vergleich verschiedener Kennzahlengruppen zeigt also auf, daß durch eine geschickte Wahl einzelner Bilanzkennzahlen eine recht gute Klassifikation vorgenommen werden kann. Dabei sollten die Auswahlregeln sich empirisch begründen lassen und Trennfähigkeitsergebnisse berücksichtigen. Eine allein ökonomisch fundierte Kennzahlenauswahl oder eine Zusammenstellung, die nicht an Trenninformationen ausgerichtet ist, wird i.d.R. weniger gute Klassifikationsergebnisse erbringen.

Der hier durchgeführte Vergleich kann aber nicht zu dem Ergebnis führen, daß das verwendete set A als eine optimale Kennzahlenzusammenstellung bezeichnet werden kann. Da es weder unser Ziel ist noch in unseren Möglichkeiten liegt, ein bestes set aufzustellen, werden wir diese Kennzahlenkombination A aber auch bei den folgenden Studien verwenden.

337 Untersuchung von Einzelaspekten

Bei der Festlegung der Distanzmaße ist deutlich geworden, daß die Standardisierung der Einzelobjekte für den Vergleich verschiedenartig skalierter Merkmale unumgänglich ist[1]. Damit ist aber gleichzeitig eine Stauchung bzw. Streckung der jeweiligen Meßskala verbunden. Durch Extremwerte kann nun bei der Normierung mit Hilfe der Standardabweichung dieser Vergleichseffekt dadurch wieder aufgehoben werden, daß dieses Normierungsmaß selbst durch die Ausreißer beeinflußt ist. Aus diesem Grund soll zum Vergleich der schon in der deskriptiven Untersuchung eingesetzte robuste Schätzer für das Mittel und die Streuung angewendet werden. Die Ergebnisse in Tabelle 3.33 deuten auf keinen großen Unterschied zur bisherigen Normierung hin, da der Fehlerindex gleich bleibt und nur die Fehlerraten sich leicht verändert haben.

Variablen-set	A
Zahl der Merkmale	13
Fehlerschätzung	one-hold-out
Klassifikation	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	s.u.
training-sample	S-3/G-77
test-sample	S-3/G-77, aber nur 1o4G-Objekte
LR-Koeffizient	1

Standardisierung	F-S	F-G	FI	k_{NN}
einfacher Schätzer	9.2 %	16.3 %	12.8	7
robuster Schätzer	1o.1 %	15.4 %	12.8	9

Tabelle 3.33: Vergleich verschiedener Standardisierungsmethoden

1) Vgl. Kapitel 333.

Nimmt man nicht das Umgebungsgebiet der nächsten Nachbarn, das einen minimalen Fehlerindex erzeugt, sondern erweitert man die Zahl der NN, ergeben sich im Vergleich beider Methoden leichte Vorteile für die robuste Standardisierung. Nach unseren bisherigen Erfahrungen mit diesem Instrument kann jedoch im Hinblick auf die höhere Rechenbelastung noch nicht von einer Verbesserung gesprochen werden. Im Zusammenhang mit robusten Schätzverfahren bei der statistischen Bilanzanalyse sollte dieser Aspekt jedoch noch weiter untersucht werden.

Ein weiteres Problem des Mustererkennungsprozesses ist das Auftreten von Objekten im "Grenzbereich". Anschaulich gesehen sind dies Unternehmen, die Jahresabschlüsse aufweisen, die in beinahe gleicher Form und fast mit gleicher Häufigkeit sowohl bei den schlechten als auch bei guten Vergleichsfirmen angetroffen werden können. Die Zuordnung gerade solcher Fälle ist extrem vom Stichprobenumfang abhängig, da die klassenbedingten Dichten sich in diesem Bereich nur äußerst gering unterscheiden. Schätzfehler können sich dann gleich in einer anderen Zuordnung auswirken. Schon bei der Darstellung des Mustererkennungsprozesses[1] ist die sogenannte Rückweisungsklasse erwähnt worden. Diese Gruppe[2] nimmt gerade solche Objekte auf, für die eine Nichtentscheidung und damit eine Sonderbehandlung unter entscheidungstheoretischen Gesichtpunkten günstiger ist. Daraus folgt

---

1) Vgl. Kapitel 211.

2) In der Terminologie der Entscheidungstheorie gehört die Rückweisungsklasse zum Entscheidungs(Aktionen)raum.

schon, daß die fiktiven Kosten bei Zuweisung zu dieser Gruppe für schlechte und gute Kredite gleich sein werden[1] und sinnvollerweise zwischen den beiden anderen Kostenkomponenten liegen sollten. Beträgt also das Verlustverhältnis bei Fehlklassifikation zwischen schlechten und guten Fällen etwa 1 : o.1, wird der relative Schadenswert der Rückweisungsklasse K_R irgendwo zwischen o.1 und 1 anzusiedeln sein. Damit aber beginnt die eigentliche Schwierigkeit der Festlegung, da insbesondere bei Annahme der umgekehrt proportionalen Kostenfunktion nur das Kostenverhältnis angegeben ist. Im einfacheren Fall einer (o,1)-Schadensfunktion ergeben sich folgende Verlusterwartungswerte im Zwei-Klassen-Fall:

$$E_1(\cdot) = 1 \cdot \frac{\varphi_2 f_2}{c} = \psi_2$$

$$E_2(\cdot) = 1 \cdot \frac{\varphi_1 f_1}{c} = \psi_1$$

$$E_R(\cdot) = K_R$$

mit $c = \varphi_1 \cdot f_1 + \varphi_2 \cdot f_2$

und $E_R(\cdot)$: = Schadenserwartungswert der Rückweisungsklasse

Die Entscheidung für die Klasse i erfolgt anhand des maximalen ψ_i. Der (relative) Wert von K_R wird demnach sinnvoll im Intervall [o.5, 1.o] liegen[2], so daß die Entscheidung an der A-Posteriori-Wahrscheinlichkeit ausgerichtet werden kann:

---

1) Andere Aufteilungen sind natürlich möglich, aber gerade im Bilanzanalysebereich wohl schwerlich zu begründen. Denn eine umfangreiche manuelle Bilanzanalyse wird sowohl bei guten als auch bei schlechten Fällen gleich hohe Kosten verursachen, da diese A-Priori-Kenntnis ja im Einzelfall nicht vorhanden ist.

2) Denn der maximale A-Posteriori-Wert ist stets größer oder gleich o.5.

Wähle die Klasse i, für die ψ_i maximiert wird. Ist jedoch der relative K_R-Wert höher als das ψ_i der ausgewählten Klasse, so weise das Objekt zurück.

Bei der etwas komplizierteren Schadensfunktion, die unserem MOdell zugrundeliegt, ergeben sich folgende Verlusterwartungswerte:

$$E_1(\cdot) = \frac{K}{m} \cdot \frac{1}{\varphi_2} \cdot \frac{\varphi_2 f_2}{c}$$

$$E_2(\cdot) = \frac{K}{m} \cdot \frac{1}{\varphi_1} \cdot \frac{\varphi_1 f_1}{c}$$

$$E_R(\cdot) = K_R \cdot \frac{\varphi_1 f_1}{c} + K_R \frac{\varphi_2 f_2}{c} = K_R$$

Erweitern wir - ohne die Entscheidungsregel dadurch zu beeinflussen - die Risikofunktionen mit

$$\frac{c}{f_1 + f_2} \quad ,$$

so ergeben sich die bekannten Erwartungswerte eines Modells mit gleichen A-Priori-Wahrscheinlichkeiten und einer (o,1)-Schadensfunktion:

$$E_1^*(\cdot) = \frac{K}{m} \cdot \frac{f_2}{f_1 + f_2}$$

$$E_2^*(\cdot) = \frac{K}{m} \cdot \frac{f_1}{f_1 + f_2}$$

$$E_R^*(\cdot) = K_R \cdot \frac{c}{f_1 + f_2}$$

Wie man sieht, ist - im Gegensatz zum ersten Fall der einfacheren Schadensfunktion - die Zuweisung zur Rückweisungsklasse durch die Variable c auch von den (unbekannten) A-Priori-Wahrscheinlichkeiten abhängig. Setzt man

$$K_R \cdot \frac{c}{f_1 + f_2} = \frac{K}{m} \cdot (1 - \beta) \quad ,$$

folgt daraus

$$\beta = (1 - K_R \cdot \frac{m}{K} \cdot \frac{c}{f_1 + f_2}) \cdot$$

Dieser β -Wert ist vergleichbar mit den A-Posteriori-Werten

$$\frac{f_1}{f_1 + f_2} \qquad \text{und} \qquad \frac{f_2}{f_1 + f_2} \cdot$$

Die Entscheidungsregel lautet daher nun:

> Wähle die Klasse i, für die $f_i/(f_1 + f_2)$ maximiert wird. Ist jedoch der maximale A-Posteriori-Wert kleiner als β , so weise das Objekt zurück.

Die Bestimmung des (relativen) K_R-Wertes erfolgt hier also wiederum nicht absolut sondern implizit über die Festlegung der Rückweisungsschwelle. Denn es ist

$$K_R = (\frac{K}{m} - \frac{K}{m} \beta) \cdot \frac{f_1 + f_2}{\varphi_1 f_1 + \varphi_2 f_2} \cdot$$

Sinnvoll nimmt β Werte im Intervall [o.5,1.o] an, wobei im unteren Bereich wenig Objekte, im oberen Bereich fast alle Objekte zurückgewiesen würden.

Aus der Herleitung des Entscheidungsprozesses bei einer Rückweisungsklasse kann gesehen werden, daß die Wahl von β bei fehlenden Werten insbesondere für die A-Priori-Wahrscheinlichkeit rein subjektiv erfolgen muß. Die Nutzung eines so erweiterten Modells bleibt daher der Erfahrung des Anwenders über-

lassen[1]. Als Beispiel soll hier die Klassifikation anhand des fixen training-sample S-5/G-77 angeführt werden. Die Häufigkeiten der A-Posteriori-Werte ergeben sich aus Tabelle 3.34 :

A-Posteriori-Wert	test-sample	
(k_{NN}=27)	S-3	G-77
o.o ≦ f < o.1	-	5.8 %
o.1 ≦ f < o.2	o.8 %	18.3 %
o.2 ≦ f < o.3	1.7 %	14,4 %
o.3 ≦ f < o.4	4.2 %	28.8 %
o.4 ≦ f < o.5	1o.1 %	14.4 %
o.5 ≦ f < o.6	8.4 %	9.6 %
o.6 ≦ f < o.7	21.o %	2.9 %
o.7 ≦ f < o.8	24.4 %	2.9 %
o.8 ≦ f < o.9	19.3 %	2.9 %
o.9 ≦ f < 1.o	1o.1 %	-

Tabelle 3.34: Relative Häufigkeiten der A-Posteriori-Werte für test-sample S-3/G-77 bei trainings-sample S-5/G-77

Bei verschiedener Wahl von β ergeben sich unterschiedliche Klassifikationsergebnisse (Tabelle 3.35).

β (k_{NN}=27)	F-S	F-G	Rückweisung aus S	Rückweisung aus G
o.5o	16.6 %	18.3 %	-	-
o.55	9.2 %	14.4 %	1o.9 %	8.7 %
o.6o	6.7 %	8.7 %	18.5 %	24.o %
o.65	5.9 %	7.7 %	28.6 %	38.5 %

Tabelle 3.35 : Klassifikationsergebnisse bei verschiedenem β mit training-sample S-5/G-77 und test-sample S-3/G-77

1) Zum Verhältnis zwischen vorgegebener Rückweisungsschwelle und erzielbarer Fehlerrate in bestimmten Situationen vgl. etwa C.K. CHOW: An optimum recognition error and reject trade off, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-16(197o), pp. 41-46.

Die Rückweisung aller Fälle mit einem A-Posteriori-Wert kleiner als o.55 ergibt einen deutlichen Rückgang der Fehlerrate bei den schlechten Fällen, gleichzeitig aber auch einen ziemlich hohe Rückweisungsquote. Die Erhöhung von β auf o.6 drängt deutlich die Fehler bei den guten Fällen zurück, läßt aber gleichzeitig 24 % dieser Klasse unklassifiziert. Eine nochmalige Steigerung auf β = o.65 führt nur zu einem starken Anstieg der zurückgewiesenen Objekte, kaum aber zu einer Minderung der Fehlklassifikationen. Da die Eintrittswahrscheinlichkeiten unbekannt sind, ist die Gewichtung der Rückweisungsraten nicht entsprechend möglich. Daher kann bei so geringem Informationsstand eine Handlungsempfehlung nicht gegeben werden, welches β vorzuziehen ist. Hinweise können jedoch aus dem Verlauf der Fehler- bzw. Rückweisungsraten gewonnen werden, wie dies am obigen Beispiel demonstriert worden ist.

338 Zusammenfassung der diskriminanzanalytischen Studien

Im Mittelpunkt der empirischen Analyse der Jahresabschlüsse kleiner und mittlerer Unternehmen steht die Frage, ob der im Kapitel 2 theoretisch formulierte Mustererkennungsprozeß mit nichtparametrischen Klassifikatoren in der Lage ist, eine statistische Bilanzanalyse durchzuführen. Neben der Erstellung geeigneter Rechenprogramme gilt die Datenbeschaffung als das größte praktische Problem. Dies hat sich unter akzeptablen Annahmen so weit lösen lassen, daß zur Auswertung 119 schlechte Unternehmen (mit fünf aufeinanderfolgenden Jahresabschlüssen) und 327 gute Firmen (mit vier aufeinanderfolgenden Jahresabschlüssen) gelangen. Das wesentlichste Merkmal für die Zuordnung eines Falles zur Gruppe der schlechten Unternehmen ist dabei das Auftreten einer Einzelwertberichtigung eines schon bestehenden Kreditengagements. Über verschiedene Reduktionsstufen ist ein Bilanzkennzahlenset von 33 Merkmalen aufgestellt worden, das der multivariaten Analyse zugrundeliegt. Die davorliegende umfangreiche deskriptive Untersuchung des Datenmaterials hat folgende grundsätzliche Aspekte hervorgebracht:

- In allen Vergleichsjahren weisen die untersuchten Bilanzkennzahlen zum Teil sehr deutliche Verteilungsunterschiede in bezug auf Form und Lage auf. Dies kann soweit interpretiert werden, daß verschiedene Musterprozesse für gute und schlechte Kredite existieren. Diese Prozesse erzeugen unterschiedliche Bilanzmuster, die zumindest von der Lage her bereits fünf

Jahre vor dem Erkennen durch die Kreditinstitute deutlich werden.

- Schon auf deskriptiver Basis zeigt sich, daß drei Gruppen von Bilanzkennzahlen unterschieden werden können. Und zwar solche mit geringen, solche mit mäßigen und solche mit hohen Lageunterschieden.
- Die Beurteilung der Form der Verteilung und damit der Rückschluß auf die zugrundeliegenden Prozesse hat sich als sehr schwierig erwiesen. Die schwerwiegendste Einflußnahme insbesondere auf Verteilungsmaßzahlen ist von Ausreißerwerten ausgeübt worden. Dabei hat sich diese Problematik als so bedeutend herausgestellt, daß eine umfassende Untersuchung zugunsten der Hauptziele zurückgestellt werden mußte. Nur in bezug auf das Lagemaß ist mit robusten Mittelwerten ein Vorschlag gemacht worden, dem gerade für die Interpretation von Kennzahlenunterschieden oder -veränderungen einer Gruppe von Unternehmen besondere Bedeutung zukommt.
- Als derzeit nicht lösbar hat sich die Entzerrung von Maßzahlen für Kennzahlenzusammenhänge gezeigt, da auch dort Ausreißerwerte in noch unkontrollierbarer Weise Einfluß genommen haben. Als Ersatzlösung ist die Berechnung der Korrelationswerte auf der Basis der gemischten Stichprobe vorgenommen worden.

Aufbauend auf diesen deskriptiven Studien und einer nichtparametrischen univariaten Diskriminanzanalyse ist dann ein Bilankennzahlenset von 13 Merkmalen aufgestellt worden, um in verschiedenen Testläufen die neuen Klassifikatoren zu überprüfen. Wesentliche Ergebnisse sind:

- Die "city-block-Metrik" verfügt gegenüber der geometrisch anschaulicheren euklidischen Distanz und höher potenzierten LR-Distanzen bei den vorgeschlagenen Verfahren über eine größere Trennfähigkeit.
- Gegenüber den nichtparametrischen Klassifikatoren haben sich die bekannten parametrischen Verfahren LDA und QDA in verschiedenen Testsituationen als deutlich schlechter erwiesen.
- Für die praktische Anwendung eines Klassifikators ist ein relativ konstantes training-sample notwendig. Versuche mit Vergleichsmustern, die vom akuten Risikozeitpunkt weit entfernt liegen, haben für die Früherkennung von Kreditrisiken überraschend gute Ergebnisse gezeigt, auch wenn der Anteil der falsch klassifizierten guten Objekte mit rund 2o % erwartungsgemäß relativ hoch liegt. Durch einen weiteren Vorschlag zur Verbesserung des training-samples hat sich die Fehlerquote bei den schlechten Fällen im 3. Jahr vor SD auf 7.6 % halbieren lassen. Es ist darauf hinzuweisen, daß gerade diesèr Punkt noch umfangreicherer Erfahrungen und Versuche bedarf, deren Durchführung u.E. jedoch Aufgabe des Anwenders ist.
- Einige Veränderungen der Merkmalsauswahl haben gezeigt, daß das bisher verwendete Kennzahlenset A durchaus gute Trennqualitäten aufweisen kann. Auch in diesem Punkt liegt für Anwender eines solchen Instrumentes noch ein weites Erfahrungsgebiet, das mangels theoretischer Ableitbarkeit nur auf empirischen Wege ausgefüllt werden kann.

- Die Einführung einer Rückweisungsklasse nicht zugeordneter Objekte kann sich in manchen praktischen Fällen als nützlich erweisen, um hohe Fehlerraten durch Objekte im "Grenzbereich" zu vermeiden. Da Trennlinien in Form von Rückweisungsschwellen jedoch allein durch die Intuition und Erfahrung des Anwenders festgelegt werden können, ist diese Modellerweiterung nur mit großer Vorsicht anzuwenden.

Die bisherigen empirischen Tests haben die zufriedenstellende Anwendung einer neuen nichtparametrischen Methode der Diskriminanzanalyse bei einer statistischen Bilanzanalyse gezeigt. Die Freiräume des Anwenders bestehen insbesondere

- in der Zusammensetzung des trainings-samples und
- in der Auswahl der Merkmalskombinationen unter Trenngesichtspunkten,

und sind allein durch Erfahrungen und Simulationen mit Modell und Methoden zu füllen. Aufbauend auf unseren Erfahrungen aus der empirischen Studie soll nun in Kapitel 4 eine Erweiterung des Instrumentariums vorgestellt werden, die zur Beurteilung einzelner Jahresabschlußkomponenten geeignet ist.

4 Aufbau eines auf empirischen Ergebnissen aufbauenden statistischen Bilanzanalyseverfahrens

41 Gesamtbeurteilung von Unternehmensbilanzen

411 Auswahl der Merkmale sowie Aufbau und Pflege einer Datenbank

Die empirische Untersuchung des erhobenen Bilanzdatenmaterials und die darin enthaltenen Simulationen haben verschiedene Hinweise auf die wesentlichen Komponenten einer statistischen Bilanzanalyse gegeben. So ist der Kernpunkt der vorgeschlagenen Verfahren die Datenbank des training-sample. Darin sind diejenigen Vergleichsobjekte enthalten, die für die Einordnung des Klassifikationsunternehmens ausschlaggebend sind.

Anders als bei den bekannten parametrischen Verfahren ist es hierbei nicht möglich, eine oder mehrere Trennfunktionen festzulegen, die dann möglichst über die Zeit hinweg stabil bleiben sollen. Auch ist die Angabe von sogenannten externen Merkmalsgewichten wie bei der LDA unmöglich, da in diesem Sinne keine so einfache Linearkombination gebildet wird. Intern werden die Bilanzkennzahlen der verwendeten Kombination so gewichtet, daß Optimalität im Sinne des Bayes-Klassifikators erreicht wird[1]. Für jedes einzelne Klassifikationsobjekt werden daher neue Trennfunktionen berechnet[2], wodurch - wie sich in den Vergleichen gezeigt hat - die genauere Zuordnung

---

1) Einschränkungen dieser Optimalität ergeben sich - wie bereits des öfteren erwähnt - aus dem nur endlichen Stichprobenumfang.

2) Wenn auch nur in einem Teilbereich der Stichprobe.

möglich geworden ist. Die Findung solcher Trennebenen ist dabei vom Aufbau des training-sample abhängig, da die - gemessen an einem Distanzmaß - zum Klassifikationsfall nächsten Objekte der Vergleichsstichprobe die Lage dieser Ebenen bestimmt. Je dichter im Umkreis des einzuordnenden Falles andere Muster auftreten, desto genauer kann die Zuordnung erfolgen. Denn wenn auf entfernter liegende Informationen zurückgegriffen werden muß, kann dadurch das Analyseergebnis verfälscht werden.

Da für die ständig neue Konstruktion von Trennebenen das gesamte training-sample zur Verfügung stehen muß, ist die Speicherung der ganzen Stichprobe notwendig. Außerdem sollte der Umfang dieser Daten ständig weiterwachsen, da sich in den deskriptiven Untersuchungen gezeigt hat, daß gerade das Bilanzdatenmaterial äußerst heterogen aufgebaut ist[1]. Aus diesen Gründen empfiehlt sich in der praktischen Anwendung der Einsatz rechenzeit- und/oder speicherplatzsparender Verfahren, wie sie oben bereits vorgeschlagen worden sind.

Testsituationen, bei denen ein Klassifikationsobjekt einem speziell auf den Zustand dieses Falles abgestimmten training-sample gegenübergestellt werden kann[2], sind bei der Anwendung der statistischen Bilanzanalyse nicht möglich. So wird sich der Aufbau eines fixen training-sample nach dem Auswertungsziel richten. Werden der Musterklasse der schlechten Ob-

---

1) Zur Berücksichtigung von Branchenheterogenität vgl. Kapitel 413.

2) So die Einteilung in Jahre vor SD und Tests anhand genauso gruppierter training-sample.

jekte nur solchen Bilanzen zugeführt, bei denen bereits das akute Risiko sichtbar geworden ist, so wird bei entsprechend komplementärer Ausstattung der Musterklasse guter Fälle eine Risikofrüherkennung nur in einigen Fällen möglich sein. Der Vorzug der statistischen Bilanzanalyse liegt aber unter anderem gerade darin, durch den Vergleich mit mehreren ausgesuchten Objekten bereits einige Jahre vor Akutwerden des Kreditrisikos Hinweise auf eine sich möglicherweise anbahnende schlechte Entwicklung des Kreditfalles zu erlangen. In diesem Fall sollte die Musterklasse der schlechten Fälle Jahresabschlußmaterial zurückliegender Jahre von Krisenobjekten enthalten. Nach unseren Simulationserfahrungen ist wohl eine (Zufalls-)Mischung aus mehreren Jahren vor SD angemessener als nur ein bestimmtes Jahr, da die Entwicklungen vor Kriseneintritt über eine längere Zeitperiode bei allen Objekten wohl nicht gleichförmig verlaufen.

Gerade durch solch ein "gemischtes" training-sample ist die Frage der Aktualität einer solchen Datenbank von einiger Bedeutung. Aus Gründen der Homogenität ist die Übereinstimmung des Bilanzjahres von Klassifikationsobjekten und training-Objekten wünschenswert. Leider konnte in den empirischen Untersuchungen der Effekt einer solchen Verschiebung der Bilanzjahre nicht erforscht werden, da die Musterklasse der schlechten Fälle bereits aus Jahresabschlüssen verschiedener Perioden zusammengestellt ist. Folgt man andererseits dem Vorschlag der Bildung einer Musterklasse problematischer Kredite aus zurückliegenden Jahresabschlüssen, wird Übereinstimmung im Bilanzjahr bei aktueller Analyse nicht zu erreichen sein. Der Vergleich mit den guten Mustern kann hingegen aktuell erfolgen, auch

wenn eingewendet werden könnte, daß damit etwa völlig verschiedene konjunkturelle Entwicklungsstufen miteinander verglichen werden. Um diesem Widerspruch zu begegnen, haben wir die Verwendung zeitspannen-stabiler Bilanzkennzahlen vorgeschlagen. Unsere Klassifikationsergebnisse mit solchen Kennzahlen dürften auch für Praktiker akzeptabel sein.

Durch die Aktualitätsforderungen wird eine ständige Datenbankpflege erforderlich. Schon die Betrachtung der Verfahren weist darauf hin, daß die Vergleichsobjekte keinen toten Datenkörper bilden können, sondern wie auch die wirtschaftlichen Rahmenbedingungen einem ständigen Wandel unterliegen. Dies erfordert zuerst eine Aufbau- und Erfahrungsphase bei der Entwicklung der Datenbank und dem Einsatz der Verfahren, um dann die Musterklassen anhand dieser Informationen entsprechend zu formen. Die Pflege der Datenbasis kann sich also nicht in der bloßen Abspeicherung neuer Bilanzen erschöpfen, sondern verlangt die fortlaufende analytische Überwachung. Sowohl das Erhebungs- als auch das Ausreißerproblem haben gezeigt, daß in einer solchen Datensammlung (insbesondere wenn sie nicht sehr umfangreich ist) durch einzelne Fälle die Klassifikationsgüte durchaus beeinflußt werden kann, so daß die Grundlage für solche Klassifikationen - nicht diese selbst - ständig fachmännisch betreut werden muß. Denn die rein automatische Anwendung der Verfahren aufgrund einer unkontrollierten Datenbasis kann durch diese Art der Bilanzanaylse dann schnell zu Fehlentscheidungen führen. Der Vergleich mit schlecht ausgebildeten Bilanzanalytikern in einem Kreditinstitut ist dabei nicht von der Hand zu weisen.

Weniger kritisch (aber nicht problemlos) ist hingegen die Auswahl der Untersuchungsmerkmale, da durch unsere empirischen Studien bereits einige Hinweise dazu gegeben werden konnten. Eine Gefahr kann dann bestehen, wenn diese Auswahl einseitig oder überproportional nur bestimmte Jahresabschlußdimensionen berücksichtigt (z.B. nur Kapitalrelationen oder 75 % aller Kennzahlen entstammen aus dem Bereich der Vorratshaltung) und dadurch nicht auf die Trennfähigkeit ausgerichtet wird. Da die Gesamtbeurteilung von Unternehmensbilanzen von den Größen abhängig ist, die untersucht werden (nämlich den Bilanzkennzahlen), drückt sich in der Merkmalszusammenfassung das Beurteilungspotential aus. Der Jahresabschluß als Ganzes wird transformiert in die ausgewählten Merkmale. Die univariate statistische Analyse hat erwartungsgemäß gezeigt, daß nicht alle Kennzahlen gleich gut für eine Gesamtbeurteilung der Bilanz geeignet sind. Denn einzelne Kennzahlen geben auch nur Teilbereiche des Bilanzinformationspotentials wieder. Aber auch Kennzahlenkombinationen müssen nicht das gesamte Informationspotential widerspiegeln. Da eine Bilanzanalyse stets nur zweckgerichtet erfolgen kann und im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung auf den unmittelbaren Bestimmungsfaktor der Kreditwürdigkeit hin durchgeführt wird[1)], ist die Trennfähigkeit (hier ausgedrückt im Fehlerindex) durchaus ein sinnvolles Maß für die Ausschöpfung des Bilanzinformationspotentials durch eine bestimmte Kennzahlenkombination. Werden Merkmalssets ausgesucht, die gegenüber anderen Gruppen höhere Fehlerindizes besitzen, so besteht die Gefahr, daß die Bilanzanalyse sich nur auf Teilbereiche der Jahresabschlußinformation beschränkt und somit wiederum

---

1) Vgl. Kapitel 11.

zu Fehlentscheidungen führen kann. In unserem Untersuchungsmaterial kann der Fehlerindex jedoch nicht den Wert Null annehmen, da im test-sample wohl Objekte enthalten sind, bei denen aufgrund der Jahresabschlußdaten allein ein akutes Risiko nicht erkennbar ist.

412 Vorschlag zur Entdeckung und Behandlung multivariater Ausreißer

Schon bei der deskriptiven Untersuchung ist der große Einfluß von Ausreißern auf Maßzahlen der Kennzahlenverteilung aufgefallen[1]. Die Erörterung hat sich jedoch nur auf einzelne Merkmale beziehen können. Auch bei der Berechnung von Korrelationskoeffizienten, die ja die Beziehung zwischen mehreren (nämlich zwei) Variablen ausdrücken, ist deutlich geworden, daß das Ausreißerproblem noch vielschichtiger ist, als zu vermuten war. Wir haben bereits darauf hingewiesen, daß es einer eigenen umfangreichen Untersuchung bedarf, um Ursachen, Auswirkungen und Berücksichtigung von Ausreißerwerten zu erforschen[2]. In den einzelnen Analysestufen unserer Arbeit sind verschiedene Lösungsvorschläge (z.B. robuster Mittelwert) oder vorläufige Lösungen (z.B. Korrelationsmatrix auf gemischter Stichprobe) angeboten worden. Auch ist darauf hingewiesen worden, daß Ausreißer im training-sample des Mustererkennungsprozesses bei einem unserer nichtparametrischen Klassifikatoren keinen großen Einfluß ausüben können, solange ein Klassifikationsobjekt nicht ebenfalls in extreme Bereiche fällt. Gerade die multivariate Betrachtungsweise macht diese Problematik jedoch noch komplizierter.

---

1) Vgl. Kapitel 3212.

2) Als weitere Erschwernis kommt hinzu, daß gerade im multivariaten Bereich solche Untersuchungen ohne Computerunterstützung nicht mehr durchgeführt werden können. Dies bedingt z.T. zeitaufwendige Programmierarbeiten, da für solche speziellen Fragestellungen die Standardsoftware nicht mehr ausreicht.

Bei p = 2 oder notfalls auch noch bei p = 3 könnte die Objektmenge graphisch dargestellt werden. Der Analytiker kann dann im Einzelfall Ausreißerwerte entdecken, beurteilen und Vorschläge zur Behandlung solcher Fälle treffen. Denn gerade im multivariaten Bereich sind exakte statistische Tests auf Vorliegen von Ausreißern so gut wie unbekannt oder an enge Verteilungsvoraussetzungen gebunden[1].

Da gerade die graphische Analyse komplizierte Strukturen durchschaubar macht[2], soll hier für die multivariate Ausreißerentdeckung ein Verfahren von

---

1) Vgl. etwa R. GNANADESIKAN: Methods for statistical data analysis of multivariate observations, New York 1977, pp. 258-285 und
V. BARNETT and T. LEWIS: Outliers ..., a.a.O., p. 2o8-233.

2) Vgl. für den multivariaten Bereich etwa B.S. EVERITT: Graphical ..., a.a.O.

ANDREWS Anwendung finden[1], mit dem multidimensionale Daten in den zweidimensionalen Raum transformiert[2] und somit graphisch dargestellt werden können.

Es sei $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip})'$

der p-dimensionale Beobachtungsvektor eines Objektes i. Dann kann jeder Vektor durch eine Linearkombination

$$g_i(t) = x_{i1}a_1(t) + x_{i2}a_2(t) + \ldots + x_{ip}a_p(t)$$

ausgedrückt werden, wobei die Gewichtsfunktionen

$$\{a_1(t), a_2(t), \ldots, a_p(t)\}$$

in dem Intervall $-\pi \leq t \leq \pi$ orthonormal sein sollen.

---

1) D.F. ANDREWS: Plots of high-dimensional data, in: Biometrics, 28(1972), pp. 125-136.

2) Eine solche Transformation könnte auch etwa durch eine Hauptkomponentenanalyse erfolgen. Dabei beschränkt man sich jedoch wieder nur auf einen Teil der Gesamtinformation, indem nur die ersten beiden Hauptkomponenten graphisch analysiert werden. Vgl. zu dieser Art der Ausreißeranalyse etwa R. GNANADESIKAN and J.R. KETTENRING: Robust estimates, residuals, and outlier detection with multiresponse data, in: Biometrics, 28(1972), pp. 81-124.

Dies ist der Fall etwa für

$$a_t' = \{a_1(t),\ a_2(t),\ \ldots\}$$

$$= \{\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin t,\ \cos t,\ \sin 2t,\ \cos 2t,\ \ldots\}\ .$$

Die p Merkmale werden also durch Sinus- und Cosinusfunktionen gewichtet, wobei der Funktionsparameter t den Wertebereich von $-\pi$ bis π durchläuft. Durch diese unterschiedliche Gewichtung drücken die Funktionswerte bei variierendem t verschiedenartige Intensitäten der Kennzahlen aus. Denn jedes t entspricht einer besonderen Linearkombination der Variablen. Zwei völlig gleiche Objekte werden denselben Funktionsverlauf aufweisen. Fälle, die sich im wesentlichen in nur einem Merkmal unterscheiden, werden in der Graphik eng zusammenliegen und gegenüber Objekten, die hauptsächlich auch nur in einem aber anderen Merkmal differieren, abgegrenzt sein. Je weiter dabei einzelne Merkmalswerte vom Verteilungsschwerpunkt entfernt liegen[1], desto größer werden die entsprechenden Funktionswerte. Für die Interpretation der Graphik ist auch wichtig, daß

$$\int_{-\pi}^{+\pi} [g_i(t) - g_1(t)]^2\ dt \text{ durch}$$

$$u \cdot \sum_{j=1}^{p} (x_{ij} - x_{1j})^2 \text{ approximiert werden kann,}$$

mit u = Proportionalitätsfaktor

D.h. je mehr zwei Funktionsverläufe graphisch aneinanderliegen, desto enger ist der euklidische Abstand

---

1) Zur besseren Vergleichbarkeit gehen wir von standardisierten Werten aus.

zwischen den entsprechenden Objekten (NN-Prinzip!)[1]. Eine geschickte Erweiterung dieses Verfahrens zur einfacheren Interpretation der Graphik wird von GNANADESIKAN vorgeschlagen[2]. Dabei werden die Funktionswerte nicht original gezeichnet, sondern in ein sogenanntes Quantil-Raster eingebettet ("quantil contour plot"). Dazu werden für jedes t Quantile über $g_i(t)$ für i = 1...n berechnet (etwa die 6.25 %-, 12.5 %-, 25.o %-, 5o.o %-, 75.o %-, 87.5 %- und 93.75 %-Quantile). Die Graphik basiert dann auf den Differenzen der $g_i(t)$ zum 5o %-Quantil, also zum Median. Im allgemeinen ergeben sich dabei für unterschiedliche t auch verschiedene Quantile.

Zur multivariaten Ausreißerentdeckung soll das training-sample S-3/G-77 mit dem Kennzahlen-set A herangezogen werden. Abbildung 4.1 stellt den Fall S15 in dem oben beschriebenen Quantil-Raster dar. Bezogen auf jeden t-Wert umschließen die äußeren Linien also 87.5 % aller Fälle. Ein "normaler" Fall würde sich zum größten Teil innerhalb dieser Grenzen bewegen. Objekt S15 hingegen liegt bei 98.2 % aller t-Werte[3] außerhalb der äußersten Quantile.

---

1) Weitere Eigenschaften für unkorrelierte Variable mit gleichen Varianzen werden noch von ANDREWS angegeben, vgl. D.F. ANDREWS: Plots ..., a.a.O., pp. 13o ff.

2) Vgl. R. GNANADESIKAN: Methods ..., a.a.O., pp. 21o ff.

3) Das Intervall $[-\pi, \pi]$ ist in 12o Stützbereiche aufgeteilt worden.

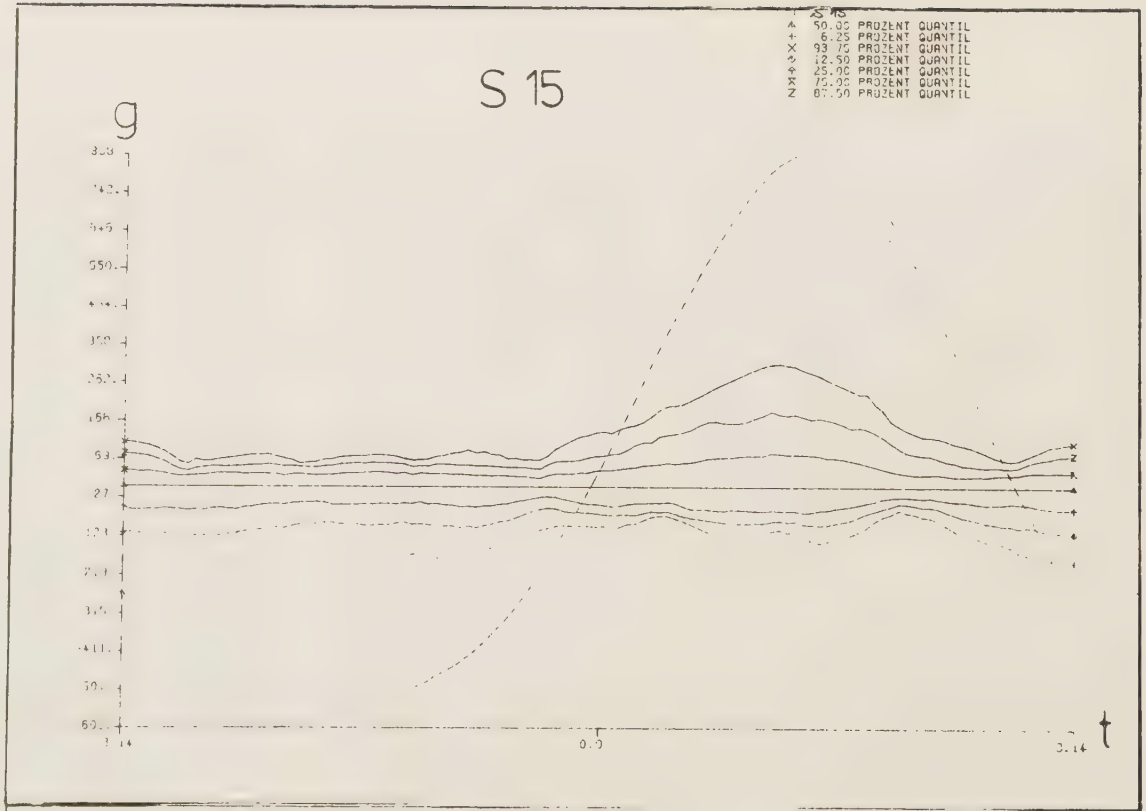


Abbildung 4.1 : "quantil contour plot" von Ausreißerobjekt S15 bei S-3/G-77 und Kennzahlen-set A

Bezeichnet man alle Fälle, in denen bei mehr als 8o % aller t-Werte die $g_i(t)$ außerhalb der hier verwendeten äußersten Quantile liegen, als Ausreißer, so werden aus der Klasse der schlechten Kredite 3.4 % und aus der Klasse der guten Kredite 1.5 % als multivariate Extremwerte identifiziert. Der Vergleich der Graphiken läßt zum Teil gemeinsame Ausreißer-Ursachen bei einigen Objekten vermuten. Doch lassen sich diese ohne eine zusätzliche umfangreiche Studie weder auf Anhieb erkennen noch irgendwie erhärten.

So erkannte multivariate Ausreißerobjekte werden bei der Klassifikation einer gesonderten Behandlung unterzogen werden müssen. Denn den Klassifikationsergebnissen an sich kann in der Regel nicht angesehen werden, ob Extremwerte vorliegen, da der Risikoindex dabei nicht stets auch extrem ausfallen muß. So ist zuerst zu überprüfen, ob etwa Datenfehler für das Ausreißerverhalten ursächlich sind. Kann dies verneint werden, so könnte auf univariater Basis nach extremen Merkmalswerten geforscht werden, um dann auf einem verkleinerten oder veränderten Merkmalsset die Klassifikation zu wiederholen. Damit jedoch der Vorteil einer manuell wenig aufwendigen Bilanzanalyse nicht verlorengeht, ist es durchaus möglich und sinnvoll, diese Schritte (ausgenommen die Datenprüfung) nach einem festen Algorithmus durchführen zu lassen, um aus der Veränderung der Klassifikationswerte und gleichzeitiger Angabe der Variablenset-Veränderungen das Ergebnis der statistischen Bilanzanalyse besser interpretieren zu können.

Im vorgeschlagenen Instrument zur Entdeckung von Ausreißern liegen Chancen und Probleme. Eine intensivere Untersuchung der einzelnen Objektgraphiken kann zur Lösung der Ausreißerproblematik sicher beitragen[1]. Problematisch ist u.a. die Wahl der orthonormalen Funktionen. Denn im Vorschlag von ANDREWS wird etwa die Variable 1 stets mit $1/\sqrt{2}$ gewichtet. Eine Veränderung der Reihenfolge der Merkmale wird daher auch gewisse Änderungen in den Funktionswerten $g_i(t)$ erzeugen. Gibt man jedoch die Bedingung der Orthonormalität auf, so ergeben sich Schwierigkeiten bei der Interpretation der Abbildungen, da die Differenzen von Funktionswerten $g_i(t)$ für jeden t-Wert nicht mehr unmittelbar vergleichbar sind. Insgesamt kann das Ausreißerproblem, auch auf multivariater Ebene, von uns nur als noch nicht gelöst bezeichnet werden. Bis zur endgültigen Klärung dieser Schwierigkeiten halten wir es jedoch für richtig und notwendig, auf solche vorläufigen Lösungen zurückzugreifen. Dies soll zudem als ein weiterer Schritt dazu verstanden werden, statistische Bilanzanalyse mit einer automatischen Kreditwürdigkeitsprüfung nicht gleichzusetzen. Nach unserer Ansicht ist dies bei solchem Datenmaterial weder aus der statistischen Methode zu begründen noch dem zugrundeliegenden ökonomischen Sachverhalt zu entnehmen.

---

1) GNANADESIKAN weist im übrigen auch auf die Möglichkeit der Interpretation von Knotenpunkten zwischen Objekten und zwischen Quantilen und Objekten hin. Außerdem ist bei Vergleichen mit multivariat normalverteilten Merkmalen eine Verteilungsüberprüfung möglich. Vgl R. GNANADESIKAN: Methods ..., a.a.O., pp. 211 ff.

413 Berücksichtigung von Branchenaspekten

In Praxis und Literatur hat sich gezeigt, daß sich durch eine branchenbezogene Betrachtungsweise eine größere Homogenität der Untersuchungseinheiten erreichen läßt[1]. Auch die sachlogische Bedeutung einiger Kennzahlen läßt auf die unterschiedliche Verwendbarkeit solcher Merkmale für die Bilanzanalyse schließen. So ist zu vermuten, daß das Sachanlagevermögen im Verhältnis zum Umlaufvermögen bei Handelsunternehmen im allgemeinen geringer als bei Produktionsunternehmen ist. Auch kann angenommen werden, daß bei vielen Dienstleistungsbetrieben der Materialaufwand im Verhältnis zur Gesamtleistung deutlich niedriger liegt als bei Unternehmen in anderen Branchen, ohne daß aus diesem Unterschied auf eine positive oder negative Unternehmensentwicklung geschlossen werden könnte. Dies bedeutet aber nichts anderes, als daß sich die Merkmalsverteilungen nicht nur zwischen guten und schlechten Fällen unterscheiden, sondern daß innerhalb dieser Klassen Unterschiede zwischen den Branchengruppen bestehen können.

Die bisherigen Bilanzdatenuntersuchungen lassen den Schluß zu, daß bei dem so geringen Stichprobenumfang eine umfangreiche und exakte empirische Branchenstudie nicht aussagefähig genug wäre. Dennoch soll

---

1) Diese Erfahrung ist Grundlage der Branchendienste überhaupt. Vgl. auch empirische Untersuchungen wie etwa von J.O. HORRIGAN: Some empirical bases of financial ratio analysis, in: The Accounting Review, 4o(1965), pp. 558-568 oder
E.B. DEAKIN: Distributions ..., a.a.O., pp. 9o-96.

anhand von Mittelwerten über einige Branchengruppen[1] aufgezeigt werden, daß eine Unternehmensgesamtbeurteilung in einem Mustererkennungsprozess die erkennbaren Branchenunterschiede berücksichtigen sollte, um so zu genaueren Aussagen zu kommen. In Tabelle 4.1 sind robuste Mittelwerte[2] für das 3. Jahr vor SD bei den schlechten und das Bilanzjahr 1977 bei den guten Fällen[3] aufgeführt. Der Gesamtmittelwert ist aus Tabelle 3.15 übernommen worden. Da nur grobe Tendenzen aufgezeigt werden sollen, wird auf die Angabe von Streuungen verzichtet.

Wie erwartet besteht in beiden Klassen über alle Branchengruppen hinweg bei allen untersuchten Bilanzkennzahlen keine Einheitlichkeit. Ein entsprechender nichtparametrischer globaler KRUSKAL-WALLIS-Test auf Gleichheit der Verteilungen bestätigt diesen Eindruck bei einem Testniveau von $\alpha = 0.05$[4]. Dies bedeutet aber nicht gleichzeitig, daß zwischen

---

1) Die Branchengruppen sind so gebildet, daß sie von der Aussagefähigkeit her noch zumindest vertretbar sind (also nicht Bau und Handel in einer Gruppe) aber gleichzeitig auch einen interpretierfähigen Mindeststichprobenumfang aufweisen.

2) Aus technischen Gründen konnten für die Branchen nicht die HAMPEL-Schätzer berechnet werden. Dafür sind winsorisierte Mittelwerte angegeben, wobei der Grad der Winsorisierung anhand des minimalen 95 %-Konfidenzintervalls bei Berücksichtigung von 0 - 5 Ausreißerwerten ausgesucht wird. Bei der Winsorisierung werden die Extremwerte durch die unmittelbar nächsten Werte ersetzt. Vgl. dazu etwa V. BARNETT and T. LEWIS: Outliers ..., a.a.O., pp. 144 ff.

3) Der Stichprobenumfang der Gruppe I ist insbesondere bei den schlechten Fällen so niedrig, daß Mittelwerte dieser Branchen mit äußerstem Vorbehalt interpretiert werden müssen.

4) Aus diesem Grund wird auf die Angabe von Einzelheiten verzichtet, zumal neue Erkenntnisse nicht zu erwarten sind. Zur Testmethode vgl. etwa H. BÜNING und G. TRENKLER: Nichtparametrische ..., a.a.O., S. 2o1-2o8.

Kennzahl-Nr.	Gruppe	Gesamt	Branche 20+21 I	Branche 23+24+25 II	Branche 26+27 III	Branche 30+31 IV	Branche 40/41 V	Branche 43 VI
5	S	0.908	0.842	0.884	0.883	0.967	0.878	0.959
	G	0.641	0.723	0.635	0.614	0.744	0.637	0.597
8	S	0.637	0.463	0.584	0.665	0.780	0.605	0.637
	G	0.446	0.432	0.434	0.417	0.617	0.512	0.424
23	S	0.607	0.502	0.678	0.619	0.513	0.633	0.546
	G	0.436	0.322	0.412	0.396	0.340	0.464	0.474
29	S	0.572	0.509	0.578	0.558	0.625	0.443	0.694
	G	0.488	0.464	0.448	0.461	0.387	0.452	0.662
30	S	0.005	0.022	0.008	0.006	0.011	0.013	0.015
	G	0.024	0.024	0.042	0.034	0.030	0.037	0.044
35	S	0.322	0.375	0.360	0.336	0.267	0.380	0.255
	G	0.437	0.457	0.507	0.492	0.513	0.479	0.274
46	S	169	119	164	169	284	99	118
	G	67	70	69	65	120	66	55
47	S	89	45	108	72	124	45	51
	G	37	29	46	50	55	31	33
49	S	53	40	49	62	55	50	43
	G	23	18	26	27	23	39	26
52	S	-16	-11.2	-2.6	-26.3	-25.4	-0.4	-3.9
	G	25	37.7	27.9	25.1	14.2	28.7	32.9
57	S	77	63	82	75	181	37	62
	G	44	50	47	44	63	38	62
58	S	180	123	228	172	385	46	94
	G	77	105	120	100	142	47	93
60	S	1.2	4.1	2.1	1.9	2.4	2.0	2.1
	G	2.9	1.7	5.8	5.2	9.7	4.2	5.3
62	S	29	31	46	46	42	30	23
	G	32	44	42	36	56	43	15
66	S	0.127	0.202	0.188	0.151	0.038	0.130	0.047
	G	0.482	0.314	0.484	0.499	0.315	0.482	0.553
69	S	0.779	0.537	1.131	1.092	0.454	2.407	0.536
	G	3.101	2.253	2.930	2.061	2.114	6.970	6.729
71	S	1.098	1.170	1.091	1.218	1.089	0.982	1.055
	G	0.726	0.641	0.746	0.754	0.900	0.706	0.646
72	S	3.182	4.371	2.889	3.162	3.941	2.673	3.122
	G	1.600	1.142	1.401	1.661	1.668	1.646	3.400
74	S	4.082	6.955	3.343	3.863	6.370	3.708	4.045
	G	1.841	1.466	1.614	1.960	2.065	2.054	10.521
75	S	1.219	1.306	1.175	1.365	1.226	1.230	1.189
	G	0.780	0.717	0.778	0.787	0.833	0.760	0.691
78	S	0.519	0.522	0.446	0.475	0.484	0.776	0.693
	G	0.617	0.564	0.472	0.480	0.436	0.856	0.744
80	S	0.319	0.373	0.395	0.351	0.381	0.135	0.178
	G	0.227	0.268	0.365	0.337	0.396	0.074	0.141
81	S	0.315	0.362	0.389	0.361	0.370	0.131	0.173
	G	0.208	0.254	0.335	0.307	0.365	0.071	0.132
91	S	0.006	0.007	0.007	0.002	0.005	0.005	0.003
	G	0.012	0.011	0.016	0.017	0.014	0.008	0.012
95	S	0.465	0.633	0.598	0.452	0.389	0.258	0.393
	G	0.650	0.679	0.932	0.915	0.859	0.358	0.618
98	S	-3.647	-5.784	-4.517	-3.047	-2.178	-5.556	-4.626
	G	-8.379	8.319	-8.209	-6.135	-2.674	-17.193	-6.422
125	S	0.004	0.000	0.009	0.018	0.007	0.009	0.005
	G	0.060	0.058	0.071	0.078	0.071	0.040	0.062
127	S	0.008	0.007	0.015	-0.023	0.005	0.021	0.008
	G	0.140	0.128	0.146	0.172	0.139	0.113	0.180
130	S	0.036	0.045	0.037	0.019	0.042	0.031	0.025
	G	0.086	0.093	0.103	0.113	0.096	0.050	0.078
132	S	0.083	0.201	0.099	0.047	0.003	0.128	0.099
	G	0.482	0.455	0.723	0.860	0.380	0.386	0.725
133	S	0.060	0.102	0.071	0.029	0.041	0.099	0.057
	G	0.340	0.339	0.436	0.497	0.365	0.334	0.541
138	S	0.006	0.053	0.023	-0.047	0.004	0.026	0.009
	G	0.329	0.327	0.536	0.597	0.262	0.285	0.597
139	S	0.054	0.076	0.058	0.027	0.039	0.077	0.048
	G	0.198	0.187	0.208	0.202	0.256	0.204	0.146
Stichprobenumfang	S	119	4	40	18	21	12	15
	G	327	14	44	38	33	57	97

Tabelle 4.1 : Robuste Mittelwerte, nach Branchengruppen getrennt, bei S-3 und G-77

einzelnen Branchen oder Branchengruppen keine Gleichheit der Verteilungen bestehen kann, da nur global über alle sechs Gruppen getestet worden ist.

Vergleicht man nun die einzelnen Branchengruppen auf hervorstechende Mittelwertsunterschiede, so fallen drei große Kennzahlengruppen ins Auge, bei denen Differenzen besonders deutlich werden:

- Strukturkennzahlen
- Umschlagskennzahlen
- Rentabilitäts- und Entschuldungskennzahlen

Bei den Kapitalstrukturkennzahlen tritt besonders die Baubranche hervor. So liegt dort der Kennzahlenwert wesentlich höher bei K5, K8 und entsprechend niedriger bei K66. Dies zeigt - sowohl bei schlechten als auch bei guten Fällen - eine im allgemeinen höhere Fremdfinanzierung im Bauwesen. Aus branchenspezifischen Gründen liegt im Handel der Personalaufwand im Mittel niedriger als in den anderen Branchengruppen, wie es durch K78, K8o und K81 deutlich wird. K69 zeigt außerdem an, daß die Maschinen- und Geschäftsausstattung dort bei weitem nicht so umfangreich ist. Bei den Umschlagskennzahlen ist das Verhalten nicht so einheitlich. Der Kreditorenumschlag (K46 und K47) liegt im Bau deutlich niedriger, im Handel jedoch um einiges höher als bei den übrigen Gruppen. Bemerkenswert ist sicherlich auch, daß der Lagerumschlag (K57 und K58) im Groß- und Einzelhandel bei den schlechten Fällen im Mittel gleiche Werte aufweist wie bei den guten Objekten, während in allen anderen Branchengruppen schlechte Objekte wesentlich längere Lagerzeiten zu verzeichnen haben. Die bisherigen Branchenunterschiede haben sich im allgemeinen auf Bau und Handel erstreckt. Gerade aber die Gruppe Papier und Textil zeigt erst bei den Rentabilitäts-

und Entschuldungskennzahlen ein deutlich abweichendes Verhalten. So liegen die schlechten Fälle bei der Umsatzrentabilität (K125) im Mittel höher, bei der Gesamtkapitalrentabilität (K127) jedoch niedriger als bei den übrigen Branchen. Andererseits weisen Textil und Papier sowei Einzelhandel bei der Gesamtkapitalrentabilität (K127) der guten Objekte deutlich bessere Mittelwerte auf. Ähnliches Verhalten ist bei K132 und K138 (kurzfristige Schuldentilgungsfähigkeit) zu beobachten. Dabei zeigt sich auch, daß sich die Kennzahlen im Groß- und im Einzelhandel durchaus unterschiedlich entwickeln können.

Die Diskussion solcher Lageunterschiede von Kennzahlenverteilungen kann aufgrund des Datenmaterials und der vorgenommenen Aufgabenstellung in dieser Studie nicht weiter vertieft werden. Dennoch wird an den Beispielen und dem direkten Zahlenvergleich (auch mit den Mittelwerten über die Gesamtstichprobe) deutlich, daß beim Einsatz der vorgeschlagenen statistischen Bilanzanalyse bei branchenweiser Betrachtung durchaus weitere Klassifikationsfehler vermieden werden können[1]. Dies kann noch durch eine entsprechende Merkmalsauswahl unterstützt werden, bei der unter Berücksichtigung der Gesamttrennfähigkeit branchenspezifische Bilanzkennzahlen in ein Klassifikations-set aufgenommen werden.

---

1) Wegen des für die NN-Verfahren zu geringen Stichprobenumfanges sogar in den Gruppen von Branchen können hier entsprechende Tests leider nicht verwirklicht werden.

42 Extraktion von Bilanzkomponenten auf empirischer Basis mit Hilfe der Faktorenanalyse

421 Analyseziel

Bei Voruntersuchungen mit verschiedenen Variablensets bei der Diskriminanzanalyse hat sich gezeigt, daß durchaus völlig verschiedene Klassifikationsergebnisse in bezug auf eine Unternehmensgesamtbeurteilung erzielt werden. Der Vergleich dieser Kennzahlenkombinationen hat ergeben, daß gewisse sachlich ähnlich messende Merkmale (wie etwa Kennzahlen zur Vorratshaltung oder Kreditorenabhängigkeit) durch ihre Zahl im Übergewicht waren[1]. Aus diesen Erfahrungen wird die Hypothese abgeleitet, daß es Gruppen von Bilanzkennzahlen gibt, die untereinander wenig Beziehung haben, deren einzelne Kennzahlen jedoch zum Teil hoch korreliert sein können. In der Literatur sind verschiedene Versuche bekannt, aus sachlichen oder formalen Gründen solche Bilanzkomponenten zu bilden. So nennt etwa GRÄFER folgende Größen[2]:

- Liquidität
- Solidität der Finanzierung
- Ertragsaussichten
- Vermögensaufbau
- Wachstum
- Zukunftssicherung

---

1) Vgl. die Diskussion zur Problematik der Korrelationen bei der Trennanalyse in Kapitel 323.

2) Vgl. H. GRÄFER: Einführung in die Bilanzanalyse. Die Beurteilung von Unternehmen anhand veröffentlichter Jahresabschlüsse, Herne 1978, S. 153.

COENENBERG formuliert andere Analysekriterien[1]:

finanzwirtschaftliche Komponenten	erfolgswirtschaftliche Komponenten
Investitionsanalyse	Ergebnisanalyse
Finanzierungsanalyse	Rentabilitätsanalyse
Liquiditätsanalyse	Wertschöpfungsanalyse
	Break-even-Analyse

Die Ausfüllung solcher Jahresabschlußkomponenten durch entsprechende Bilanzkennzahlen bereitet grosse Schwierigkeiten. Zum einen können manche Kennzahlen sicherlich einen Beitrag zu mehreren Analysegrößen leisten, zum anderen wird eine rein sachlogisch begründete Gewichtung der Merkmale kaum möglich sein. Wenn aber eine solche Zuordnung so problematisch ist, dann erhebt sich die Frage, ob durch die jeweils ausgesuchte Kennzahlenkombination gerade auch diese Komponente wirklich ausgedrückt wird. Ziel unserer Untersuchung soll daher die empirische Suche nach Bilanzkomponenten sein, die sich nicht (nur) formal sondern auch sachlogisch interpretieren lassen. Wenn solche Gruppen von Bilanzkennzahlen gefunden worden sind, soll die bislang vorgeschlagene Unternehmensgesamtbeurteilung erweitert werden, indem die Objekte an Kennzahlen-sets klassifiziert werden, denen im Rahmen der Bilanzanalyse eine sachlogische Bedeutung zukommt.

Dieses Vorgehen kann mit einer erweiterten univariaten Betrachtungsweise verglichen werden. So wird bei der Mustererkennung anhand einzelner Kennzahlen die

1) Vgl. A.G. COENENBERG: Jahresabschluß und Jahresabschlußanalyse, München 1974.

Bilanz nur in einem eng umgrenzten Teilbereich analysiert. Bei der Relation FK/GK werden z.B. alle Rentabilitätsgrößen unberücksichtigt bleiben. Daher beinhaltet die Zuweisung des Klassifikationsobjektes anhand dieses einen Merkmals zwei Interpretationsmöglichkeiten: Will man eine Gesamtunternehmensbeurteilung durchführen, so zeigen die Fehlklassifikationsraten, daß dieses nicht in allen Fällen richtig gelingt. Will man jedoch nur eine Beurteilung der Fremdkapitalquote erreichen, so weist die Klassenzuordnung darauf hin, ob der Kennzahlenwert eher als schlecht oder eher als gut zu beurteilen ist. Der Risikoindex (= A-Posteriori-Wert in unserem Modell) gibt dabei ein Maß für die Stärke der Beurteilung an.

Die gleiche Interpretation kann nun bei Bilanzkennzahlengruppen vorgenommen werden, wenn diesen insgesamt eine sachlogische Bedeutung zugewiesen werden kann. Bevor solche Klassifikationen jedoch durchgeführt werden sollen, steht die empirische Extraktion von Bilanzkomponenten aus einer Menge von Kennzahlen an. Von der Aufgabenstellung und dem verfügbaren Datenmaterial her eignet sich insbesondere die multivariate Methode der Faktorenanalyse [1].

---

1) Diese läßt zu, daß Kennzahlen verschiedenen Gruppen angehören können, was sachlich angemessener erscheint als eine disjunkte Gruppenbildung. So haben etwa auch PINCHES et.al. solche Komponenten extrahiert und deren zeitliche Stabilität erforscht. Vgl. G.E. PINCHES et. al.: The stability of financial patterns in industrial organizations, in: Journal of Finance, 28(1973), pp. 388-396.

Nach intensivem Studium der Probleme der Faktorenanalyse[1] und deren Lösungsvorschlägen erscheint es uns sinnvoll, die einzelnen Untersuchungschritte getrennt darzustellen, um weiteren Forschungen auf diesem Gebiet Hinweise für mögliche andere Lösungswege zu geben. Denn unsere Erfahrungen mit Standardverfahren bei der Faktorenanalyse sind im allgemeinen negativ verlaufen[2]. Da gerade diese Methode stark deskriptiven Charakter aufweist, können wohl nur umfangreiche Experimente zu allgemein akzeptierten, empirisch fundierten Bilanzkomponenten führen.

---

1) Diese Probleme führen manchmal auch zur Ablehnung der Faktorenanalyse als Untersuchungsmethode. Vgl. etwa W.F. KEMPF: Zur Bewertung der Faktorenanalyse als psychologische Methode, in: Psychologische Beiträge, 15(1972), pp. 61o-625 oder K.TH. KALVERAM: Über Faktorenanalyse. Kritik eines theoretischen Konzepts und seine mathematische Neuformulierung, in: Archiv für Psychologie, 122(197o), S. 92-118.

2) Vgl. etwa das Verfahren von H.F. KAISER: A second generation Little Jiffy, in: Psychometrika, 35(197o), pp. 4o1-415 oder den Vorschlag in CHR. SCHUCHARD-FICHER et.al.: Multivariate ..., a.a.O., S. 258. Vgl. auch die Warnungen von P. ORLIK: Das Dilemma der Faktorenanalyse, in: Psychologische Beiträge, 1o(1967), S. 87-98 oder von J.KRIZ: Statistik in den Sozialwissenschaften, Reinbek bei Hamburg 1973, S. 261.

422 Modelle und Verfahren der Faktorenanalyse

Ausgangspunkt jeder Faktorenanalyse[1] ist die Korrelationsmatrix der p Merkmale. Diese gilt es so zu zerlegen, daß neue (zunächst) unabhängige Merkmale (die Faktoren) entstehen, die von der Zahl her möglichst kleiner als p sind aber in ihrer Gesamtheit möglichst viel der in der Korrelationsmatrix enthaltenen Information repräsentieren. Es ist einsichtig, daß bei einer so allgemeinen Zielsetzung sowohl verschiedene Faktorenanalyse-Modelle als auch entsprechend viele Lösungsverfahren existieren können. Tabelle 4.2 gibt einen Überblick über die wichtigsten Konzepte der Faktorenanalyse.

Dabei lassen sich die einzelnen Modelle und Verfahren wie folgt kurz beschreiben:

(1) Hauptkomponentenanalyse

Mit Hilfe der Hauptkomponentenanalyse (Hauptachsenanalyse) wird ein neues p-dimensionales orthogonales Koordinatensystem gefunden, so daß sich ein Maximum der Gesamtvarianz in der Richtung der ersten Hauptkomponente, ein Maximum der Restvarianz in Richtung der zweiten Hauptkomponente usw. befindet. Das Verfahren führt zu einer eindeutigen Lösung. Es ist i.d.R. aber nicht interpretierbar, da es die Hypothese beinhaltet, daß die gesamte Variation völlig durch die beobachteten Variablen bestimmt wird.

---

1) Umfangreiche Einführungen in die Methode geben etwa die Monographien von
K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, 2. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1971,
H.H. HARMAN: Modern factor analysis, 3rd ed., Chicago 1976,
D. REVENSTORF: Lehrbuch der Faktorenanalyse, Stuttgart 1976.

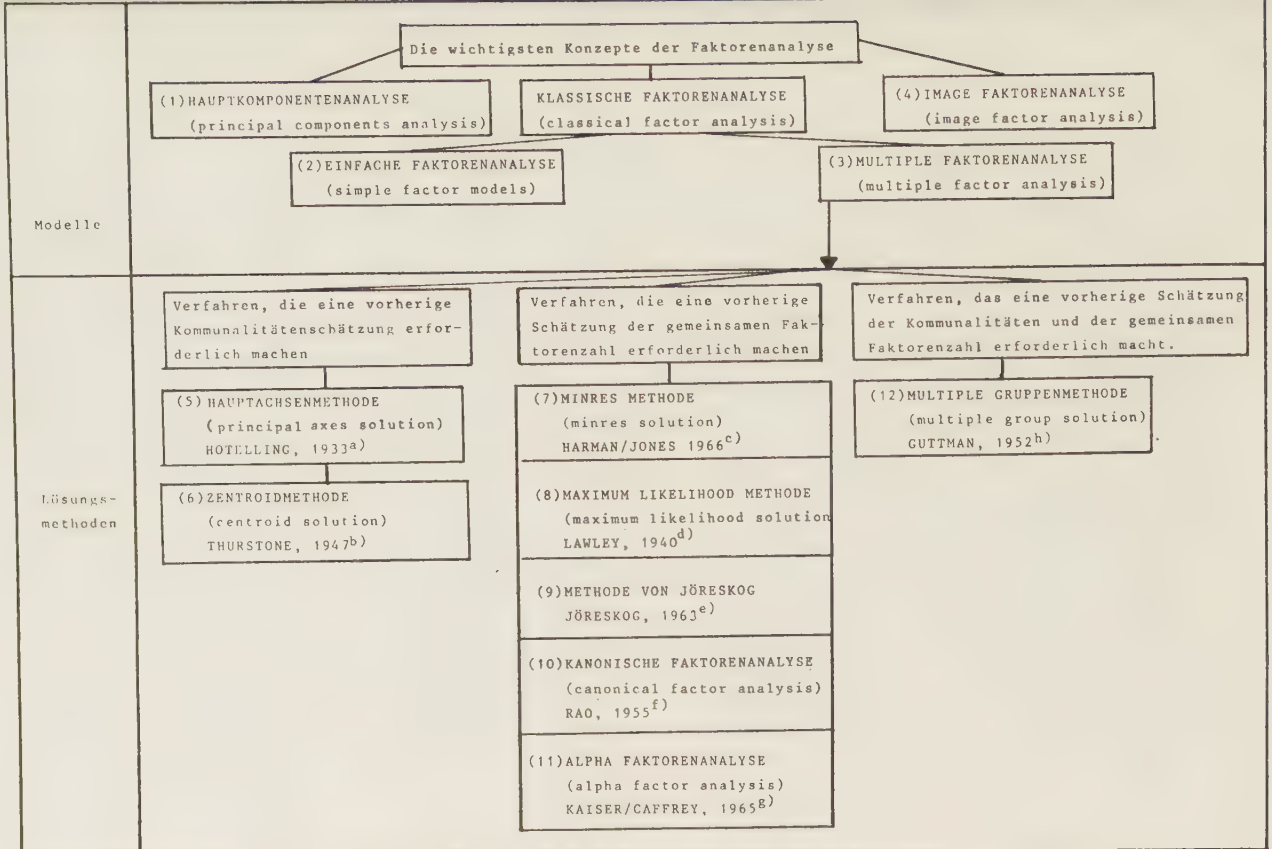


Tabelle 4.2: Die wichtigsten Konzepte der Faktorenanalyse

Anmerkungen zur Tabelle 4.2

a) H. HOTELLING: Analysis of a complex of statistical variables into principal components, in: Journal of Educational Psychology, 24(1933), pp. 417-441, 498-52o.

b) Vgl. L.L. THURSTONE: Multiple factor analysis. A development and expansion of "The vectors of mind", 7th ed., Chicago 1965.

c) H.H. HARMAN and W.H. JONES: Factor analysis by minimizing residuals (minres), in: Psychometrika, 31(1966), pp. 351-368.

d) D.N. LAWLEY: The estimation of factor loadings by method of maximum likelihood, in: Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 6o(194o), pp. 64-82.

e) K.G. JÖRESKOG: Statistical estimation in factor analysis, Göteborg-Uppsala 1963.

f) C.R. RAO: Estimation and tests of significance in factor analysis, in: Psychometrika, 2o(1955), pp. 93-111.

g) H.F. KAISER and J. CAFFREY: Alpha factor analysis, in: Psychometrika, 3o(1965), pp. 1-14.

h) L. GUTTMAN: Multiple group methods for common-factor analysis: their basis, computations, and interpretations, in: Psychometrika, 17(1952), pp. 2o9-223.

(2) Einfache Faktorenanalyse

Dieses Modell ist historisch zu sehen und heute weniger gebräuchlich. Es geht von bestimmten Zusammensetzungen der Variablen aus und beinhaltet in der Regel nur Sonderfälle der multiplen Faktorenanalyse, ohne jedoch diesen Modellansatz zu übernehmen.

(3) Multiple Faktorenanalyse

In diesem Modell existieren r gemeinsame Faktoren, die sich "überlappen" können, und p spezifische Faktoren. Auch ein allgemeiner Faktor (d.h. alle Variablen sind in einem Faktor hoch geladen) kann auftreten. Zur Interpretation der Faktoren ist eine Rotation zur Einfachstruktur erforderlich.

(4) Image Faktorenanalyse

Ausgangspunkt ist die multiple Korrelation. Dabei wird jede Variable in zwei Teile aufgespalten. Der erste Teil, das Image, wird aus den restlichen p-1 Variablen durch multiple Regressionsrechnung geschätzt. Das Komplement, das Anti-Image, ist der Teil, der völlig unabhängig von den anderen beobachteten Variablen ist.

(5) Hauptachsenmethode

Sie ist eine Technik zur Lösung des Faktorenproblems mit Hilfe der Hauptkomponentenmethode von HOTELLING. Die extrahierten Faktoren binden in fallender Reihenfolge ein Maximum an Varianz.

(6) Zentroidmethode

Diese Methode stellt eine Näherung an die Hauptachsenmethode dar und wurde von THURSTONE entwickelt.

(7) Minres-Methode

Sie entspricht einer iterativen Hauptachsenmethode. Eine Minres-Lösung resultiert aus der Anwendung der Hauptachsenmethode mit entsprechenden Diagonalelementen. Die Anwendung der Hauptachsenmethode mit Minres-Kommunalitäten ergibt die Minres-Lösung dieser Kommunalitäten. Die Minimierung der Residualfaktoren erfolgt nach dem Kleinst-Quadrate-Prinzip.

(8) Maximum-Likelihood-Methode

Sie entspricht einer iterativen Hauptachsenmethode, bei der alle Variablen auf die gleiche Einzelvarianz standardisiert sind. Es werden keine standardisierten Daten vorausgesetzt. Das theoretische Konvergenzverhalten konnte noch nicht nachgewiesen werden.

(9) Methode von JÖRESKOG

Strenggenommen gehört es zum Bereich der Maximum-Likelihood-Methode. Es existiert jedoch ein nichtiteratives Verfahren zur Bestimmung der Faktorenladungen. Über die Varianz-Kovarianz-Matrix der Residualfaktoren wird eine besondere Annahme gemacht.

(10) Kanonische Faktorenanalyse

Aus den Variablen werden die Faktoren so extrahiert, daß sich in fallender Reihenfolge ein Maximum an kanonischer Korrelation zwischen Faktor und Variablen ergibt. Die Faktoren repräsentieren daher hypothetische Größen, die maximal mit den beobachteten Variablen korrelieren.

(11) Alpha-Faktorenanalyse
Es werden solche Faktoren extrahiert, die eine maximale Korrelation mit den entsprechenden Faktoren der Grundgesamtheit von Variablen aufweisen (psychometrischer Denkansatz).

(12) Multiple Gruppenmethode
Mehrere Faktoren werden gleichzeitig extrahiert, die zueinander nicht orthogonal sein müssen. Voraussetzung aber ist die a priori Bestimmung von Variablengruppen, deren Elemente jeweils eng miteinander korrelieren. Für die Interpretation kann von einer Rotation abgesehen werden.

Für unser Untersuchungsziel wählen wir das klassische Modell der multiplen Faktorenanalyse mit einer Lösung nach dem Hauptachsenverfahren. Auch das Image-Modell halten wir für durchaus denkbar, doch fehlen für den ersten Versuch noch die nötigen Erfahrungen aus der Literatur. Ähnliches gilt für die Verfahren (7) bis (11). Hinzu kommt, daß ohne Annahme von multivariater Normalverteilung die vorherige notwendige Schätzung der gemeinsamen Faktorenzahl nur hilfweise möglich ist.

Formal läßt sich das Modell der multiplen Faktorenanalyse wie folgt beschreiben:

$$(1) \quad z = \Lambda \cdot f + u$$

mit $z := (z_1, z_2, \ldots, z_p)'$ als Zufallsvariablenvektor der standardisierten Ausgangsvariablen

$\Lambda := (pxr)$-Matrix der Ladungen der r gemeinsamen Faktoren (loadings)

$f := (f_1, f_2, \ldots, f_r)'$ als Vektor der r gemeinsamen Faktoren (common factors)

$u := (u_1, u_2, \ldots, u_p)'$ als Vektor der Residualfaktoren (unique factors)

Dabei werden folgende Annahmen getroffen:

(2) $E(f) = o$
(3) $E(u) = o$
(4) f und u sind unabhängig
(5) Φ ist regulär
(6) Ψ ist eine Diagonalmatrix und regulär
(7) Λ hat den Rang r
(8) $r < p$
(9) Jede Zufallsvariable z_i ist mindestens mit einer anderen Zufallsvariablen z_j korreliert (mit $i,j = 1,2,\ldots,p$ und $i \neq j$)
(1o) f und u sind Zufallsvariable, für die gelten:
$E(ff') = \Phi$
$E(uu') = \Psi$

mit $\Phi := (rxr)$-Varianz-Kovarianzmatrix von f
und $\Psi := (pxp)$-Varianz-Kovarianzmatrix von u

Weniger formal ausgedrückt bedeutet die Faktorenanalyse die Bestimmung der (standardisierten) Ba-

lanzkennzahlen durch hypothetische gemeinsame[1] und spezifische Faktoren. Dabei entprechen die gemeinsamen Faktoren den gesuchten Bilanzkomponenten und bestehen aus einer Linearkombination der Merkmale, in der die Ladungen die Gewichte angeben. Die spezifischen oder Residualfaktoren sind Größen, die sich nur auf jeweils eine Kennzahl beziehen lassen und somit nicht zur gemeinsamen Erklärungskraft der Variablen beitragen. Entsprechend diesem Modell läßt sich die Gesamtvarianz der Korrelationsmatrix (d.h. die Spur dieser Matrix) zerlegen in[2]

- den Teil, der durch die gemeinsamen Faktoren erklärt wird (Kommunalität) und
- den Teil, der durch die Residualfaktoren erklärt wird (spezifische Varianz und Fehlervarianz).

Φ, Ψ und Λ sind die Strukturparameter dieses Modells[3]. Für das Faktorenanalysemodell ergeben sich daraus folgende statistischen Probleme:

- Existenz und Identifikation der wahren Struktur
- Schätzung der Parameter
- Schätzung der Faktorenwerte der Objekte
- Überprüfung der Hypothese, daß das Modell den beobachteten Daten entspricht
- Bestimmung der Zahl der gemeinsamen Faktoren

---

1) "Man spricht von gemeinsamen Faktoren (common factors), wenn mindestens zwei Ladungen eines Faktors sich beträchtlich von Null unterscheiden", K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 55.

2) Vgl. etwa K. PAWLIK: Dimensionen des Verhaltens, Bern-Stuttgart 1968, S. 114.

3) Zu den Begriffen Struktur, Modell und Identifizierbarkeit vgl. etwa H. SCHNEEWEISS: Ökonometrie, a.a.O., S. 26o ff.

JÖRESKOG weist darauf hin, daß das Problem der Existenz und Identifizierbarkeit der Struktur bis heute noch nicht gelöst ist[1]. Da aber die weiteren Punkte vom ersten abhängen, wird zur Modellerweiterung die Annahme getroffen, daß r der minimale Rang von $\Sigma - \Psi$ sei. Dabei ist Σ die Varianz-Kovarianz-Matrix der Ausgangsvariablen[2].

Da gilt

$$\begin{aligned}\Sigma &= E((\Lambda f + u)(\Lambda f + u)') \\ &= E(\Lambda ff'\Lambda' + \Lambda fu' + uf'\Lambda' + uu') \\ &= \Lambda E(ff')\Lambda' + E(uu') \\ &= \Lambda\Phi\Lambda' + \Psi \quad ,\end{aligned}$$

ist r gleich dem minimalen Rang von $\Lambda\Phi\Lambda'$.
Da Λ und Φ und somit auch r unbekannt sind, müssen für die Lösung Hilfsmethoden angewandt werden. Dabei haben sich mehr oder weniger theoretisch fundierte Methoden entwickelt, die sich in der praktischen Untersuchung bewährt haben, die aber von den Kritikern gern als "Beweis" für die "Unwissenschaftlichkeit" der Faktorenanalyse herangezogen werden[3]. Unter der Bedingung, daß die Summe der Quadrate der Faktorenladungen des ersten Faktors ein Maximum der Gesamtvarianz erklären soll, die des zweiten Faktors ein Maximum der Restvarianz etc., kann gezeigt werden, daß die Matrix der Eigenvektoren der reduzierten

---

1) Vgl. K.G. JÖRESKOG: Statistical ..., a.a.O., p. 18-19.

2) Bei standardisierten Daten entspricht sie der Korrelationsmatrix.

3) Vgl. K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 157 f. und S. 164. Man vergleiche aber das Identifikationsproblem der Regressionsanalyse und dessen Lösungsvorschläge.

Korrelationsmatrix $\Sigma - \Psi$ eine Lösung für Λ darstellt[1]. Diese ermittelte Ladungsmatrix ist jedoch nur eine von unendlich vielen Möglichkeiten, die Gleichung

$$\Sigma - \Psi = \Lambda \Phi \Lambda'$$

zu lösen, da das Gleichungssystem wegen $r < p$ unterbestimmt ist. Selbst im einfachsten Fall, wenn $\Phi = I$ ist, die Faktoren also rechtwinkelig aufeinanderstehen, läßt sich stets eine Transformationsmatrix T mit $T'T = TT' = I$ finden, für die die Gleichung erfüllt ist. Dies führt zum Problem der Rotation.

Aus all diesen Überlegungen ergibt sich in unserem Fall der Ablauf der Faktorenanalyse aus Abbildung 4.2 .

---

1) Vgl. K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 98 ff.

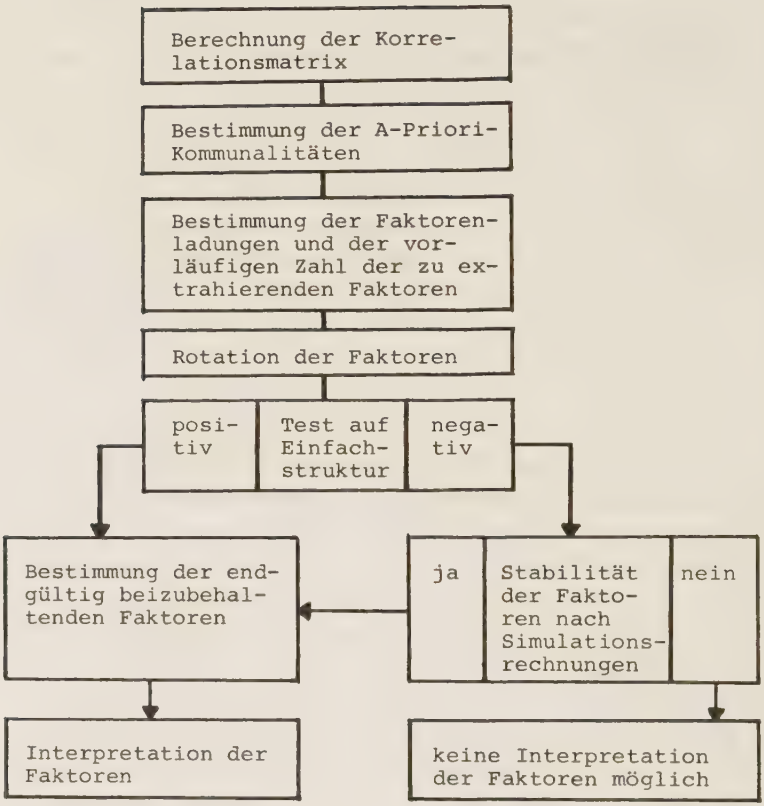


Abbildung 4.2: Ablauf der Faktorenanalyse

423 Schätzung der Kommunalitäten

Wie oben erläutert ist die Diagonalmatrix Ψ unbekannt. Nach der Varianzaufteilung enthält sie die (unbekannten) Kommunalitäten, die zur Lösung des Gleichungssystems a priori bestimmt werden müssen, so daß die reduzierte Korrelationsmatrix $\Sigma - \Psi$ gebildet werden kann. Theoretisch lassen sich diese Werte bis heute nicht exakt bestimmen, so daß im allgemeinen nur praktisch erfolgreiche Schätzverfahren zur Verfügung stehen. Die in der Praxis bedeutsamsten Methoden enthält Tabelle 4.3 .

Für unsere Untersuchung wählen wir das SMC-Verfahren, da es sich sowohl in verschiedenen Literaturstudien als auch bei eigenen Faktorenanalysen auf anderen Gebieten gut bewährt hat[1]. Der multiple Korrelationskoeffizient der Kennzahl i mit allen übrigen Bilanzkennzahlen (SMC) hat zudem den Vorteil einer sinnvollen Interpretationsmöglichkeit. Vergleicht man die entsprechenden SMC-Werte in Tabelle 4.4 so ergibt sich zum einen eine bemerkenswerte Stabilität unter den einzelnen Stichproben. Dies deutet schon jetzt auf gleichfalls stabile Faktoren hin, sei es daß das 1., 3, oder das 5. Jahr vor SD mit zur Schätzung der Korrelationsmatrix herangezogen wird[2]. Hervorzuheben ist aber auch, daß einzelne

---

1) So auch K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 159 und S. 164.

2) Da missing-values in den eingesetzten Programmen nicht verarbeitet werden können, werden Fälle mit solchen fehlenden Werten entfernt. Die Beeinträchtigung der Korrelationsschätzwerte erscheint uns dadurch vernachlässigbar. Maximal werden 4 Objekte ausgesondert.

1. QUADRAT DES MULTIPLEN KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN (SMC)

$$R^2_{i.1,2,\ldots)i(\ldots,p} \leq h_i^2 \leq a_i^2 = 1 - \frac{1}{r_{ii}^{(-1)}}$$

(mit $r_{ii}^{(-1)}$ als i-tes Diagonalelement der Inversen der Korrelationsmatrix)

Bewertung: Gilt als "beste" Kommunalitätenschätzung.

2. HÖCHSTER KORRELATIONSKOEFFIZIENT

$$h_i^2 = \left| \max_l r_{il} \right|$$ (mit l = 1,...,p innerhalb einer Spalte)

Bewertung: Verwendbar bei über 1o bis 2o Variablen.

3. ITERATIONSVERFAHREN

1. Schritt: Schätzung der Kommunalitäten nach einem anderen Verfahren.

2. Schritt: Durchführung einer Hauptachsenanalyse.

3. Schritt: Als neue Kommunalitäten werden die Elemente der reproduzierten Korrelationsmatrix verwendet.

4. Schritt: Durchführung dieses Zyklusses bis konstante Kommunalitäten erreicht sind.

Bewertung: Die theoretische Begründung fehlt. Eine Konvergenz konnte bisher theoretisch nicht nachgewiesen werden. Auch in der Praxis stellt sich Konvergenz oft nicht ein. Aus theoretischen Gründen nicht zu empfehlen.

4. DURCHSCHNITTLICHER KORRELATIONSKOEFFIZIENT

$$h_i^2 = \frac{1}{p-1} \sum_{l=1}^{p} r_{il} \qquad \text{mit } i \neq l$$

Bewertung: Im allgemeinen werden für die Kommunalitäten zu kleine Schätzungen erreicht.

5. TRIADE

$$h_i^2 = r_{ij} \cdot r_{ij} / r_{lj}$$ (mit r_{ij} und r_{lj} als die beiden höchsten Korrelationen einer Spalte)

Bewertung: Im Vergleich zu Verfahren 2 Ausgleich insbesondere einzelner hoher Korrelationen.

6. ERSTER ZENTROIDFAKTOR

1. Schritt: Einsetzen der höchsten Korrelationen von R in die Hauptdiagonale (siehe Verfahren 2).

2. Schritt: $$h_i^2 = \left(\sum_{j=1}^{p} r_{ji} \right)^2 / \sum_{i,j=1}^{p} r_{ij}$$

Bewertung: Für die Kommunalitäten werden systematisch zu niedrige Schätzungen erreicht.

Symbole: h_i^2 : = geschätzte Kommunalität der Variablen i

a_i^2 : = Kommunalität + Varianzanteil der spezifischen Faktoren.

r_{ij} : = geschätzter Korrelationskoeffizient zwischen den Variablen i und j

Tabelle 4.3 : Die bedeutsamsten Methoden der Kommunalitätenschätzung in der praktischen Anwendung

Variable nur zu einem geringen Teil durch die übrigen Merkmale erklärt werden können (z.B. K23, K69, K74 und K98). Gründe dafür sind zum einen in einer hohen Variabilität dieser Größen zu suchen, zum anderen aber auch darin, daß zu anderen Bilanzkennzahlen nur schwache Beziehungen bestehen.

Bilanzkennzahl Nr.	S-1/G-77	S-3/G-77	S-5/G-77
5	o.75	o.74	o.72
8	o.79	o.81	o.81
23	o.31	o.3o	o.27
29	o.98	o.98	o.98
3o	o.62	o.61	o.6o
35	o.97	o.98	o.98
46	o.99	o.99	o.99
47	o.54	o.54	o.56
49	o.68	o.6o	o.62
52	o.99	o.99	o.99
57	o.99	o.99	o.99
58	o.87	o.86	o.89
6o	o.93	o.92	o.92
62	o.97	o.97	o.97
66	o.61	o.61	o.59
69	o.34	o.35	o.35
71	o.97	o.95	o.96
72	o.66	o.55	o.56
74	o.44	o.36	o.38
75	o.97	o.95	o.96
78	o.92	o.92	o.92
8o	o.99	o.99	o.99
81	o.99	o.99	o.99
91	o.55	o.55	o.54
95	o.85	o.85	o.85
98	o.o6	o.o5	o.o7
125	o.97	o.97	o.95
127	o.99	o.99	o.99
13o	o.97	o.97	o.92
132	o.99	o.99	o.99
133	o.72	o.76	o.72
138	o.99	o.99	o.99
139	o.99	o.99	o.99

Tabelle 4.4 : Kommunalitätenschätzung nach der SMC-Methode auf der Basis der gemischten Stichproben

1. BEURTEILUNG DER RESIDUALMATRIX R_{res}:

a) Approximativer Test von LAWLEY[a]:

H_o: r Faktoren lösen die Korrelationsmatrix hinreichend genau in der bekannten Weise auf.

$$V = n - \frac{1}{6}(2p+5) - \frac{2}{3} r \cdot \sum_{k<1} \frac{(r_{res,ik})^2}{(1-h_i)^2 \cdot (1-h_j)^2}$$

(mit $r_{res,ik}$ als Residualkorrelationen nach der Extraktion von r Faktoren)

Test über Chi-Quadrat-Verteilung mit $1/2((p-r)^2-p-r)$ Freiheitsgraden.

b) Test der Verteilung der Residualmatrix R_{res}[b]:

H_o: R_{res} ist normalverteilt mit $\mu_{res} = 0$ und $\sigma_{res} = 1/\sqrt{n-2}$

Diese Verteilung entspricht der Verteilung von Zufallskorrelationen der gleichen Stichprobengröße.

Wenn $\mu_{res} \neq 0$ und $\sigma_{res} > 1/\sqrt{n-2}$ ist, muß noch ein weiterer Faktor extrahiert werden.

Obwohl beide Tests strenggenommen für das multivariat normalverteilte Modell gelten, befürwortet HARMAN die Anwendung von Test a) und ÜBERLA die Anwendung von Test a) und b) auch bei der Hauptachsenmethode.

2. TESTS, DIE VON EINER HAUPTKOMPONENTENANALYSE AUSGEHEN

a) Test von HORN[c]:

Vergleich der gemittelten Eigenwerte von r normalverteilten Zufallskorrelationsmatrizen (Umfang = n) und der Eigenwerte von R. Abbruch der Extraktion beim Schnittpunkt der Eigenwertkurven.

b) Scree-Test von CATTELL[d]:

Graphische Darstellung der Eigenwerte. Versuch, die (kleinsten) Eigenwerte durch eine Gerade zu verbinden (entspräche dem Eigenwertverlauf von Zufallskorrelationen). Der Eigenwertpunkt, der links am Ende der Geraden liegt, gibt die Anzahl der zu extrahierenden Faktoren an.

c) GUTTMAN-Regel[e]:

s_1 ist die Anzahl der Eigenwerte größer als 1. Dann gilt $r \geq s_1$.

3. KAISER-KRITERIUM[f]:

Es werden alle Faktoren extrahiert, deren Eigenwert größer als Eins ist. Dieses Kriterium ist nur für die Alpha-Faktorenanalyse ein exaktes Extraktionskriterium.

4. KRITERIUM VON LUDWIG[g]:

$$\sum_{i=1}^{p} a_{i1}^2 \Big/ \sum_{i=1}^{p} h_i^2 \geq 0.05$$

mit a_{i1}:= geschätzte Faktorenladung der Variablen i am Faktor 1

Dies bedeutet: Ein gemeinsamer Faktor soll wenigstens 5 % zur Gesamtkommunalität der 1 - extrahierten Faktoren beitragen.

5. ROTATIONSKRITERIUM[h]:

Es wird eine Varimaxrotation durchgeführt mit verschiedenen Faktorenzahlen. Diejenigen Faktoren werden beibehalten, die bei unterschiedlicher Faktorenzahl stabil bleiben.

Tabelle 4.5 : Die gebräuchlichsten Methoden zur Bestimmung der Zahl der gemeinsamen Faktoren

Anmerkungen zur Tabelle 4.5

a) D.N. LAWLEY: The estimation ..., a.a.O., pp. 77 ff.

b) K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 129 f.

c) J.L. HORN: A rationale and test for the number of factors in factor analysis, in: Psychometrika, 3o(1965), pp. 179-185.

d) R.B. CATTELL: The scree test for the number of factors, in: Multivariate Behavorial Research, 1(1966), pp. 245-276.

e) L. GUTTMAN: Some necessary conditions for common-factor analysis, in: Psychometrika, 19(1954), pp. 149-161.

f) H.F. KAISER and J. CAFFREY: Alpha ..., a.a.O., pp. 1-14.

g) Vgl. G. CLAUSS und H. EBNER: Grundlagen der Statistik, 2. Aufl., Zürich-Frankfurt 1975, S. 4oo.

h) K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 137.

424 Bestimmung der Zahl der Faktoren

Die theoretisch nicht lösbare Frage nach dem minimalen Rang der Matrix $\Sigma - \Psi$ entspricht dem Problem der Bestimmung der Zahl gemeinsamer Faktoren. Auch hier können nur praktisch bewährte Hilfslösungen angewandt werden (siehe Tabelle 4.5). ÜBERLA weist darauf hin, daß es keine allgemein anerkannte Methode für die Bestimmung der Zahl der zu extrahierenden Faktoren gibt[1]. Gute Erfahrungen haben wir mit dem Vergleich mehrerer Verfahren gehabt:

- der GUTTMAN-Regel
- dem Scree-Test von CATTELL und
- dem Rotationskriterium.

Gerade das letztere eliminiert zunächst vielleicht zuviel extrahierte Faktoren. Für die Korrelationsmatrix auf der Basis S-3/G-77 enthält die Tabelle 4.6 die Entscheidungskriterien für die vorläufige Faktorenzahl. Das Rotationskriterium ist mit 7,8 und 9 Faktoren durchgeführt worden. Dabei zeigte sich bei 9 Faktoren ein Faktor mit nur einer hohen Ladung, während 7 Faktoren gegenüber 8 Faktoren die Gesamtvarianz deutlich geringer erklärten[2].

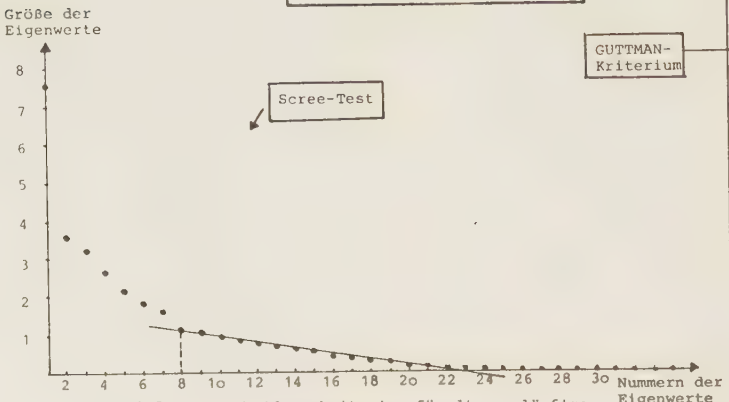
---

1) Siehe K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 123.

2) Die Stabilität der Varimax-Lösung des Rotationskriteriums wird dabei nach folgenden Gesichtspunkten definiert:
- jeder Faktor muß mindestens zwei hohe Ladungen (größer als $|0.30|$) aufweisen
- Instabilität liegt dann vor, wenn sich bei fallender Faktorenzahl die Strukturen innerhalb der Faktoren wesentlich ändern.

Kriterien für die vorläufige Faktorenzahl

1. GUTTMAN-Kriterium: 9 Faktoren
2. Scree-Test: 8 Faktoren
3. Rotationskriterium: 8 Faktoren



Nummern der Eigenwerte	Eigenwerte bei Kommunalität = 1
1	7.59
2	3.77
3	3.32
4	2.72
5	2.18
6	1.98
7	1.77
8	1.19
9	1.03
10	0.95
11	0.88
12	0.82
13	0.79
14	0.67
15	0.51
16	0.48
17	0.43
18	0.38
19	0.38
20	0.23
21	0.21
22	0.19
23	0.16
24	0.10
25	0.09
26	0.08
27	0.07
28	0.03
29	0.02
30	0.01
31	0.00
32	0.00
33	0.00

Tabelle 4.6 : Entscheidungskriterien für die vorläufige Faktorenzahl bei S-3/G-77

Wie nach den SMC-Schätzungen schon zu vermuten war, hat sich dieses Ergebnis bei allen anderen Stichprobenkombinationen bestätigt, so daß 8 Faktoren als eine ebenfalls stabile Faktorenzahl angesehen werden kann[1]. Auf Basis dieser Faktorenzahl wird nun für $\Phi = I$ eine orthogonale Lösung Λ errechnet. Die Faktoren sind aber wegen der "Willkürlichkeit" einer solchen Lösung noch nicht interpretierbar, so daß nach besser erklärbaren Matrizen Λ gesucht werden muß.

---

1) Interessant ist in diesem Zusammenhang, daß auch WEINRICH trotz anderen Datenmaterials und anderer Kennzahlenzusammensetzung sich für 8 Faktoren entscheidet. Vgl. G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognose, a.a.O., S. 87.

425 Festlegung der Kennzahlengruppen durch Rotationen

Rotation nennt man die Bestimmung einer Transformationsmatrix T mit $TT' = T'T = I$ zur Suche nach einer interpretationsfähigen Lösung der Matrix Λ. Das Modell der multiplen Faktorenanalyse fordert die Rotation zur Einfachstruktur (simple structure), die von THURSTONE wie folgt definiert wird[1]:

- Jede Zeile des Faktorenmusters soll mindestens eine Nulladung enthalten.
- Jede Spalte soll wenigstens r Nulladungen enthalten, wobei diese r Variablenkombinationen von Spalte zu Spalte verschieden sein sollen.
- Für jedes Faktorenpaar soll es mehrere Variable geben, die nur in einem der beiden Faktoren Nulladungen aufweisen.
- Für jedes Faktorenpaar soll es eine große Zahl von Variablen geben, die in beiden Faktoren Nulladungen aufweisen (für $r \geq 5$).
- Für jedes Faktorenpaar soll es nur wenige Variable geben, die in beiden Faktoren hohe Ladungen aufweisen.

Diese Regeln sind jedoch unhandlich für eine analytische Bestimmung der Transformationsmatrix, so daß sich im Laufe der Zeit verschiedene Rotationskriterien entwickelt haben. Dabei spielen auch schiefwinklige Rotationen eine Rolle, bei denen also $\Phi \neq I$ ist. Dies entspricht i.d.R. auch den meisten Datenstrukturen, da es oft nur sehr schwierig ist, wirklich unabhängige sachliche Dimensionen eines Datenkörpers zu finden. Die Tabelle 4.7

---

1) Vgl. L.L. THURSTONE: Multiple ..., a.a.O., p. 335.

1. VISUELLE ORTHOGONALE ROTATION

Jeweils ein Faktorenpaar wird visuell-graphisch rotiert, bis eine Verbesserung nicht mehr möglich ist. Wegen des Zeitaufwandes wird diese Methode kaum noch angewandt, da gleich gute analytische Verfahren zur Verfügung stehen.

2. QUARTIMAX METHODEN

a) CARROLL, 1953[a)]

$$M = \sum_{k<l=1}^{r} \sum_{j=1}^{p} a_{jk}^2 \, a_{jl}^2 \rightarrow \min!$$

b) NEUHAUS/WRIGLEY, 1954[b)]

$$M = \frac{1}{r \cdot p} \sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} a_{jk}^4 - \frac{1}{r \cdot p} \sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} a_{jk}^2 \rightarrow \max!$$

c) FERGUSON, 1954[c)]

$$M = \sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} a_{jk}^4 \rightarrow \max!$$

d) SAUNDERS, 196o[d)]

$$M = \sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} a_{jk}^4 \; / \; \left(\sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} a_{jk}^2 \right) \rightarrow \max!$$

Alle Kriterien dienen dem Zweck, ein Ladungsmuster zu entwerfen, dessen Koeffizienten entweder sehr klein oder sehr groß sind. Es läßt sich nachweisen, daß alle vier Verfahren äquivalent sind. Die Verfahren neigen dazu, einen allgemeinen Faktor stärker herauszuheben. Sie bewirken die Vereinfachung der Beschreibung einer Variablen (zeilenweise Betrachtung).

3. VARIMAX METHODE

KAISER, 1958[e)]

a) Roh-Varimax-Kriterium:

$$M = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=1}^{p} (a_{jk}^2)^2 - \frac{1}{p^2} \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{p} a_{jk}^2 \right)^2 \rightarrow \max!$$

b) Normal-Varimax-Kriterium (gewichtetes Varimax-Kriterium)

$$M = p \sum_{k=1}^{r} \sum_{j=1}^{p} (a_{jk}^2 / h_j^2)^2 - \sum_{k=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{p} a_{jk}^2 / h_j^2 \right)^2 \rightarrow \max!$$

Die gewichtete Methode ist die "normale" Methode. Sie berücksichtigt die unterschiedlichen Kommunalitäten der Variablen. Eine normale Varimax Rotation führt i.d.R. zur Einfachstruktur, wenn die Variablen tatsächlich orthogonal sind. Es bewirkt die Vereinfachung der Faktoren (spaltenweise Betrachtung).

(Fortsetzung nächste Seite)

4. NORMENKRITERIUM
HEILAND, 1966[f]

Jede Variable soll durch einen Faktor so weit wie möglich erklärt werden. In dieser Zeile soll also ein Element seinem Betrag nach möglichst groß gemacht werden, wobei die Summe aller dieser Zeilenelemente selbst möglichst hoch werden soll.

$$M = \left(\sum_{j=1}^{p} \max_{k} a_{jk}^{2} \right)^{1/2} = || A || \rightarrow \max!$$

Dabei ist $|| A ||$ eine spezielle Norm einer Matrix A. Bei dieser Methode ist es möglich, bei der praktischen Anwendung Elemente nach verschiedenen Aspekten auszuwählen und gewisse Charakteristika besonders herauszuarbeiten, wobei jedesmal ein - im Sinne des Normenkriteriums - optimales Faktorenschema entwickelt wird.

5. ORTHOGONALE PROCRUSTES METHODE
GREEN/SCHÖNEMANN, 1952/1966[g]

Dies ist ein "subjektives" Verfahren. Bei vorgegebenen Strukturen versucht man eine Anpassungsrotation (nach der Kleinst-Quadrate-Methode), um möglichst klare Konstruktionen im Sinne einer vorgegebenen Strukturhypothese zu erreichen. Teilweise wird auch eine "Aufpolierung" von Strukturen versucht, die mit einem der obigen Verfahren erreicht worden ist.

Tabelle 4.7 : Orthogonale Rotationsverfahren

a) J.B. CARROLL: An analytical solution for approximating simple structurein factor analysis, in: Psychometrika, 18 (1953), pp. 23-38.

b) J.O. NEUHAUS and Ch. WRIGLEY: The quartimax method: An analytic approach to orthogonal simple structure, in: British Journal of Statistical Psychology, 7 (1954), pp. 81-91.

c) G.A. FERGUSON: The concept of parsimony in factor analysis, in: Psychometrika, 19 (1954), pp. 281-29o.

d) D.R. SAUNDERS: A computer program to find the best-fitting orthogonal factors for a given hypothesis, in: Psychometrika, 25 (196o), pp. 199-2o5.

e) H.F. KAISER: The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis, in: Psychometrika, 23 (1958), pp. 187-2oo.

f) H. HEILAND: Ein neuer Ansatz zur Orthogonaltransformation faktorieller Modelle, Diss. München 1966.

g) B.F. GREEN: The orthogonal approximation of an oblique structure in factor analysis, in: Psychometrika, 17 (1952), pp. 429-44o and P.H.V. SCHÖNEMANN: A new machine method for orthogonal rotation, in: Psychometrika, 31 (1966), pp. 235-254.

führt die wichtigsten orthogonalen Rotationsverfahren und deren Kriterien auf, während Tabelle 4.8 die wesentlichen Rotationsverfahren im schiefwinkligen Fall enthält. Da es uns sachlich begründet erscheint, daß die extrahierten Bilanzkomponenten nicht unmittelbar rechtwinklig aufeinanderstehen (d.h. unabhängig sind), wählen wir eine schiefwinklige Rotation zur Erlangung der gewünschten Einfachstruktur. Einen Test, ob diese Struktur auch erreicht wird, hat BARGMANN entwickelt[1]. Dabei werden die Faktorenladungen (dividiert durch die Quadratwurzel der zugehörigen Kommunalität), die kleiner als $|0.10|$ sind, als Nulladungen aufgefaßt. Durch diesen Test wird überprüft, ob Faktoren signifikant sind oder ob sie auch zufällig entstanden sein können.

Bei der schiefwinkligen Rotation haben wir gute Erfahrungen mit der Promax-Methode in einer Erweiterung durch PIAGGIO gemacht[2]. Die Interpretation der schiefwinkligen Lösung wird hier an der Referenz-Struktur-Matrix (reference structure) vorgenommen. Dies sind diejenigen Faktorenachsen, die - geometrisch gesehen - so liegen, daß die Senkrechten auf sie im Nullpunkt durch die Schwerpunkte der Variablenpunktschwärme gehen. Die zugehörige Faktorenstruktur bezeichnet dann die Korrelationen

---

1) Vgl. R. BARGMANN: Signifikanzuntersuchungen der Einfachen Struktur in der Faktoren-Analyse, in: Mitteilungsblatt für Mathematische Statistik, 7(1955), S. 1-24.

2) Da die Promax-Methode mit dem variablen Exponenten-Parameter t arbeitet, der subjektiv beeinflußbar ist, wird zur Optimierung das Verfahren von PIAGGIO verwendet. Eine weitergehende Optimierung etwa durch unterschiedliche t-Werte je Faktor, ist theoretisch zwar möglich, praktisch wegen der Vielfalt der möglichen Lösungen jedoch nicht durchführbar. Vgl. L. PIAGGIO: Bemerkungen zum Promax-Verfahren für schiefwinklige Faktorenrotation, in: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 19(1972), S. 460-475.

1. VISUELLE SCHIEFWINKLIGE ROTATION

Sie entspricht der visuellen orthogonalen Rotation im schiefwinkligen Fall. ÜBERLA hat zur Vereinfachung ein EDV-Programm entwickelt, das den Aufwand bei der Rotation wesentlich verkürzt[a]. HOLM weist aber darauf hin, daß auch mit den schiefwinkligen analytischen Methoden gute praktische Ergebnisse erzielt worden sind[b].

2. OBLIMAX METHODE
PINZKA, SAUNDERS, 1954[c]

mit v_{jk}:= geschätzte schiefwinklige Faktorenladung

$$M = \sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} v_{jk}^4 \Big/ \left(\sum_{j=1}^{p} \sum_{k=1}^{r} v_{jk}^2 \right)^2 \rightarrow \max!$$

Es werden grundsätzlich hier die Referencefaktoren-Matrizen verwendet. Die Oblimax Methode entspricht der Quartimax Methode von SAUNDERS im orthogonalen Fall.

3. QUARTIMIN METHODE
CARROLL, 1953[d]

$$M_Q = \sum_{k<l=1}^{r} \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 \, v_{jl}^2 \rightarrow \min!$$

Sie entspricht der QUARTIMIN Methode von CARROLL im orthogonalen Fall. Sie hat sehr viel Ähnlichkeit mit der intuitiven graphischen Methode und der Oblimax Methode.

4. OBLIMIN METHODEN

Sie sind aus der Quartimin Methode und aus der schiefwinkligen Varimax Methode abgeleitet. Es werden unter diesem Begriff mehrere Methoden zusammengefaßt:

a) COVARIMIN METHODE
CARROLL, 1960[e]

ungewichtet:

$$M_C = \sum_{k<l=1}^{r} \left(p \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 \, v_{jl}^2 - \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 \sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2 \right) \rightarrow \min!$$

gewichtet:

$$M = \sum_{k<l=1}^{r} \left(p \sum_{j=1}^{p} (v_{jk}^2 / h_j^2)(v_{jl}^2 / h_j^2) - \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 / h_j^2 \sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2 / h_j^2 \right)$$

$\rightarrow$ min!

Weder Quartimin noch Covarimin haben gute empirische Ergebnisse gezeigt. Die Covarimin Methode tendiert zu mehr orthogonalen, die Quartimin Methode zu mehr schiefwinkligen Ergebnissen.

b) BIQUARTIMIN METHODE
CARROLL, 1957[f]

$$M = \alpha M_Q + \beta M_C / p \rightarrow \min!$$

Diese Methode wurde als Kompromiß zwischen Quartimin und Covarimin Methode entwickelt. α und β werden als Quartimin- und Covarimin-Komponenten-Parameter bezeichnet.

c) VERALLGEMEINERTE OBLIMIN METHODE
CARROLL, 1960[g]

Sie ist eine verallgemeinerte Biquartimin Methode, ungewichtet:

$$M = \sum_{k<l=1}^{r} \left(p \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 \, v_{jl}^2 - \gamma \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 \sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2 \right) \rightarrow \text{min!}$$

gewichtetet:

$$M = \sum_{k<l=1}^{r} \left(p \sum_{j=1}^{p} (v_{jk}^2 / h_j^2)(v_{jl}^2 / h_j^2) - \gamma \sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 / h_j^2 \sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2 / h_j^2 \right)$$

$\rightarrow$ min!

mit $\gamma = \beta / (\alpha + \beta)$

Daraus ergibt sich:
$\gamma = 0$ Quartimin Methode (sehr schiefwinklig)
$\gamma = 0.5$ Biquartimin Methode (wenig schiefwinklig)
$\gamma = 1$ Covarimin Methode (am geringsten schiefwinklig)

5. BINORMAMIN METHODE
KAISER/DICKMAN, 1959[h]

Sie ist kein Spezialfall der Oblimin Methoden.

$$M = \sum_{k<l=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{p} (v_{jk}^2 / h_j^2)(v_{jl}^2 / h_j^2) \Big/ \left(\sum_{j=1}^{p} v_{jk}^2 / h_{jk}^2 \right) \left(\sum_{j=1}^{p} v_{jl}^2 / h_j^2 \right) \right)$$

$\rightarrow$ min!

Sie vermeidet die willkürliche Bestimmung von γ. Wenn die Daten teilweise einfach strukturiert sind oder extrem komplex sind, ist dieses Kriterium angzeigt. Sonst sollte die verallgemeinerte Oblimin Methode vorgezogen werden.

6. DIRECT OBLIMIN METHODE
JENNRICH/SAMPSON, 1966[i]

Das Primärfaktorenmuster A^p wird ohne Zwischenschritt über die Referencestruktur V^r direkt erreicht.

$$M = \sum_{k<l=1}^{r} \left(\sum_{j=1}^{p} a_{jk}^2 a_{jl}^2 - \frac{\delta}{p} \sum_{j=1}^{p} a_{jk}^2 \sum_{j=1}^{p} a_{jl}^2 \right) \rightarrow \text{min!}$$

δ entspricht dem Parameter γ, doch beide sind nicht äquivalent.

7. SCHIEFWINKLIGE PROCRUSTES METHODE

Sie ist der orthogonalen Procrustes-Methode äquivalent.

8. PROMAX METHODE
HENDRICKSON/WHITE, 1964[j]

Ausgang ist eine orthogonal rotierte Faktorenmatrix (z.B. nach der Varimax Methode). Bestimmung der Elemente

$$v_{jk} = \frac{\left| a_{jk}^{t+1} \right|}{a_{jk}}$$

Dies bewirkt, daß niedrige Ladungen a_{jk} gegen Null streben, während hohe Ladungen relativ groß erhalten bleiben. Anschließend

erfolgt eine schiefwinklige Procrustes Rotation der orthogonalen Lösung an diese "ideale" Matrix (target matrix). Im allgemeinen führt diese Methode zu Ergebnissen, die sich von der visuellen Methode nur geringfügig unterscheiden.

Tabelle 4.8 : Schiefwinklige Rotationsverfahren

a) K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 346 ff.

b) Vgl. etwa K. HOLM: Die Faktorenanalyse, in: Die Befragung, hrsg. von K. HOLM, Band 3, S. 29, München 1976.

c) C. PINZKA and D.R. SAUNDERS: Analytic rotation to simple structure, II: Extension to an oblique solution. Research bulletin, RB-54-31, Princeton (N.J.) 1954.

d) J.B. CARROLL: An analytical ..., a.a.O., pp. 23-38.

e) Methode von J.B. CARROLL (196o), vgl. H.H. HARMAN: Modern ..., a.a.O., pp. 324-325.

f) J.B. CARROLL: Biquartimin criterion for rotation to oblique simple structure in factor analysis, in: Science, 126 (1957), pp. 1114-1115.

g) Methode von J.B. CARROLL (196o), vgl. H.H. HARMAN: Modern ..., a.a.O., pp. 325-326.

h) H.F. KAISER and K.W. DICKMAN: Analytic determination of common factors, in: American Journal of Psychology, 14 (1959), p. 425.

i) R.I. JENNRICH and P.F. SAMPSON: Rotation for simple loadings, in: Psychometrika, 31 (1966), pp. 313-323.

j) A.E. HENRICKSON and P.O. WHITE: PROMAX: A quick method for rotation to obligue simple structure, in: British Journal of Statistical Psychology, 17 (1964), pp. 65-7o.

zwischen Variablen und Faktoren[1]. In den Ladungsmatrizen sind der Übersichtlichkeit wegen alle Werte unter |o.3o| weggelassen worden[2], sofern die höchste Ladung einer Variablen nicht unter diesem Wert liegt oder dieser Wert für den Vergleich mehrerer Faktorenstrukturen nicht von Interesse ist. Der Aufbau der Tabelle richtet sich nach der formalen Struktur, wie sie auf der Basis S-3/G-77 erkennbar ist (vgl. Tabelle 4.9). Danach ergibt sich die Reihenfolge der Bilanzkennzahlen nach dem höchsten Ladungswert je Faktor und die der Faktoren nach dem höchsten Varianzanteil. Eine solche Anordnung hat sich als übersichtlich erwiesen, ist jedoch in keiner Weise zwingend.

---

1) Zu den verschiedenartigen Lösungsdarstellungen vgl. etwa K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 175 ff. Auch bei der Referenz-Struktur wird von Ladungen gesprochen, auch wenn es sich um Korrelationswerte handelt und die eigentlichen Ladungen bei der schiefwinkligen Rotation nur dem Faktorenmuster entnommen werden können. Da dort aber anders als im rechtwinkligen Fall die Ladungen nicht auf das Intervall [o,1] normiert sind, ist eine Interpretation schwieriger möglich. Zum Streit um die Wahl der "besseren" Lösung vgl. etwa K. HOLM: Die Faktorenanalyse, a.a.O., S. 225.

2) Eine solche Grenze wird etwa von CHILD vorgeschlagen, vgl. D. CHILD: The essentials of factor analysis, London 1973, p. 45.

Insgesamt werden durch die 8 Faktoren rund 7o % der Gesamtvarianz erklärt[1)]. Durch die Reduktion des Kennzahlensets auf 8 Größen wird also ein Informationsverlust (gemessen an der Gesamtvariabilität aller 33 Merkmale) von rund 3o % hingenommen. Dieser Verlust kann sachlich begründet sein (z.B. dadurch, daß eine Kennzahl wie K23 zur Erläuterung der Faktoren nur sehr beschränkt beitragen kann, was sich aber endgültig erst nach der Interpretation der Faktoren herausstellen wird) oder aber auf Unzuläng-

---

1) Die Gefahr der ungeprüften Übernahme von Computerergebnissen zeigt sich in diesem Zusammenhang bei WEINRICH, der völlig falsche Varianzanteile bei seiner Faktorenanalyse angibt, so daß die darauf aufbauende Interpretation in die Irre läuft. Vgl. G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen, a.a.O., S. 8o-84.

Kenn-zahl-Nr.	Definition	1	2	3	4	5	6	7	8	Komm.
119	(BERG+ABSA)/GK	0.83								0.95
127	BERG/GK	0.82								0.95
125	BERG/GL	0.79								0.87
120	(BERG+ABSA)/U	0.71						-0.48		0.91
91	GEWS/BAUF	0.52								0.47
24	GRG/SAV	-0.30								0.21
37	(VORR·360)/GL		0.87							0.94
46	(FFK·360)/GL		0.80	0.23						0.92
38	(VORR·360)/MAUF		0.74		-0.29					0.78
49	((WEV+VLL)·360)/GL		0.46							0.46
47	(VLL·360)/MAUF		0.34	0.33						0.37
71	KFK/UV			0.90						0.88
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)			0.89						0.84
52	((UV-KFK)·360)/GL			-0.79				-0.29		0.80
89	PAUF/BAUF				-0.96					0.98
81	PAUF/GL				-0.96					0.99
78	MAUF/BAUF				0.86					0.91
95	WERS/GV	0.46			-0.48			0.32		0.78
55	(LIQ+FLL)/UV					-0.81				0.90
62	(FLL·360)/GL		0.32			-0.80			-0.31	0.86
29	VORR/UV		0.32			0.78				0.91
72	KFK/(UV-VORR)		0.27	0.32		0.50				0.48
74	KFK/(LIQ+FLL)					0.43				0.27
148	BERG/KFK						-0.90			0.99
152	(BERG+ABSA)/KFK						-0.88			0.97
153	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)						0.30	-0.28		0.21
8	KFK/GK		0.38					0.66		0.76
66	EK/(GV-LIQ-GRG)							-0.51	0.34	0.55
5	FK/GK	0.29		0.36				0.37		0.65
69	FK/(SAV-GRG)							-0.23		0.17
66	(LIQ·360)/GL								0.85	0.88
30	LIQ/GV								0.62	0.56
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FK-KFK)								0.10	0.02
	Varianzanteil (absolut)	4.34	3.64	3.31	3.25	2.76	2.11	2.01	1.76	23.16
	Varianzanteil (relativ) %	13.2	11.0	10.0	9.8	8.4	6.4	6.1	5.3	70.2
	Koordinatenhyperebenen	14	13	13	17	21	22	14	22	136

Tabelle 4.9 : Referenz-Faktoren-Struktur nach Promax-Rotation mit t=1.8 bei S-3/G-77

lichkeiten des Datenmaterials in Verbindung mit den statistischen Methoden zurückzuführen sein. So setzt die Schätzung der Korrelationskoeffizienten zumindest Linearität und Unimodalität voraus. Gerade das letztere kann etwa bei K98 nicht ohne weiteres angenommen werden. Entsprechend der Entwicklung aus den Korrelationskoeffizienten kann auch das faktorenanalytische Modell nur Linearkombinationen bilden, so daß ein Teil des Informationsverlustes auf Spezifikationsfehler zurückgeführt werden könnte. Die Kommunalitäten geben dabei für jede Kennzahl an, inwieweit sie zur Bestimmung der Faktoren insgesamt beitragen. So zeigt sich, daß K23, K133, K69 und K98 kaum und K91, K49, K47 und K72 nur mäßigen Einfluß auf die Faktoren nehmen. Dies darf jedoch nicht so interpretiert werden, daß solche Kennzahlen für die Kreditwürdigkeitsprüfung unbrauchbar wären. Allein ihr Erklärungswert für die dominierenden Bilanzkomponenten ist sehr gering. Im übrigen finden sich die gleichen Ergebnisse auch in den Faktorenanalysen von S-1/G-77 (vgl. Tabelle 4.1o) und S-5/G-77 (vgl. Tabelle 4.11) wieder.

Der BARGMANN-Test[1)], der aufzeigen soll, ob sich empirisch gefundene Faktoren von zufällig möglichen unterscheiden, ist nur bei vier Faktoren auf dem Testniveau o.o5 positiv: Faktoren 4,5,6 und 8. Dies bestätigt sich bei den anderen Stichprobenuntersuchungen. Die Faktoren 1,2,3 und 7 können nur auf dem Test-

1) Testniveau α	minimale Zahl der Koordinatenhyperebenen
o.o1	18
o.o5	17
o.25	13

Vgl. R. BARGMANN: Signifikanzuntersuchungen ..., a.a.O., S. 1-24.

Kennzahl-Nr.	Definition	1	2	3	4	5	6	7	8	Komm.
139	(BERG*ABSA)/GK	o.83								o.94
127	BERG+GK	o.82								o.92
125	BERG+GL	o.78								o.85
136	(BERG+ABSA)/U	o.77						-o.38		o.88
91	GEWS/BAUF	o.51								o.45
23	GRG/SAV	-o.35								o.23
57	(VORR·36o)/GL		o.87							o.93
46	(KFK·36o)/GL		o.77	o.34						o.95
58	(VORR·36o)/MAUF		o.75		-o.3o					o.8o
49	((WEV+VLL)·36o)/GL		o.49							o.56
47	(VLL·36o)/MAUF		o.38	o.15						o.35
71	KFK/UV			o.92						o.9o
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)			o.91						o.87
52	((UV-KFK)·36o)/GL			-o.79				-o.27		o.86
8o	PAUF/BAUF				-o.97					o.98
81	PAUF/GL				-o.95					o.99
78	MAUF/BAUF				o.89					o.9o
95	WERS/GV	o.51			-o.47			o.3o		o.77
35	(LIQ+FLL)/UV					-o.78				o.88
62	(FLL·36o)/GL		o.39			-o.81			-o.26	o.89
29	VORR/UV		o.35			o.75				o.89
72	KFK/(UV-VORR)		o.38	o.38		o.52				o.6o
74	KFK/(LIQ+FLL)					o.42				o.31
138	BERG/KFK						-o.91			o.98
132	(BERG+ABSA)/KFK						-o.89			o.96
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)						o.28	-o.33		o.21
8	KFK/GK		o.33					o.63		o.71
66	EK/(GV-LIQ-GRG)							-o.53	o.33	o.56
5	EK/GK	-o.36		o.23				o.39		o.63
69	EK/(SAV-GRG)							-o.23		o.17
6o	(LIQ·36o)/GL								o.87	o.9o
3o	LIQ/GV								o.62	o.57
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)								o.11	o.o2
	Varianzanteil (absolut)	4.58	3.75	3.24	3.27	2.7o	2.17	1.94	1.77	23.42
	Varianzanteil (relativ) %	13.9	11.4	9.8	9.9	8.2	6.6	5.9	5.4	71.o
	Koordinatenhyperebenen	1o	15	14	18	21	22	13	22	135

Tabelle 4.1o: Referenz-Faktoren-Struktur nach Promax-Rotation mit t=1.6 bei S-1/G-77

Kenn-zahl-Nr.	Definition	1	2	3	4	5	6	7	8	Komm.
139	(BERG+ABSA)/GK	o.81								o.93
127	BERG/GK	o.81								o.93
125	BERG/GL	o.82								o.86
13o	(BERG+ABSA)/U	o.72						-o.38		o.83
91	GEWS/BAUF	o.49								o.44
23	GRG/SAV	-o.25								o.19
57	(VORR·36o)/GL		o.9o							o.94
46	(KFK·36o)/GL		o.83	o.2o						o.92
58	(VORR·36o)/MAUF		o.79		-o.25					o.82
49	((WEV+VLL)·36o)/GL		o.44							o.49
47	(VLL·36o)/MAUF		o.3o	o.23						o.33
71	KFK/UV			o.91						o.87
75	KFK/(LIQ+FLL+VORR)			o.92						o.87
52	((UV-KFK)·36o)/GL			-o.72				-o.34		o.78
8o	PAUF/BAUF				-o.95					o.98
81	PAUF/GL				-o.96					o.99
78	MAUF/BAUF				o.86					o.91
95	WERS/GV	o.43			-o.48			o.3o		o.76
35	(LIQ+FLL)/UV					-o.79				o.9o
62	(FLL·36o)/GL		o.36			-o.79			-o.31	o.88
29	VORR/UV		o.34			o.76				o.91
72	KFK/(UV-VORR)		o.29	o.29		o.53				o.5o
74	KFK/(LIQ+FLL)					o.42				o.25
138	BERG/KFK						-o.91			o.98
132	(BERG+ABSA)/KFK						-o.89			o.97
133	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)						o.27	-o.26		o.19
8	KFK/GK		o.37					o.7o		o.76
66	EK/(GV-LIQ-GRG)							-o.56	o.32	o.55
5	FK/GK	o.21		o.32				o.46		o.62
69	EK/(SAV-GRG)							-o.25		o.17
6o	(LIQ·36o)/GL								o.85	o.87
3o	LIQ/GV								o.63	o.54
98	(BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)								o.o8	o.o2
	Varianzanteil (absolut)	4.o8	3.77	3.o1	3.29	2.71	2.13	2.21	1.72	22.92
	Varianzanteil (relativ) %	12.4	11.4	9.1	1o.o	8.2	6.5	6.7	5.2	69.5
	Koordinatenhyperebenen	14	12	11	2o	18	21	12	16	124

Tabelle 4.11: Referenz-Faktoren-Struktur nach Promax-Rotation mit t=1.8 bei S-5/G-77

niveau o.25 als signifikant nicht zufällig bezeichnet werden. Hierbei ergeben sich jedoch Unterschiede gegenüber den anderen Stichprobenwerten: Bei S-1/G-77 kann Faktor 1 selbst auf diesem Niveau nicht mehr als nicht zufällig unterschieden werden, bei S-5/G-77 sind dies die Faktoren 2,3 und 7. Da es kein eindeutiges Verfahren zur Bestimmung der Einfachstruktur gibt, kann "... ein negativer BARGMANN-Test...daher auch bedeuten, daß die Rotation unzureichend durchgeführt wurde. Wenn aber eine Einfachstruktur in einem Datenkörper signifikant ist, dann ist das kein Zufallsergebnis und auch nicht die alleinige Frage einer zweifelhaften Optimierungsbemühung"[1]. Sollte sich also bei den Interpretationsversuchen herausstellen, daß den hier negativ beurteilten Faktoren durchaus eine sachlich gerechtfertigte Bedeutung zugemessen werden kann, können diese wohl nicht als zufällige Kennzahlengruppen angesehen werden.

Um die Interpretation der Faktoren nicht zu stark von der Subjektivität des Analysten abhängig zu machen, erscheint das Vorgehen in mehreren Schritten sinnvoll:

- "Rohinterpretation" jedes Faktors anhand der Markiervariablen (Merkmale mit den höchsten Ladungen).
- Überprüfung der "Rohinterpretation" jedes Faktors anhand der mittleren und niedrigeren Ladungen auf Widersprüche. Vornahme möglicher Interpretationskorrekturen.

---

1) K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 187.

- Vergleich der Faktoreninterpretationen mit den Korrelationen zwischen den Faktoren auf Widersprüche (bei schiefwinkliger Rotation).
- Endgültige Faktorenbestimmung nach Vergleich der Interpretationen mit ähnlich gelagerten Rechnungen (oder Simulationen).

Faktor 1:

Markiervariable sind K139, K127, K125 und K13o. Alle vier Kennzahlen sind Maßgrößen für die Ertragskraft eines Unternehmens. Auch wenn der cash flow[1] als Gewinngröße umstritten ist[2], so drückt sich in ihm dennoch die Unternehmensfähigkeit aus, Erträge zu erwirtschaften. GK und GL bzw. U dienen dabei als Ertragsgrundlagen vor allem aber als Größenbezugspositionen. Die Bilanzkomponente soll daher in Kurzform als Ertragskraft bezeichnet werden. Dies darf aber nicht zum vorschnellen Schluß führen, daß allein mit dieser Kennzahlenkombination schon eine Kreditwürdigkeitsprüfung vorgenommen werden könnte, obwohl auf univariater Basis gerade diese Kennzahlen eine große Trennfähigkeit bewiesen haben. Dem ist nämlich entgegenzuhalten, daß hier nur eine ex post Analyse durchgeführt worden ist und daher nur bedingt auch von zukünftiger Ertragskraft gesprochen werden kann, die notwendig für Tilgungs- und Zinszahlungen ist. Zum anderen bedeutet eine Abnahme der Ertrags-

---

1) Hier in der stark verkürzten Form als Betriebsergebnis vor Abschreibung auf Sachanlagen.

2) Vgl. etwa K. CHMIELEWICZ: Betriebliche Finanzwirtschaft I Finanzierungsrechung, Berlin - New York 1976, S. 195-199.

kraft oder gar ein zeitlich begrenztes negatives Betriebsergebnis noch nicht zwangsläufig auch ein akutes Kreditrisiko.

K91 mit mittlerer Ladung steht zu der oben angeführten Interpretation nicht im Widerspruch. So entstammt der größte Teil des Aufkommens der Gewerbesteuer aus der "Steuer auf den Gewerbeertrag", einer ertragsabhängigen Steuer[1]. Daneben fließen aber (im erhobenen Zeitraum) auch noch

Kapital- ("Gewerbekapital") und Personalaufwandsgrößen ("Lohnsumme") in die Ermittlung ein. Hinzu kommen die regional unterschiedlichen Steuersätze und Erhebungsvorschriften, so daß sogar aus dieser Sicht eine nur mittlere Ladung gegenüber den anderen Kennzahlen gerechtfertigt erscheint. Auch K95 (mit WERS als eine noch allgemeinere Ertragsgröße) steht mit der Faktorenhypothese nicht im Widerspruch. Anzumerken ist dabei jedoch, daß diese Kennzahl den Faktor 4 etwas höher lädt. Das umgekehrte Vorzeichen von K23 mit einer sehr niedrigen Ladung (-o.3o) weist auf ein gegengerichtetes Verhalten zum Faktor hin, so daß hoher Grundstücksanteil am Sachanlagevermögen mit einer niedrigeren Ertragskraft gekoppelt sein müßte und umgekehrt. Zieht man die robusten Mittelwerte von K23 hinzu (schlechte Fälle o.6o7, gute Fälle o.436 bei S-3/G-77), so spricht dies für das Zutreffen dieser Hypothese, auch wenn die Allgemeingültigkeit sowohl durch den niedrigen Ladungswert als auch durch die Branchenvergleiche stark eingeschränkt werden muß.

---

1) Vgl. etwa D. SCHNEIDER: Grundzüge der Unternehmensbesteuerung, Opladen 1974, S. 249.

Faktor 2:

Alle drei Markiervariablen (K57, K46 und K58) sind Umschlagskennzahlen. Bemerkenswert dabei ist die Zusammenfassung von Kreditoren- und Vorratsumschlag, während die Zusammenfassung von K57 und K58 offensichtlich ist. Die Verbindung zwischen beiden Kennzahlen (K46 und K57) liegt in der gemeinsamen Ausrichtung an der Gesamtleistung. Kurze Lagerfristen (niedrige Werte von K57) bedingen auch nur niedrige (kurzfristige) Kreditorenbestände (niedrige Werte von K46). Schon die hohen Einzelkorrelationen zwischen K46 und K57 (vgl. Tabellen 3.18 und 3.19) zeigen, daß eine höhere Vorratshaltung gleichzeitig eine höhere kurzfristige Verschuldung bedingt. Nimmt man noch K49, K47 und K62 mit ihren mittleren bzw. niedrigen Ladungen für die Interpretation hinzu, so beschreibt dieser Faktor die Unternehmensbelastung durch die Finanzierung von Vorräten und Debitoren. Diese Zusammenhänge sind Ausdruck der Kapitalbindung. Auch die anderen Bilanzkennzahlen mit niedrigen Ladungen (K8, K29) stehen dieser Interpretationshypothese nicht entgegen. So drücken K8 und K29 die jeweiligen Anteilswerte aus, die aber wegen der unterschiedlichen Bezugsgrößen (GK und UV) keine Einheitlichkeit aufweisen können und dadurch diesen Faktor nur niedrig laden.

Faktor 3:

Anders als beim Faktor 2 kommt hier in den Markiergrößen K71, K75 und K52 nicht in erster Linie die Ausrichtung von Vorräten und kurzfristigen Verbindlichkeiten an der Gesamtleistung zum Ausdruck, sondern die horizontale Bilanzstruktur zwischen dem Umlaufvermögen und dessen (kurzfristiger) Finanzierung.

Bedeutsam für die Interpretation dieses Faktors ist aber der Zusammenhang zwischen K71 und K52, da derjenige zwischen K71 und K75 wohl leicht einsichtig sein dürfte. Während bei Faktor 2 der Umschlagsgedanke und damit mehr ein Rentabilitätsfaktor im Vordergrund steht, wird durch Faktor 3 eher der Liquiditätsaspekt nach vorne gespielt. Die GL in K52 spielt hier nur die Rolle des Größenbezuges, während die eigentliche Kennzahlenaussage im working capital (UV-KFK) zu suchen ist. Niedrige oder gar negative mittelfristige Liquiditätsspannen im Sinne dieses working capital bedeuten eine (fast) völlige kurzfristige Finanzierung des Umlaufvermögens[1], so daß K71 einen hohen Wert aufweist. In der niedrigen Ladung von K5 kommt zusätzlich zum Ausdruck, daß ein hoher FK-Anteil zu knapper mittelfristiger Liquidität führen kann. Auch K72 und K47 stehen mit ihren niedrigen Ladungen nicht im Widerspruch zur Interpretationshypothese, daß durch diesen Faktor mittelfristige (statische) Liquidität gekennzeichnet wird.

Faktor 4:

K8o, K81 und K78 markieren diesen Faktor. Ihr Erklärungswert ist verhältnismäßig einfach, da MAUF und PAUF zusammen den größten Anteil der BAUF ausmachen (rund 8o %). Dennoch ist gerade die gemeinsame Betrachtung von Interesse, da schon die Mittelwerte Unterschiedlichkeiten signalisieren[1]:

Kennzahl	S-3	G-77
K8o PAUF/BAUF	o.319	o.227
K78 MAUF/BAUF	o.519	o.617

1) Die (robusten) Mittelwerte sind Tabelle 3.15 entnommen.

So liegt - bei etwa gleichem Anteil des Personal- und Materialaufwandes zusammen - der Personalanteil am Betriebsaufwand bei den schlechten Fällen höher als bei den guten Objekten und der Materialanteil entsprechend niedriger. Dieser Zusammenhang drückt sich auch durch die unterschiedlichen Vorzeichen in den Ladungen dieser Kennzahlen aus. Dieser Faktor gibt also Aufschluß über das Verhältnis von Personal- und Materialaufwand und soll in der Kurzform mit Personalkostenintensität bezeichnet werden. Bei der hier vorliegenden gemischten Stichprobe sollen auf der Basis dieses Faktors vorgenommene weiterführende Rechnungen mit entsprechender Vorsicht interpretiert werden, da gerade im Personal- / Materialeinsatzverhältnis große Branchenunterschiede bestehen können, wie die vorhergehenden Untersuchungen gezeigt haben. Parallel zur Entwicklung von K8o verläuft auch K95, allerdings mit einer geringeren Ladungshöhe, da der Bezug der WERS nicht der Betriebsaufwand sondern das Gesamtvermögen ist. In diesem Verhalten ist aber kein Widerspruch zu entdecken, da die Personalaufwendungen den größten Teil der Wertschöpfung umfassen. Die Isolierungsfähigkeit der Kennzahlen dieses Faktors zeigt, daß Personal- und Materialeinsatzentwicklung durchaus bei der Bilanzanalyse gesondert behandelt und nicht insgesamt als Aufwandskomponente gesehen werden sollten.

Faktor 5:

Aus den Markiervariablen K35, K62 und K29 wird durch die unterschiedlichen Vorzeichen deutlich, daß mit anteilsmäßig hohen Debitorenforderungen am Umlaufvermögen niedrige Vorräte verbunden sind und umgekehrt. Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang, daß K62 und K29 den Faktor 2 in gleicher Richtung

(schwach) laden, während sie den Faktor 5 mit unterschiedlichen Vorzeichen (stark) gewichten. Daraus schon ist abzuleiten, daß beide Faktoren unterschiedlicher Interpretationen bedürfen. Auch in der Tatsache, daß ähnliche Kennzahlen wie K71, K75 und K52 den Faktor 3 bestimmen, läßt sich ablesen, daß hier ein noch anderer Bilanzaspekt zum Ausdruck kommt. Nimmt man die Kennzahlen K72 und K74 mit ihren mittleren Ladungen hinzu, so kommt insgesamt das Verhältnis zwischen Vorräten und kurzfristigen Verbindlichkeiten darin zum Ausdruck. Dieser Faktor ist also Ausdruck der Vorratshöhe sowie der Finanzierung dieser Vorräte durch kurzfristige (oder langfristige) Mittel. Wenn die Lagerhaltung sehr intensiv ist, wird oft auch nicht mehr die kurzfristige Finanzierung möglich sein bzw. kurzfristige Mittel stehen kaum noch über die Höhe der Vorräte hinaus zur Verfügung. Dieses zeigen die gleichgerichteten Ladungen von K72 und K74. Hohe Lagerintensität kann zusätzlich mit geringer Umsatztätigkeit einhergehen, aus der wiederum geringe FLL resultieren (vgl. umgekehrtes Vorzeichen von K35 und K62). In Kurzform soll daher dieser Faktor als Vorratsintensität bezeichnet werden. Hierbei ist anzumerken, daß bei branchenspezifischer Betrachtung dieser Faktor seine Form verlieren könnte, da intensive Lagerhaltung etwa eine bedeutende Eigenschaft von Handelsunternehmen ist, während in anderen Branchen (etwa bei Dienstleistungen) dieser Aspekt in den Hintergrund tritt.

Faktor 6:

K138 und K132 markieren deutlich, daß der Entschuldungsaspekt durch diesen Faktor beschrieben wird. Gerade diese beiden Kennzahlen haben sich bei der univariaten Trennanalyse sehr bewährt und haben daher

eine wichtige Beurteilungsfunktion. Bei den Analysen hat sich gezeigt, daß im Zeitverlauf die kurzfristigen Fremdmittel bei den schlechten Unternehmen im allgemeinen stetig zunehmen, während gleichzeitig die Betriebsergebnisse fallen. Die Fähigkeit, aus den Betriebsergebnissen die kurzfristigen Schulden zu tilgen, wird somit ständig geringer. Die niedrige, mit umgekehrten Vorzeichen versehene Ladung von K133 (Entschuldungsgrad) ist schwierig zu interpretieren. Zum einen haben die Korrelationsvergleiche gezeigt, daß einzelne Ausreißer den Korrelationskoeffizienten sogar ins Gegenteil verkehren können. Somit ist bei dieser Kennzahl das Vorzeichen nicht sicher. Zum anderen weist der Mittelwertverlauf gegen SD von LIQ bei den schlechten Fällen darauf hin, daß mit zunehmendem KFK zusätzlich noch LIQ sinken. Ebenfalls aus den Mittelwerten läßt sich erkennen, daß gegenüber dem LFK das KFK einen überproportionalen Anteil an der Gesamtsteigerung des Fremdkapitals hat. Dies alles trifft jedoch nicht bei den guten Fällen zu. An dieser Stelle zeigen sich deutlich die Schwächen, die durch die gemischte Stichprobe sowie die Nichtberücksichtigung von Ausreißerwerten bei der Korrelationsberechnung in die Faktorenanalyse eingehen. Das umgekehrte Vorzeichen der Ladung von K133 ist also kaum interpretationsfähig. Wegen der geringen Ladungshöhe einerseits und der andererseits hohen Zahl von 22 Koordinatenhyperebenen aus dem BARGMANN-Test kann dieser Faktor als allein durch die beiden Markiervariablen gekennzeichnet gelten und wird in der Kurzform mit Schuldentilgungskraft benannt.

Faktor 7:

Markiervariable mit hohen Ladungen sind hier nicht vorhanden. K8, K66 und K13o weisen mit nur mittleren Ladungshöhen auf eine schwierige Interpretation hin. Der BARGMANN-Test läßt zudem Zweifel an dem

nicht zufälligen Zustandekommen dieses Faktors aufkommen. Nimmt man für die Interpretation auch noch die Merkmale mit niedrigen Ladungshöhen hinzu, so kann insbesondere aus K66 und K5 auf den Ausdruck eines Solvabilitäts- oder Auflösungsrisikos geschlossen werden. Daß K8 mit KFK/GK durch seine Ladung stärker hervortritt als FK/GK, muß mit der gemischten Stichprobe in Zusammenhang gebracht werden, da dort die schlechten Fälle mit ihren hohen kurzfristigen Verbindlichkeiten etwa ein Viertel ausmachen. Die anderen Kennzahlenladungen unterstützen diese These, wenn auch nicht immer mit vollem Gewicht. Die durch den Faktor zusammengefaßten Kennzahlen sind nur zum Teil in der Lage, die getroffene Aussagehypothese über diesen Faktor zu stützen.

Faktor 8:

Deutlich markieren K6o und K3o den Faktor 8. Sie weisen auf den absoluten Anteil von Barmitteln am Umlaufvermögen sowie auf die Ausrichtung der Barliquidität an der Gesamtleistung hin. Den geringen Beitrag, den die Wagnisdeckung (K66) zur Interpretation des Faktors liefert, ist wieder Ausfluß der gemischten Stichprobe. Denn anhand der Mittelwerte läßt sich feststellen, daß schlechte Objekte bei geringer Barliquidität auch entsprechende Wagnisdeckung vermissen lassen. Bei guten Fällen sind dagegen hohe Liquidität und Wagnisdeckung festzustellen. Die Liquiditätskennzahl K98 wird durch ihre schon erwähnte "schwierige Konstruktion" bei der Berechnung von Korrelationen nicht entsprechend erfaßt. Ebenso ist ihr Erklärungswert, den sie für die Faktorenbeschreibung

beisteuert, äußerst gering (vgl. die Kommunalität von o.o2). Da die Zuordnung anhand dieser Ergebnisse nicht eindeutig möglich ist, wird sie bei den weiteren Überlegungen vernachlässigt.

Da schiefwinklig rotiert worden ist, sind diese Faktoren nicht völlig unabhängig voneinander. Die Faktoren-Korrelationen von S-3/G-77 lassen hingegen keine stark schiefwinklige Lösung erkennen. So bestehen zwischen den Faktoren 1 und 2 mit den Koeffizienten |o.22| sowie zwischen 1 und 6 mit |o.19| die engsten Zusammenhänge[1]. Die aufgestellten Faktoreninterpretationen stehen mit diesem Ergebnis jedoch nicht in Widerspruch.

Für die endgültige Bildung der Bilanzkomponenten stehen nun zwei Wege offen:

- Schätzung der Faktorenwerte und univariate nichtparametrische Diskriminanzanalyse
- multivariate nichtparametrische Diskriminanzanalyse mit den durch die Faktoren gebildeten Kennzahlengruppen.

Der erste Vorschlag ist die logische Fortsetzung der Faktorenanalyse, da die Zerlegung der Ausgangsvariablen erst durch die Berechnung der Faktorenwerte (factor scores) beendet ist. Diese Faktorenwerte sind die Schätzwerte der neu gebildeten (hypo-

---

1) Da die Vorzeichen der Ladungen insgesamt umgekehrt werden können, sind die Vorzeichen der Faktorenkorrelationen nicht interpretierbar. Vgl. K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, a.a.O., S. 196.

thetischen) Merkmale (eben der Faktoren) auf ein Objekt. Damit ergeben sich jedoch zwei Schwierigkeiten:

- Die Schätzung der Faktorenwerte ist theoretisch problematisch, da die Zahl der gemeinsamen und spezifischen Faktoren die Zahl der Ausgangs-Variablen übersteigt[1],
- Die Faktorenwerte sind ohne die Ladungen nicht zu ermitteln, also direkt an den Kreditfällen nicht zu beobachten. Ihre Berechnung und Güte ist damit insbesondere von der Schätzgüte der Korrelationsmatrix abhängig.

Wie wir gesehen haben, ist gerade der letzte Punkt bei unserem Datenmaterial äußerst strittig. Für die Extraktion von Bilanzkomponenten sind die Schätzfehler auf der Basis unserer gemischten Stichprobe weniger bedeutend, zumal sich bei den drei vorgestellten Stichprobengruppen (S-1/G-77, S-3/G-77, S-5/G-77) die Stabilität der Komponenten gezeigt hat. Die genaue numerische Schätzung der Ladungen muß hingegen aus den Überlegungen zur Korrelationsmatrix mit großer Skepsis betrachtet werden.

Für unsere Zwecke scheint uns daher der zweite Weg eher geeignet, die mit den Faktoren deutlich gewordenen Kennzahlengruppen für eine multivariate Analyse weiterzuverwenden. Dabei wird der Fehler in Kauf genommen, daß die Faktoreninterpretationen und Bezeichnungen auf unterschiedlichen Ladungsgewichten beruhen, die Kennzahlen innerhalb der Gruppe jedoch extern ungewichtet in die weitere Analyse eingehen.

---

1) Vgl. zur Problematik und zu verschiedenen Hilfsverfahren etwa D. REVENSTORF: Lehrbuch ..., a.a.O., S. 258 ff.

Da die Anzahl der hohen und mittleren Ladungen in den jeweiligen Kennzahlengruppen jedoch überwiegen, sehen wir diesen Fehler als akzeptabel an. Denn die "interne Gewichtung" durch die Aufnahme mehrerer sachlich gleichgewichteter Bilanzkennzahlen ist dominierend. Die Beschränkung allein auf die Markiervariablen wäre dann eine Lösung, wenn alle Merkmale hohe Kommunalitäten aufweisen würden. So jedoch würde durch Unterdrückung der Bilanzkennzahlen mit niedriger Kommunalität auf einen Informationsteil verzichtet.

In Zusammenfassung können daher folgende Bilanzkomponenten und die sie beschreibenden Kennzahlen aufgestellt werden:

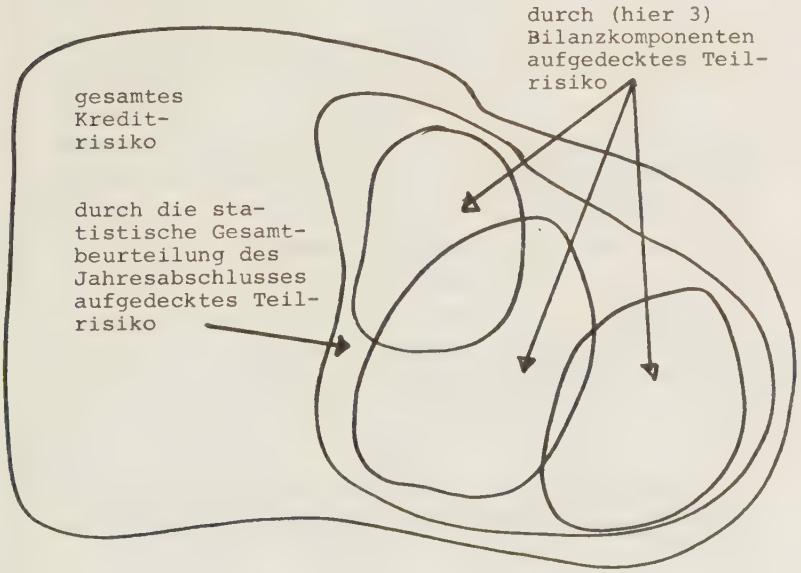
Komponente 1 (Ertragskraft)
K139, K127, K125, K13o, K91, K95, K23
Komponente 2 (Kapitalbindung)
K57, K46, K58, K49, K47
Komponente 3 (mittelfristige Liquidität)
K71, K75, K52
Komponente 4 (Personalkostenintensität)
K8o, K81, K78, K95
Komponente 5 (Vorratsintensität)
K35, K62, K29, K72, K74
Komponente 6 (Schuldentilgungskraft)
K138, K132
Komponente 7 (Auflösungsrisiko)
K8, K66, K5, K13o, K95, K133
Komponente 8 (Barliquidität)
K6o, K3o K66

Um möglichst disjunkte Kennzahlengruppen zu bilden und Merkmale mit niedrigen Ladungen nicht überzubewerten, sind Bilanzkennzahlen mit kleinen Gewichten der Komponente zugeordnet worden, deren Faktor sie am höchsten lädt. Dabei sind alle drei Ladungsmatrizen (in gewisser Weise subjektiv) miteinander verglichen worden. Eine Ausnahme bilden dabei K95 und K13o, die bedeutende Ladungen auch in anderen Faktoren gezeigt haben, so daß sie in verschiedenen Bilanzkennzahlengruppen wiederzufinden sind.

Insgesamt stellt diese Extraktion von Bilanzkomponenten und deren Beschreibung durch Bilanzkennzahlengruppen einen empirisch begründeten Versuch dar, die wesentlichen Informationsinhalte eines Jahresabschlusses durch wenige Größen zu beschreiben. Die Ergebnisse sind abhängig von der Datengrundlage und dürfen nach den an verschiedenen Stellen genannten Unzulänglichkeiten nicht als absolut und unumstößlich bezeichnet werden. Wir halten dennoch den eingeschlagenen Weg für die Kreditwürdigkeitsprüfung als eine brauchbare Ergänzung und sehen in der Lösung der Datenauswertungsschwächen (wie etwa Problematik der Ausreißer und Korrelationsschätzung) eine lohnende Perspektive für künftige Forschungen.

43 Erweiterung des Analyseinstrumentes um die Beurteilungsfähigkeit von Bilanzkomponenten

Die schon vorgestellte Gesamtbeurteilung des Jahresabschlußmaterials ist für eine Kreditwürdigkeitsprüfung auf diesem Teilgebiet ausreichend[1], da dadurch die zur Verfügung stehenden Bilanzinformationen im Rahmen der statistischen Methode umfassend ausgewertet werden. Die Betrachtung von Bilanzkomponenten deckt hingegen nur Teilrisiken auf, deren Zusammenfassung zu den schon erwähnten Gewichtungsproblemen führen würde, zumal Überschneidungen nicht ausgeschlossen werden können[2]. Graphisch läßt sich dies wie folgt darstellen:



1) Dabei gilt es zu beachten, daß die Bilanz nur ein einzelner Bestimmungsfaktor ist, dessen Gewicht für die Gesamtbeurteilung meist schwer festzulegen ist.

2) Vgl. die Ergebnisse der schiefwinkligen Rotation.

Für die Sammlung weiterer Informationen über den Kreditnehmer, für die Erforschung der Ursachen vorliegender Jahresabschluß-Strukturen, für Beratungen im Rahmen der Kreditüberwachung oder für Akquisitionszwecke kann die Beurteilung der einzelnen Jahresabschlußkomponenten eine durchaus zweckmäßige Erweiterung des Analyseinstrumentes darstellen. Tabelle 4.12 enthält die Graphiken der relativen Risikomaße (Risikoindex)[1], der Gesamtbeurteilung sowie der acht Bilanzkomponenten über einen 5-Jahres-Zeitraum beim Objekt Nr. S-38, einem schlechten Fall.

Das betreffende Kreditinstitut ist vom Konkurs förmlich überrascht worden, so daß eine Einzelwertberichtigung vorher nicht gebildet wurde. Da das Unternehmen zum 3o.6. bilanziert, besteht zwischen Konkurseröffnung und dem 1. Jahr vor SD rund 1o Monate Zwischenraum. Bei Anwendung des vorgeschlagenen statistischen Bilanzanalyseverfahrens hätte der Kreditgeber bereits nach Vorlage des Jahresabschlusses aus dem 3. Jahr vor SD ein akutes Kreditrisiko erkennen müssen. Besonders der Sprung vom 4. zum 3. Jahr vor SD zeigt ungewöhnliche negative Veränderungen auf. Es sei dahingestellt, ob außerhalb des Jahresabschlusses dem Kreditinstitut Informationen zur Verfügung gestanden haben, die diese Entwicklung bereits früher angezeigt hätten. Die Bilanzkomponentenanalyse zeigt in Ergänzung zur Gesamtbeurteilung etwa als mögliche Krisenursache eine stets angespannte Ertragslage auf. Dieses akute Risikozeichen im Bereich der Ertragskraft trotz positiver allgemeiner sonstiger Lage hätte bereits im

---

1) Zur Ableitung vgl. Kapitel 331.

Variablen-set	- A für die Gesamtbeurteilung - lt. Tabelle für die Komponenten
Zahl der Merkmale	- 13 für die Gesamtbeurteilung - lt. Tabelle für die Komponenten
Fehlerschätzung	entfällt
Klassifikator	F/H
Schadensfunktion	umgekehrt-proportional
NN-Umfang	15
training-sample	S-5/G-77
test-sample	Objekt Nr. S-38
LR-Koeffizient	1

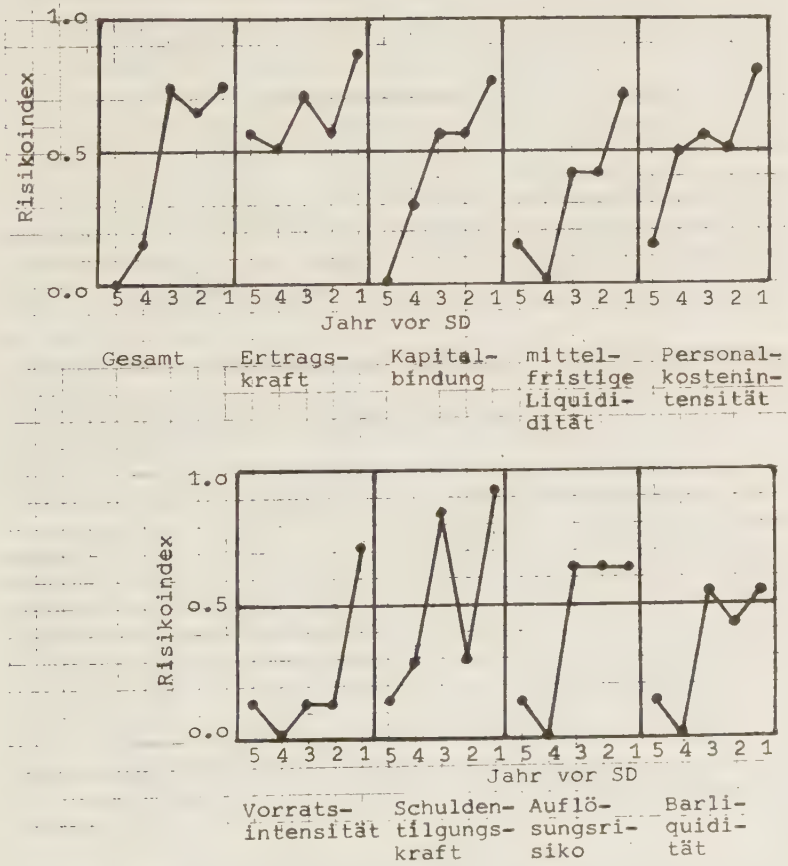


Tabelle 4.12 :Graphiken der relativen Risikomaße (Risikoindex) für Objekt Nr. S-38

5. Jahr vor SD den Kreditgeber aufmerksam werden lassen müssen, ohne daß aus dem Jahresabschluß allein schon akute Krisenanzeichen sichtbar geworden wären. Es ist durchaus möglich, daß bei rechtzeitiger Erkenntnis der Unternehmensschwächen durch den Kreditgeber und dessen direkte und indirekte Einflußmöglichkeiten der Konkurs hätte vermieden werden können.

Da eine solche graphische Darstellung nach Bilanzaufbereitung mechanisch in Sekunden durchgeführt werden kann und somit den Kreditsachbearbeiter nicht belastet, steht für die Einzelfallinterpretation, die Suche nach weiteren Erkenntnissen etwa über die Person, die Krisenursachenforschung oder die daraus folgenden Handlungen deutlich mehr der knappen Zeit zur Verfügung. Die optische Auswertung sowie ein im Intervall [o,1] normierter Risikoindex erleichtern die Verarbeitung der angebotenen Information durch den Kreditgeber. Wie schon oft erwähnt und auch aus dem Beispiel abgelesen werden kann, spielt die Beurteilung der einzelnen Bilanzkomponenten keine Ersatzrolle für eine Gesamtanalyse, sondern ist als ergänzende Information anzusehen, da nur bestimmte Bereiche aus dem Jahresabschluß ausgewertet werden.

44 Mögliche Einflußnahme verschiedener Fehlerarten

An verschiedenen Stellen ist darauf hingewiesen worden, daß sich durch die Komplexität des gesamten Mustererkennungsprozesses immer wieder Fehlerquellen eröffnen, die zu falschen Entscheidungen führen können. Dies beginnt bereits bei der Datenerhebung, setzt sich über die Stellung von Prämissen fort und selbst die Beurteilung der Bilanzkomponenten bleibt davon nicht unberührt. Für die Einschätzung der Klassifikationsergebnisse ist jedoch die Kenntnis der bedeutendsten Fehlerquellen unerläßlich. Zum einen kann dann in der praktischen Anwendung der statistischen Bilanzanalyse ein besonderes Augenmerk auf solche Schwachpunkte gelegt werden, um Fehler so weit wie möglich zu vermeiden, zum anderen kann etwa durch Vergleichsrechnungen versucht werden, den Fehlerumfang zu bestimmen, so daß solche Zusatzinformationen eine korrekte Entscheidungsfindung wahrscheinlicher machen.

Abbildung 4.3 zeigt die wesentlichen Fehlerursachen systematisch auf. Spezifikationsfehler betreffen den gesamten Modellsatz, während sich die Schätzfehler auf die einzelnen Variablen des Modells beziehen[1]. Mängel in der Klassenabgrenzung sind auch in unserer Untersuchung deutlich geworden. Da der erkennbare Risikoanteil aus dem Jahresabschluß manchmal sehr gering sein kann, haben sich manche schlechte Fälle mit Bilanzen gezeigt, die von guten Objekten nicht zu unterscheiden waren. Umgekehrt gilt ähnliches für gute Fälle. Ein Teil der Fehlklassifikationen ist auf diesen Umstand zurückzuführen. In dem Zirkelschluß, daß gute und schlechte Muster zu erheben sind, deren Identität anhand der Bilanz erst aber noch festgestellt werden

---

1) Vgl. zu ähnlicher Abgrenzung im Rahmen der Regressionsmodelle etwa H. SCHNEEWEISS: Ökonometrie, a.a.O., S. 148 ff. und 216 ff.

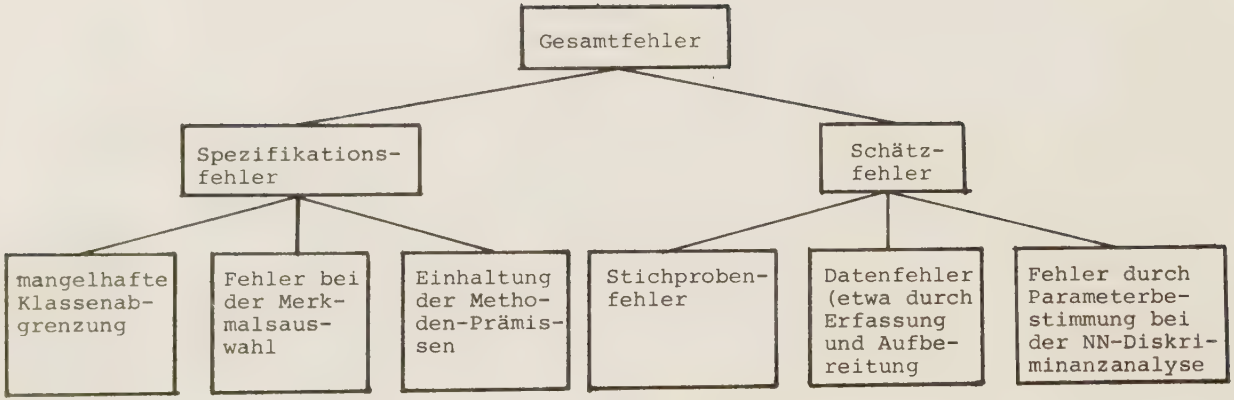


Abbildung 4.3 : Die wichtigsten Fehlerquellen im Mustererkennungsprozeß bei der statistischen Bilanzanalyse

soll, liegt eine Modellfehlspezifikation. Der Einfluß wäre zu mildern, indem falsch klassifizierte Objekte entfernt würden. Dies hätte andererseits aber Einfluß auf den Stichprobenfehler. Die wechselseitige Beziehung jedoch ist nur schwer abzuschätzen. Wenn aber keine Fehlerraten geschätzt werden sollen, ist eine entsprechende Korrektur des training-sample ein durchaus akzeptabler Weg, die Musterklassenaufstellung nicht mit solchem Spezifikationsfehler zu belasten.

Die Merkmalsauswahl und -reduktion hat sich bereits als problematisch herausgestellt. Die Fehlerumfänge und -richtungen sind an den entsprechenden Stellen diskutiert worden. Dabei hat sich gezeigt, daß bei Beachtung einiger Auswahlregeln im allgemeinen gute Trennergebnisse erzielt werden können. Der Fehler, der sich in der Abweichung von der optimal möglichen Diskriminierungsfähigkeit eines Merkmals-set zeigt, ist bei der praktischen Anwendung i.d.R. unbekannt und kann allein bei Vorliegen von Verteilungsinformationen geschätzt werden.

Bei den vorgeschlagenen nichtparametrischen Klassifikatoren ist die Einhaltung der wenigen erwähnten Prämissen auch in der Praxis durchaus möglich. Der Einfluß dieser Fehlspezifikationsmöglichkeit ist dann als sehr gering zu erachten. Anders ist dies bei der Wahl parametrischer Verfahren, da die empirischen Untersuchungen die zu setzenden Prämissen i.d.R. nicht bestätigen konnten. In solchen Fällen muß dieser Punkt als bedeutende Fehlerquelle angesehen werden, die zudem nicht kontrolliert werden kann. Gerade die in bezug auf die Verwendbarkeit parametrischer Klassifika-

toren divergierende Aussage von WEINRICH[1] und GEBHARDT[2] deuten auf die Schwierigkeiten bei der Einschätzung solcher Spezifikationsfehler hin.

Die Schätzfehler beruhen im allgemeinen auf Mängeln im Datenmaterial und dessen Gewinnung. So haben schon die Schwierigkeiten bei der zugrundeliegenden Stichprobenerhebung darauf hingewiesen, daß gerade in diesem Themenbereich theoretisch notwendige Stichprobenpläne und deren praktische Erfüllbarkeit oft weit auseinanderliegen. Dies beruht zum Teil auf der externen Stellung des Untersuchenden gegenüber den Datenlieferanten, ist aber überwiegend ein Problem der Bilanzinformationen als solche. Durch bewußte Vermeidung von Willkürauswahlen sowie durch eine breit angelegte Erhebung können solche Fehler gering gehalten werden.

Schwer abschätzbar sind die Fehler aus mangelhafter Datenaufbereitung, während Erfassungsmängel grundsätzlich vermeidbar sind. Die Aufbereitung und damit Vergleichbarmachung der Jahresabschlüsse ist ein Transformationsproblem, das vor die (eigentliche) statistische Auswertung zu ziehen ist. Somit ist die Abgrenzung zum Spezifikationsfehler schwierig durchzuführen. Andererseits kann man auf dem Standpunkt stehen, daß die Merkmale erst dann im Modell verwendbar sind, wenn sie eindeutig definiert sind. Dies

---

1) Vgl. G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognose, a.a.O., S. 123 ff., der die lineare Diskriminanzanalyse als ungeeignet ablehnt.

2) Vgl. G. GEBHARDT: Insolvenzprognose ..., a.a.O., S. 284, der mit der linearen Diskriminanzanalyse nach seiner Ansicht durchaus akzeptable Ergebnisse erzielt.

wiederum zieht die gleichartige Datenerhebung nach sich. Somit stellen Aufbereitungsmängel Datenfehler dar, deren Beseitigung oder Erkennen nach der Aufbereitung nicht mehr möglich sind. Denn wenn etwa ein Merkmal als "Betriebsergebnis/Umsatz" definiert ist, reicht dies für eine fehlerfreie Datenerfassung nicht aus. Zusätzlich muß angegeben sein, wie das Betriebsergebnis, wie der Umsatz zu ermitteln ist. Schon früher haben wir auf die Probleme hingewiesen[1], die damit zusammenhängen. Die Beseitigung solcher Datenmängel ist durch den Modellbauer i.d.R. nicht möglich, da das Original-Jahresabschlußmaterial für ihn ein Datum darstellt. Durch genaue Aufbereitungsregeln kann jedoch der Versuch unternommen werden, durch diese notwendige Transformationen nicht noch weitere Fehler zu erzeugen.

Auch die Fehler, die durch die Festlegung der freien Parameter bei den NN-Klassifikatoren entstehen können[2], sind nur schwerlich von Spezifikationsfehlern zu trennen. Da die Parameterwahl jedoch im wesentlichen die Dichteschätzproblematik berührt, erscheint die Einordnung unter die Schätzfehler sinnvoll. Im empirischen Studienteil sind Vorschläge gemacht worden, solche Fehler gering zu halten. Die bedeutendste Möglichkeit liegt dabei in der Ausweitung des Stichprobenumfanges und der Auswahl homogener Stichprobenschichten (Branchen).

Die Einflußnahme verschiedener Fehlerarten, die sich in einem nicht quantifizierten Gesamtfehler äußern,

---

1) Vgl. Kapitel 122.

2) Vgl. Kapitel 331.

ist nicht zur unterschätzen, aber nach unseren empirischen Ergebnissen auch nicht so hoch zu bewerten, daß eine statistische Bilanzanalyse auf die vorgestellte Weise als sinnlos anzusehen wäre. Zukünftige Anwender, insbesondere also Praktiker, sind aus dieser Sicht jedoch vor einer unkontrollierten, routinemäßigen Anwendung eines solchen Mustererkennungsprozesses zur warnen, wenn sie dann nicht von ihren eigenen Ergebnissen enttäuscht sein wollen.

5 Zusammenfassung der Ergebnisse zur statistischen Bilanzanalyse bei der Kreditwürdigkeitsprüfung

Ausgangspunkt dieser Studie ist die Frage nach der Auswertung des Jahresabschlusses im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung. In der Praxis wird der Bilanzanalyse eine hohe Bedeutung zugewiesen. Der dafür notwendige Analyseaufwand steht jedoch oft im Widerspruch zur Qualifikation des Kreditsachbearbeiters und zur verfügbaren Zeit - insbesondere bei Krediten an kleine und mittlere Unternehmen. Wenn auch die Größendimension des Massengeschäftes "Konsumentenkredite" nicht erreicht werden, so stellt sich dennoch bei Berücksichtigung von fortlaufenden Kreditwürdigkeitsüberprüfungen (Kreditüberwachungen) die Frage, ob durch zusätzliche Informationen und besondere Auswertungsmethoden Kreditrisiken aus den Jahresabschlüssen nicht frühzeitig erkannt werden können, ohne eine manuelle Analyse durchführen zu müssen. Gelingt dies, kann die verfügbare knappe Zeit auf wichtige andere Bestimmungsfaktoren der Kreditwürdigkeit ausgedehnt werden, ohne die Bilanzauswertung vernachlässigt zu haben. Es wird dargelegt, daß durch die Untersuchung von Bilanzen nur ein Teilrisiko des gesamten Bonitätsrisikos beurteilt wird, wobei der Anteil jedoch unbekannt ist. Daher wird nicht nach einer umfassenden Kreditentscheidungsregel gesucht, sondern das Ziel angestrebt, eine statistisch fundierte Bilanz-Beurteilung auf die Früherkennung von Kreditrisiken hin zu entwickeln.

Auch die in der Praxis verbreiteten sogenannten Branchendienste bieten den Analysten zusätzliche Auswertungsinformationen an, die aus statistischen Lage- und Streuungsmaßzahlen bestehen. Da dort jedoch von einer aus guten und schlechten Unternehmen gemischten Popu-

lation ausgegangen wird, läßt sich auf dieser Basis keine Regel für eine nichtmanuelle Bilanzanalyse aufbauen.

Ebenso weisen die in der Literatur zur Insolvenz- und Kreditwürdigkeitsprognose vorgeschlagenen statistischen Verfahren Mängel auf, indem sie entweder dem Datenmaterial nicht angemessen sind und dadurch den methodisch vorgegebenen Optimalitätsanspruch verlieren oder indem sie "nur" heuristisch fundiert sind. Der Grund für das Scheitern der zuletzt genannten Verfahren liegt daher vor allem im für Bilanzmaterial zu geringen Stichprobenumfang und im Aufbau der Verfahren auf deskriptiven Größen begründet. Hinzu kommt für alle dargestellten Methoden, daß die in der Literatur aufgezeigten Prognoseergebnisse auf einer nicht der Realität entsprechenden Experimentiersituation beruhen, in der gute und schlechte Unternehmen in sogenannter gepaarter Form auftreten. Da die so gewonnenen Ergebnisse in der praktischen Anwendung i.d.R. nicht in gleicher Weise wiederholt werden können, ist dies Anlaß für die Kritiker, eine statistische Bilanzauswertung oft pauschal abzulehnen.

Der aus der Bildverarbeitung und Zeichenerkennung her bekannte Mustererkennungsprozeß zeigt eine Möglichkeit auf, wie in geschlossener Form durch statistische Methoden eine Bilanz als gut oder schlecht erkannt werden kann. Kernpunkt dieses Prozesses ist der Klassifikator, der auf entscheidungstheoretischer Grundlage arbeitet. Dem Bilanzdatenmaterial erscheint ein nichtparametrischer Klassifikator angemessener als ein parametrischer, da sich aus Vorläuferstudien gezeigt hat, daß die dafür im allgemeinen notwendigen Verteilungsannahmen nicht getroffen werden können. Die empiri-

sche Überprüfung hat dies auch bei der vorliegenden Erhebung bestätigt. Durch die Analogie zum in der Kreditwürdigkeitsprüfung bereits bekannten Betriebsvergleich bieten sich als nichtparametrische Klassifikatoren hier die Nearest-Neighbor-Verfahren an, da hierbei die zu klassifizierende Bilanz durch die am ähnlichsten strukturierten Vergleichsbilanzen beurteilt wird.

Nach der schwierigen Erhebung des Datenmaterials stehen für die empirischen Tests der vorgeschlagenen Klassifikatoren 119 schlechte Unternehmen für 5 aufeinanderfolgende Abschlußjahre und 327 gute Objekte für 4 Bilanzjahre zur Verfügung. Die Merkmale zur Beurteilung bestehen aus einer Menge Bilanzkennzahlen, von denen nach verschiedenen Kriterien 33 für die weitere Verarbeitung ausgewählt werden. Die bei der deskriptiven Untersuchung festgestellten Ausreißer bringen gerade bei der Maßzahlenbildung erhebliche Probleme mit sich, die im Rahmen dieser Studie nicht abschließend gelöst werden können. Als hilfreich hat sich in diesem Zusammenhang die Schätzung von robusten Mittelwerten und Streuungen erwiesen, die gegenüber den üblichen Maßzahlen - wie dem arithmetischen Mittel und der Standardabweichung - deutlich sinnvoller interpretiert werden können.

Die univariate Diskriminanzanalyse mit dem F/H-Klassifikator gibt zu erkennen, daß einzelne Bilanzkennzahlen deutlichere Trenninformationen vermitteln als andere. Isoliert betrachtet erweist sich die Kennzahl

$$(KFK \cdot 360)/GL$$

als guter Frühindikator für Krisenanzeichen, während

die Kennzahl

BERG/KFK

erst in den drei letzten Jahren vor einer akuten Krise besser abschneidet.

FK/GK bzw. EK/GK

hingegen liegt erst im Jahr vor akutem Risikoeintritt daneben in vorderster Position.

Auf die Fehlbeurteilungen bezogen lassen sich bessere Ergebnisse mit multivariaten Verfahren erzielen. Da eine optimale Auswahl eines entsprechenden Kennzahlenset die derzeitige Leistungsfähigkeit der Computer übersteigt, hat sich dafür eine auf den vorangegangenen deskriptiven Untersuchungen und den univariaten Trennanalysen aufgebaute heuristische Lösung als sehr gut erwiesen. Dies zeigt der Leistungsvergleich mit verschiedenen Variablenkombinationen.

Die Gegenüberstellung der vorgeschlagenen NN-Verfahrensvarianten gab der verhältnismäßig einfachen F/H-Methode den Vorzug. Ähnlich hat sich die city-block-Metrik als ein für den Bilanzvergleich notwendiges Distanzmaß gegenüber anderen MINKOWSKI-Metriken besser bewährt. Weiterhin bestätigt der Vergleich mit parametrischen Verfahren die Überlegenheit der vorgeschlagenen nichtparametrischen Klassifikationen.

Die Empfehlung für eine regelmäßig anzuwendende statistische Bilanzauswertung im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung beinhaltet als wichtigsten Punkt die stän-

dige Überwachung von Daten und Methoden durch darin erfahrene Fachkräfte. Eine Automatisierung ohne diese Berücksichtigung könnte den Anwendern leicht Fehlinformationen liefern. Die Pflege und ständige Kontrolle der training - Datenbank als Auswertungsgrundlage ist dabei von entscheidender Bedeutung. Der Vorschlag zur Entdeckung multivariater Ausreißer ist eine in diesen Bereich fallende Hilfsmethode.

Da für die Kundenberatung und Krisenursachenforschung eine genauere Kenntnis über den Zustand von Bilanzkomponenten eine wichtige Rolle spielt, kann die Gesamtunternehmensanalyse durch deren Beurteilungsfähigkeit erweitert werden. Mit Hilfe einer Faktorenanalyse sind acht empirische Komponenten aus den 33 Bilanzkennzahlen extrahiert worden:

1. Ertragskraft
2. Kapitalbindung
3. mittelfristige Liquidität
4. Personalkostenintensität
5. Vorratsintensität
6. Schuldentilgungskraft
7. Auflösungsrisiko
8. Barliquidität

Jeder Größe ist diejenige Gruppe von Bilanzkennzahlen zugeordnet, durch die sie beschrieben wird. Die Klassifikation des Beurteilungsobjektes geschieht nun nach jeder dieser Merkmalskombinationen getrennt, so daß sich - graphisch dargestellt - ein differenziertes Risikobild des Unternehmens ergibt, soweit dies aus den Jahresabschlüssen erkennbar ist.

Die Darstellung möglicher Fehlerarten zeigt, daß durch verschiedene Gegenmaßnahmen Auswertungsmängel durchaus begrenzt werden können. Die praxisnahen Testergebnisse haben zudem erkennen lassen, daß trotz aller erwähnten Schwächen in Daten und Methoden die vorgeschlagene statistische Bilanzanalyse im Rahmen der Kreditwürdigkeit ein durchaus akzeptables Instrument ist, um Kreditrisiken frühzeitig zu erkennen und bei der Entscheidungsfindung entsprechend zu berücksichtigen.

Anhang 1

Abkürzungen der erfaßten Bilanzpositionen in alphabetischer Reihenfolge

ABSA	Abschreibungen auf Sachanlagen
AOAB	außerordentliche Abschreibungen
AV	Anlagevermögen (bereinigt)
BAUF	Betriebsaufwand
BERG	Betriebsergebnis
BILE	Bilanzergebnis
BINV	Bruttoinvestitionen
BS	Bilanzssumme (bereinigt)
BU	Bruttoumsatz
EEVS	EEV-Steuern
EK	Eigenkapital (wirtschaftliches)
FAV	Finanzanlagevermögen (bereinigt)
FK	Fremdkapitel
FLL	Forderungen aus Lief. u. Leist.
GEWS	Gewerbe- und Lohnsummensteuer
GK	Gesamtkapitel
GL	Gesamtleistung
GRG	Grundstücke, Gebäude (bereinigt)
GV	Gesamtvermögen
KFK	kurzfristiges Fremdkapitel
LFK	langfristiges Fremdkapitel
LIQ	liquide Mittel
MAUF	Materialaufwand
MOB	Mobilien aus Bruttoinvestitionen
NEUT	neutrales Ergebnis
PAUF	Personalaufwand
RERT	Rohertrag
SAV	Sachanlagevermögen (bereinigt)
SOA	sonstiger ordentlicher Aufwand
SOE	sonstiger ordentlicher Ertrag
U	Nettoumsatz
UB	Unterbilanz
UV	Umlaufvermögen (bereinigt)
VLL	Verbindlichkeiten aus Lief. u. Leist.
VORR	Vorräte
WERS	Wertschöpfung
WEV	Wechselverbindlichkeiten
ZIN	Zinsen

Anhang 2

verwendete Branchensystematik[a] (Kurzbezeichnungen)

o	Land- und Forstwirtschaft
5	Gärtnerei
2o	Verarbeitung chemischer Produkte
21	Kunststoffverarbeitung
22	Gewinnung und Verarbeitung von Steinen und Erden
23	Eisen- und Nichteisen-Metallerzeugung
24	Maschinenbau
25	Elektrotechnik
26	Holz-Papier-Druckgewerbe
27	Textil- und Bekleidungsgewerbe
28/29	Nahrungs- und Genußmittelgewerbe
3o	Bauhauptgewerbe
31	Bauhilfsgewerbe
4o/41	Großhandel
42	Handelsvermittlung
43	Einzelhandel
5o	Verkehr
7o/71	Dienstleistungen

a) Zur genauen Bezeichnung sowie Abgrenzung vgl. Statistisches Bundesamt: Systematik der Wirtschaftszweige, Wiesbaden 1961.

Anhang 3

Kennzahlen-Katalog

1			EK/GK
2			EK/FK
3			EK/LFK
4			EK/KFK
5	+	+	FK/GK
6			LFK/GK
7	+		LFK/FK
8	+	+	KFK/GK
9			KFK/FK
1o			KFK/LFK
11	+		VLL/KFK
12			VLL/(VLL+WEV)
13			WEV/KFK
14			WEV/VLL
15			WEV/(VLL+WEV)
16			(VLL+WEV)/KFK
17	+		(GV-LIQ-GRG)/GV
18			(AV+UB)/GV
19			(AV+UB)/UV
2o			AV/GV
21	+		SAV/GV
22			GRG/GV
23	+	+	GRG/SAV
24			FAV/GV
25			FAV/SAV
26			UV/GV
27			UV/AV
28			VORR/GV
29	+	+	VORR/UV
3o	+	+	LIQ/GV

```
31          LIQ/UV
32          LIQ/FLL
33          FLL/UV
34          (LIQ+FLL)/GV
35    + +   (LIQ+FLL)/UV
36          UB/GV
37          (GK·36o)/U
38    +     (GK·36o)/GL
39          (EK·36o)/U
4o          (EK·36o)/GL
41          (FK·36o)/U
42    +     (FK·36o)/GL
43          (LFK·36o)/U
44          (LFK·36o)/GL
45          (KFK·36o)/U
46    + +   (KFK·36o)/GL
47    + +   (VLL·36o)/MAUF
48          ((WEV+VLL)·36o)/U
49    + +   ((WEV+VLL)·36o)/GL
5o          ((WEV+VLL)·36o)/MAUF
51          ((UV-KFK)·36o)/U
52    + +   ((UV-KFK)·36o)/GL
53    +     (AV·36o)/U
54    +     (SAV·36o)/RERT
55    +     (SAV·36o)/ABSA
56          (VORR·36o)/U
57    + +   (VORR·36o)/GL
58    + +   (VORR·36o)/MAUF
59          (LIQ·36o)/U
6o    + +   (LIQ·36o)/GL
```

```
61        (FLL·360)/GL
62   + +  (FLL·360)/GL
63        ((LIQ+FLL)·360)/U
64        ((LIQ+FLL)·360)/GL
65   +    (UV-KFK)/GV
66   + +  EK/(GV-LIQ-GRG)
67        EK/AV
68   +    EK/SAV
69   + +  EK/(SAV-GRG)
70   +    (EK+LFK)/(AV+UB)
71   + +  KFK/UV
72   + +  KFK/(UV-VORR)
73        KFK/LIQ
74   + +  KFK/(LIQ+FLL)
75   + +  KFK/(LIQ+FLL+VORR)
76        (WEV+VLL)/FLL
77   +    MAUF/GL
78   + +  MAUF/BAUF
79        MAUF/PAUF
80   + +  PAUF/BAUF
81   + +  PAUF/GL
82   +    ABSA/BAUF
83   +    ABSA/GL
84   +    ABSA/(SAV+ABSA)
85   +    ZIN/BAUF
86   +    ZIN/GL
87   +    ZIN/FK
88        EEVS/BILE
89        EEVS/GK
90        SOA/BAUF
```

```
91    + + GEWS/BAUF
92        AOAB/BERG
93        NEUT/BERG
94    +   BAUF/(GL+SOE)
95    + + WERS/GV
96        WERS/SAV
97    +   WERS/PAUF
98    + + (BAUF-ABSA)/(LIQ+FLL-KFK)
99        BINV/GL
1oo       BINV/ABSA
1o1       BINV/(SAV+ABSA)
1o2   +   GL/BU
1o3       GL/U
1o4       SOE/GL
1o5       BILE/U
1o6       BILE/GL
1o7       BILE/GK
1o8       BILE/EK
1o9       BILE/FK
11o       BILE/KFK
111       (BILE+ABSA)/GK
112       (BILE+ABSA)/FK
113       (BILE+ABSA)/KFK
114       (BILE+ABSA)/(FK-LIQ)
115       (BILE+ABSA)/U
116       (BILE+ABSA)/BINV
117       (BILE+EEVS)/GL
118       (BILE+ZIN)/U
119       (BILE+ZIN)/GK
12o       (BILE+EEVS+ABSA)/KFK
```

121		(BILE+EEVS+ZIN)/GK
122		(BILE+EEVS+ZIN)/ZIN
123		(BILE+ZIN+ABSA)/GK
124		BERG/U
125	+ +	BERG/GL
126		BERG/(GL+SOE)
127	+ +	BERG/GK
128		BERG/EK
129		BERG/FK
13o	+ +	(BERG+ABSA)/U
131		(BERG+ABSA)/FK
132	+ +	(BERG+ABSA)/KFK
133	+ +	(BERG+ABSA)/(FK-LIQ)
134		(BERG+ZIN)/GK
135		(BERG+ZIN)/ZIN
136	+	(BERG+ZIN)/(BILE+ZIN+EEVS)
137		(BERG+ZIN+ABSA)/GK
138	+ +	BERG/KFK
139	+ +	(BERG+ABSA)/GK
14o	+	(BERG+ZIN)/U

\+ bedeutet Zugehörigkeit zum 57-Kennzahlen-set

\+ + bedeutet Zugehörigkeit zum 57-Kennzahlen-set und zum stabilen 33-Kennzahlen-set

Anhang 4

Kennzahlen, die nicht in den weiteren Untersuchungskatalog aufgenommen worden sind:

1	EK/GK	LA von K5.
2	EK/FK	Unstetigkeitsstelle bei FK=o. Definitionsbereich [o,GK).Nicht-linear. Nicht normiert, so daß Vergleichbarkeit erschwert ist.
3	EK/LFK	Unstetigkeitsstelle bei LFK=o. Definitionsbereich [o,∞] Nicht normiert. Festgelegt durch K5 und K7.
4	EK/KFK	→ K3.
6	LFK/GK	Zusammenfassung aus K5·K7. Dadurch zwar Informationsverdichtung aber gleichzeitig Informationsverschleierung in bezug auf Trennfähigkeit.
9	KFK/FK	LA von K7.
1o	KFK/LFK	→ K2.
12	VLL/(VLL+WEV)	LA von K15.
13	WEV/KFK	LA von K16. WEV bei ~ 71 % der G-74 gleich Null.
14	WEV/VLL	→ K2. → K13.
15	WEV/(VLL+WEV)	LA von K12. → K13.
16	(VLL+WEV)/KFK	LA von K11 mit K13. → K13.
18	(AV+UB)/GV	→ K2o. Bei guten Fällen mit UB=o kein Unterschied zu K2o. LA von K8 mit K65.

19	(AV+UB)/UV	→ K2.
2o	AV/GV	→ K18.
22	GRG/GV	→ K6. LA von K21 mit K23.
24	FAV/GV	FAV bei ~ 38 % der S-3 und bei ~ 41 % der G-74 gleich Null.
25	FAV/SAV	→ K2. → K24.
26	UV/GV	LA von K18.
27	UV/AV	→ K2.
28	VORR/GV	→ K6.
31	LIQ/UV	LA von K3o mit K18.
32	LIQ/FLL	→ K2.
33	FLL/UV	LA von K31 mit K35.
34	(LIQ+FLL)/GV	LA von K35 mit K18.
36	UB/GV	Bei G gleich Null.
37	(GK·36o)/U	Hohe Abhängigkeit zwischen Umschlagskennzahlen in bezug auf U und in bezug auf GL. In vorgezogenen univariaten nichtparametrischen Diskriminanzanalysen erweisen sich die Kennzahlen mit GL-Nenner leicht überlegen.
39	(EK·36o)/U	LA von K37 mit K41.
4o	(EK·36o)/GL	LA von K38 mit K42.
41	(FK·36o)/U	→ K37.
43	(LFK·36o)/U	→ K37.

44	(LFK·36o)/GL	LA von K42 mit K46.
45	(KFK·36o)/U	→ K37.
48	((WEV+VLL)·36o)/U	→ K37.
5o	((WEV+VLL)·36o)/MAUF	→ K13.
51	((UV-KFK)·36o)/U	→ K37.
56	(VORR·36o)/U	→ K37.
59	(LIQ·36o)/U	→ K37.
61	(FLL·36o)/U	→ K37.
63	((LIQ+FLL)·36o)/U	→ K37.
64	((LIQ+FLL)·36o)/GL	LA von K6o mit K62.
67	EK/AV	Da FAV bei ~38 % der S-3 und bei ~41 % der G-74 gleich Null, wäre oft Übereinstimmung mit K68 vorhanden.
73	KFK/LIQ	häufigeres Auftreten von missing-values.
76	(WEV+VLL)/FLL	häufigeres Auftreten von missing-values.
79	MAUF/PAUF	→ K2.
88	EEVS/BILE	EEVS bei ~8o % der S-3 gleich Null.
89	EEVS/GK	→ K88.

9o	SOA/BAUF	LA von K91 mit K78 mit K8o mit K82.
92	AOAB/BERG	AOAB bei ~ 52 % der S-3 und ~ 58 % der G-74 gleich Null.
93	NEUT/BERG	NEUT bei ~ 17 % der G-74 gleich Null.
96	WERS/SAV	LA von K21 mit K95.
99	BINV/GL	BINV in nur wenigen Fällen erhebbar.
1oo	BINV/ABSA	→ K99.
1o1	BINV/(SAV+ABSA)	→ K99.
1o3	GL/U	Hohe Abhängigkeit zu K1o2.
1o4	SOE/GL	SOE bei ~ 17 % der S-3 und ~ 21 % der G-74 gleich Null.
1o5	BILE/U	Bei vorgezogenen univariaten nichtparametrischen Diskriminanzanalysen zeigt sich, daß aufgrund der Nebenbedingungen bei der Stichprobenerhebung Verzerrungen der Trennergebnisse nicht ausgeschlossen werden können. Daher werden alle Kennzahlen mit BILE im Zähler zu Gunsten der Kennzahlen mit BERG im Zähler nicht aufgenommen.
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	
123	(BILE+ZIN+ABSA)/GK	
124	BERG/U	→ K37.
126	BERG/(GL+SOE)	→ K1o4.
128	BERG/EK	LA von K127 mit K129. Hohe missing-values-Zahlen.

129	BERG/FK	Da FK bei S oft 1, fast LA von K127.
131	(BERG+ABSA)/FK	→ K129.
134	(BERG+ZIN)/GK	LA von K127 mit K137 mit K139.
135	(BERG+ZIN)/ZIN	Häufiges Auftreten von missing-values.
137	(BERG+ZIN+ABSA)/GK	LA von K127 mit K134 mit K139.

Abkürzungen:

→	Begründung analog zu ...
K	Kennzahl
LA	exakte lineare Abhängigkeit
S-3	Klasse der schlechten Objekte, 3. Jahr vor Stichdatum
G-74	Klasse der guten Objekte, Bilanzjahr 1974.

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
5 ARITHM. MITTEL	0.829	0.951	0,899	0,930	0,957	0,641	0,637	0,643	0,636
ROBUSTER MITTELWERT	0.838	0.976	0,908	0,964	**********	0,643	0,640	0,649	0,641
MEDIAN	0.852	0.990	0,929	0,976	1,000	0,659	0,661	0,695	0,679
STANDARDABWEICHUNG	0.160	0.141	0,113	0,092	0,068	0,215	0,214	0,216	0,212
SCHIEFE	-1.164	-1.534	-1,468	-1,443	-1,883	-0,436	-0,491	-0,588	-0,562
WOELBUNG	1.366	2.990	2,744	1,996	3,703	-0,707	-0,561	-0,520	-0,487
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.109	0.050	0,071	0,024	0,0	0,164	0,157	0,148	0,145
1. QUARTIL	0.753	0.958	0,829	0,877	0,911	0,494	0,487	0,496	0,483
3. QUARTIL	0.972	0.997	1,000	1,000	1,000	0,824	0,809	0,809	0,812
MINIMUM	0.260	0.439	0,427	0,558	0,670	0,126	0,034	0,029	0,030
MAXIMUM	1.000	1.000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,994	0,977
ZAHL DER AUSREISSER	0	1	1	1	2	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
7 ARITHM. MITTEL	0.251	0.667	0,294	0,300	0,310	0,282	0,290	0,290	0,285
ROBUSTER MITTELWERT	0.246	0.664	0,292	0,298	0,300	0,278	0,285	0,286	0,279
MEDIAN	0.227	0.668	0,293	0,273	0,285	0,235	0,251	0,255	0,261
STANDARDABWEICHUNG	0.199	0.207	0,211	0,211	0,207	0,247	0,253	0,250	0,241
SCHIEFE	0.647	0.305	0,399	0,475	0,546	0,694	0,654	0,665	0,681
WOELBUNG	-0.367	-0.828	-0,699	-0,597	-0,343	-0,354	-0,477	-0,425	-0,399
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.145	0.156	0,176	0,178	0,131	0,199	0,196	0,197	0,188
1. QUARTIL	0.082	0.086	0,106	0,108	0,164	0,058	0,057	0,060	0,065
3. QUARTIL	0.380	0.440	0,466	0,471	0,445	0,463	0,456	0,458	0,445
MINIMUM	0.0	0.0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MAXIMUM	0.838	0.821	0,830	0,847	0,831	0,981	0,975	0,972	0,971
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
8 ARITHM. MITTEL	0.621	0.830	0,635	0,652	0,659	0,458	0,446	0,452	0,447
ROBUSTER MITTELWERT	0.621	0.830	0,637	0,653	0,666	0,456	0,442	0,451	0,446
MEDIAN	0.569	0.817	0,611	0,644	0,668	0,448	0,420	0,442	0,446
STANDARDABWEICHUNG	0.212	0.221	0,213	0,215	0,204	0,231	0,229	0,229	0,212
SCHIEFE	-0.161	-0.193	-0,069	-0,164	-0,285	0,303	0,362	0,243	0,157
WOELBUNG	-1.012	-1.061	-0,825	-0,858	-0,445	-0,700	-0,636	-0,805	-0,675
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.192	0.176	0,164	0,181	0,127	0,172	0,165	0,180	0,154
1. QUARTIL	0.448	0.455	0,491	0,479	0,536	0,263	0,263	0,261	0,293
3. QUARTIL	0.811	0.827	0,798	0,855	0,783	0,605	0,599	0,615	0,598
MINIMUM	0.120	0.178	0,134	0,153	0,169	0,016	0,021	0,014	0,023
MAXIMUM	1.000	1.000	1,000	1,000	1,000	0,999	0,997	0,987	0,979
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
11 [illegible]	0.297	0.[illegible]	0.278	0.274	0.293	0.335	0.335	0.318	0.332
[illegible]	0.290	0.[illegible]	0.267	0.269	0.268	0.329	0.331	0.311	0.321
[illegible]	0.272	0.240	0.252	0.249	0.253	0.287	0.284	0.265	0.274
[illegible]	0.183	0.[illegible]	0.179	0.175	0.189	0.236	0.242	0.230	0.227
[illegible]	0.469	0.782	0.772	0.648	0.637	0.597	0.542	0.681	0.702
[illegible]	-0.735	-0.340	-0.197	-0.391	-0.184	-0.389	-0.801	-0.440	-0.144
[illegible]	0.146	0.[illegible]	0.107	0.122	0.116	0.169	0.174	0.160	0.141
[illegible]	0.148	0.[illegible]	0.140	0.133	0.147	0.136	0.133	0.127	0.159
[illegible]	0.433	0.[illegible]	0.392	0.389	0.376	0.500	0.527	0.469	0.491
[illegible]	0.0	0.020	0.013	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[illegible]	0.718	0.[illegible]	0.755	0.758	0.733	0.969	0.955	0.953	0.964
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	[illegible]	119	119	119	327	327	327	327
17 [illegible]	0.792	0.[illegible]	0.757	0.758	0.793	0.719	0.715	0.736	0.764
[illegible]	0.802	0.[illegible]	0.763	0.765	0.780	0.731	0.730	0.748	0.776
[illegible]	0.835	0.[illegible]	0.799	0.801	0.811	0.758	0.749	0.769	0.811
[illegible]	0.171	0.[illegible]	0.182	0.182	0.176	0.216	0.216	0.213	0.220
[illegible]	-1.146	-0.[illegible]	-0.735	-0.769	-0.906	-0.925	-0.968	-1.038	-1.132
[illegible]	1.444	0.[illegible]	-0.069	0.200	0.046	0.618	0.683	0.916	1.351
[illegible]	0.115	0.[illegible]	0.133	0.127	0.129	0.145	0.136	0.144	0.157
1. QUARTIL	0.699	0.[illegible]	0.632	0.626	0.657	0.602	0.599	0.622	0.626
3. QUARTIL	0.903	0.[illegible]	0.909	0.902	0.910	0.892	0.881	0.908	0.936
[illegible]	0.166	0.[illegible]	0.219	0.135	0.081	0.030	0.048	0.034	0.033
MAXIMUM	1.000	[illegible].000	1.000	[illegible].000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	[illegible]	119	119	119	327	327	327	327
21 [illegible]	0.351	0.[illegible]	0.368	0.364	0.347	0.371	0.368	0.364	0.365
[illegible]	0.336	0.[illegible]	0.364	0.362	0.344	0.363	0.360	0.356	0.359
[illegible]	0.298	0.[illegible]	0.335	0.351	0.333	0.357	0.344	0.327	0.340
[illegible]	0.212	0.[illegible]	0.220	0.220	0.209	0.230	0.230	0.231	0.223
[illegible]	0.842	0.[illegible]	0.518	0.409	0.485	0.579	0.597	0.603	0.568
[illegible]	0.198	-0.[illegible]	-0.645	-0.719	-0.482	-0.181	-0.223	-0.207	-0.272
[illegible]	0.126	0.[illegible]	0.162	0.182	0.159	0.163	0.160	0.159	0.162
[illegible]	0.190	0.[illegible]	0.199	0.174	0.169	0.179	0.190	0.187	0.187
[illegible]	0.466	0.[illegible]	0.532	0.540	0.491	0.512	0.506	0.521	0.509
[illegible]	0.028	0.[illegible]	0.010	0.005	0.007	0.000	0.001	0.0	0.001
MAXIMUM	0.951	0.[illegible]	0.936	0.919	0.953	0.970	0.971	0.967	0.943
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	[illegible]	119	119	119	327	327	327	327

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
29 ARITHM. MITTEL	0.503	0.566	0,594	0,599	0.581	0.546	0,546	0,523	0.436
ROBUSTER MITTELWERT	0.505	0.575	0,607	0,617	0.609	0.546	0,546	0,523	0.436
MEDIAN	0.540	0.601	0,633	0,664	0,647	0,623	0,633	0,610	0,500
STANDARDABWEICHUNG	0.279	0.268	0,262	0,263	0,275	0.328	0,321	0,333	0,367
SCHIEFE	-0.489	-0.720	-0,737	-0,823	-0,785	-0.483	-0,499	-0,400	-0,022
WOELBUNG	-0.757	-0.984	-0,347	-0,160	-0,413	-1.165	-1,078	-1,279	-1,437
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.210	0.177	0,168	0,157	0,166	0,248	0,226	0,246	0,373
1. QUARTIL	0.305	0.420	0,454	0,476	0,482	0,264	0,294	0,212	0,0
3. QUARTIL	0.735	0.750	0,795	0,791	0,809	0,843	0,827	0,814	0,787
MINIMUM	-0.219	0.0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MAXIMUM	0.920	0.954	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	1	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	326	327
29 ARITHM. MITTEL	0.517	0.568	0,582	0,594	0,602	0.521	0,518	0,530	0,488
ROBUSTER MITTELWERT	0.525	0.572	0,582	0,600	0,612	0.522	0,519	0,532	0,488
MEDIAN	0.554	0.590	0,593	0,626	0,639	0,534	0,539	0,546	0,484
STANDARDABWEICHUNG	0.232	0.218	0,226	0,219	0,221	0,252	0,255	0,246	0,253
SCHIEFE	-0.356	-0.517	-0,548	-0,569	-0,738	-0,153	-0,089	-0,170	0,008
WOELBUNG	-0.544	-0.368	-0,387	-0,409	0,183	-0,908	-0,930	-0,771	-0,825
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.139	0.149	0,141	0,159	0,150	0,193	0,188	0,180	0,190
1. QUARTIL	0.363	0.398	0,445	0,453	0,448	0,325	0,316	0,354	0,298
3. QUARTIL	0.671	0.724	0,733	0,768	0,774	0,727	0,707	0,711	0,682
MINIMUM	0.0	0.0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MAXIMUM	0.957	0.954	0,956	0,949	0,976	0,993	0,996	0,985	0,995
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
30 ARITHM. MITTEL	0.023	0.010	0,014	0,011	0,007	0,045	0,051	0,044	0,048
ROBUSTER MITTELWERT	0.013	0.007	0,005	0,004	0,004	0,021	0,030	0,022	0,024
MEDIAN	0.011	0.006	0,004	0,004	0,003	0,017	0,024	0,017	0,017
STANDARDABWEICHUNG	0.033	0.025	0,027	0,022	0,013	0,072	0,068	0,065	0,073
SCHIEFE	2.260	4.381	4,878	4,397	4,006	3,016	2,201	2,632	2,909
WOELBUNG	4.756	8.119	32,939	24,661	18,399	12,143	5,813	8,374	9,144
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.009	0.005	0,004	0,003	0,002	0,014	0,021	0,015	0,015
1. QUARTIL	0.003	0.001	0,001	0,001	0,001	0,005	0,006	0,005	0,005
3. QUARTIL	0.028	0.022	0,016	0,010	0,008	0,051	0,066	0,051	0,058
MINIMUM	0.0	0.0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MAXIMUM	0.151	0.156	0,232	0,153	0,089	0,568	0,462	0,463	0,451
ZAHL DER AUSREISSER	0	6	1	2	2	3	1	2	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR NAME/ANZ	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
35 ARITHM. MITTEL	0.396	0.34[illegible]	0,335	0,307	0,300	0,388	0,399	0,392	0,438
ROBUSTER MITTELWERT	0.382	0.329	0,322	0,299	0,293	0,386	0,398	0,390	0,437
MEDIAN	0.363	0.3[illegible]	0,306	0,284	0,283	0,375	0,393	0,389	0,435
STANDARDABWEICHUNG	0.213	0.1[illegible]	0,196	0,186	0,181	0,228	0,237	0,238	0,242
SCHIEFE	0.549	0.7[illegible]	0,845	0,666	0,737	0,266	0,179	0,240	0,046
WOELBUNG	0.124	0.[illegible]	0,753	0,444	0,793	-0,824	-0,916	-0,736	-0,811
MITTEL D.ABW.V.MED.	0.113	0.1[illegible]	0,122	0,123	0,121	0,180	0,182	0,182	0,180
1. QUARTIL	0.273	0.1[illegible]	0,182	0,172	0,145	0,200	0,214	0,188	0,256
3. QUARTIL	0.510	0.[illegible]	0,428	0,435	0,410	0,557	0,588	0,554	0,617
MINIMUM	0.0	0.0	0,025	0,0	0,0	0,0	0,003	0,0	0,0
MAXIMUM	1.000	0.9[illegible]	0,950	0,910	0,921	0,911	0,897	0,930	0,957
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	11[illegible]	119	119	119	327	327	327	327
36 ARITHM. MITTEL	273.385	289.[illegible]	288,684	307,695	341,487	226,438	223,233	218,407	207,390
ROBUSTER MITTELWERT	241.877	255.0[illegible]	277,818	296,627	314,037	164,636	165,846	166,780	155,510
MEDIAN	228.265	249.9[illegible]	274,091	278,219	278,529	158,196	161,487	157,535	155,072
STANDARDABWEICHUNG	199.910	135.3[illegible]	141,114	156,943	194,948	373,202	342,673	309,785	298,545
SCHIEFE	3.963	1.0[illegible]	1,224	1,178	1,366	6,923	6,824	6,550	6,714
WOELBUNG	24.588	0.7[illegible]	2,373	1,908	1,947	51,139	47,348	47,930	43,133
MITTEL D.ABW.V.MED.	73.704	73.0[illegible]	89,088	88,130	93,722	50,268	54,838	54,330	49,701
1. QUARTIL	161.208	174.0[illegible]	189,063	209,096	210,824	113,558	109,338	110,737	106,879
3. QUARTIL	318.992	322.8[illegible]	364,470	379,968	425,663	221,939	219,148	225,801	204,773
MINIMUM	44.582	54.85[illegible]	56,236	51,943	67,012	23,495	22,514	20,435	22,443
MAXIMUM	1772.547	762.85[illegible]	860,943	954,970	1038,298	3477,693	3158,802	3065,156	2535,886
ZAHL DER AUSREISSER	1	0	1	1	0	5	5	5	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	11[illegible]	119	119	119	327	327	327	327
42 ARITHM. MITTEL	235.243	238.[illegible]	264,384	284,657	320,211	158,897	156,461	151,056	140,520
ROBUSTER MITTELWERT	206.071	223.5[illegible]	253,263	279,281	303,275	104,472	104,599	105,226	96,720
MEDIAN	187.657	210.9[illegible]	231,627	249,523	257,691	93,806	97,667	96,327	92,900
STANDARDABWEICHUNG	192.568	134.5[illegible]	142,986	156,116	196,627	325,452	296,892	269,540	251,629
SCHIEFE	3.447	1.0[illegible]	1,134	1,057	1,358	7,042	6,667	6,683	6,503
WOELBUNG	19.717	0.9[illegible]	1,590	1,206	1,889	53,415	48,541	50,319	45,842
MITTEL D.ABW.V.MED.	76.859	76.1[illegible]	88,082	100,300	95,783	44,295	45,116	43,777	39,230
1. QUARTIL	118.960	138.3[illegible]	151,616	180,000	194,420	58,862	56,533	60,500	53,816
3. QUARTIL	281.455	282.2[illegible]	354,925	369,147	423,663	151,691	159,305	157,736	133,333
MINIMUM	35.269	30.4[illegible]	55,090	47,441	65,384	6,229	3,364	3,364	2,857
MAXIMUM	1604.719	871.7[illegible]	772,553	890,299	1038,298	3134,501	2808,137	2710,178	2231,278
ZAHL DER AUSREISSER	1	0	0	0	0	5	5	5	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	11[illegible]	119	119	119	327	327	327	327

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
46 ARITHM. MITTEL	171.584	179.602	186,189	200,635	220,870	85,770	85,409	83,475	75,767
ROBUSTER MITTELWERT	148.459	150.910	169,108	184,733	195,416	69,535	67,895	68,390	66,402
MEDIAN	131.389	143.937	149,431	168,222	172,726	62,426	62,111	65,099	63,531
STANDARDABWEICHUNG	129.361	120.966	124,905	129,934	146,481	85,506	91,381	81,813	62,431
SCHIEFE	1.518	1.556	1,681	1,364	1,453	4,571	4,933	4,822	3,505
WOELBUNG	2.004	2.334	3,778	1,697	1,858	35,819	41,199	40,934	20,600
MEDIAN D.ABW.V.MED.	59.091	50.823	61,260	69,497	65,759	29,047	30,913	28,339	27,542
1. QUARTIL	81.707	99.740	107,803	108,632	128,036	38,512	37,000	37,708	39,347
3. QUARTIL	213.871	236.926	241,699	247,845	269,169	105,263	97,881	97,102	95,783
MINIMUM	17.215	22.267	25,604	33,783	44,964	6,229	3,364	3,364	2,857
MAXIMUM	661.037	672.176	770,014	849,392	797,087	967,457	1063,792	960,865	589,076
ZAHL DER AUSREISSER	0	1	1	0	0	2	1	1	3
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
47 ARITHM. MITTEL	96.526	99.940	100,566	99,408	112,610	47,579	47,301	45,862	46,090
ROBUSTER MITTELWERT	78.703	81.964	89,446	93,400	99,142	37,673	37,821	35,970	36,838
MEDIAN	71.725	80.119	76,355	87,691	97,561	34,206	32,710	33,723	33,799
STANDARDABWEICHUNG	102.259	74.766	86,691	69,149	101,771	56,834	56,201	53,291	69,882
SCHIEFE	3.992	1.920	2,384	0,966	4,100	5,106	3,916	3,406	9,270
WOELBUNG	24.280	2.120	9,516	0,748	23,026	43,528	23,351	15,604	122,797
MEDIAN D.ABW.V.MED.	38.606	42.773	42,212	47,896	39,783	19,611	20,953	19,852	19,148
1. QUARTIL	36.926	39.037	41,022	40,733	59,005	16,889	13,879	14,184	15,474
3. QUARTIL	115.091	129.453	129,746	138,602	143,133	58,297	62,459	55,703	57,741
MINIMUM	0.0	2.704	4,889	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
MAXIMUM	858.462	349.416	614,118	329,295	797,006	661,935	527,324	405,957	1037,647
ZAHL DER AUSREISSER	1	0	1	0	2	3	4	5	1
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
49 ARITHM. MITTEL	54.886	56.019	58,165	64,287	71,236	28,426	28,963	28,025	28,709
ROBUSTER MITTELWERT	47.771	49.320	52,719	58,171	64,237	24,182	23,902	22,392	22,859
MEDIAN	45.545	49.210	51,965	55,816	64,180	19,643	18,818	18,601	19,543
STANDARDABWEICHUNG	44.176	40.694	39,933	38,770	56,842	26,562	29,857	30,108	27,669
SCHIEFE	2.753	2.393	2,101	1,342	5,076	1,858	2,433	2,804	2,287
WOELBUNG	12.307	8.824	6,764	4,981	37,499	4,328	10,074	12,052	7,527
MEDIAN D.ABW.V.MED.	18.371	18.472	19,631	23,305	23,198	12,389	12,679	11,667	11,523
1. QUARTIL	28.557	31.660	32,334	33,267	41,016	9,981	9,022	8,869	9,507
3. QUARTIL	66.200	67.760	72,108	80,906	88,642	38,848	40,934	34,165	37,308
MINIMUM	0.0	3.023	2,368	5,053	4,303	0,0	0,0	0,0	0,0
MAXIMUM	331.784	287.900	250,700	214,542	541,182	164,462	247,630	243,582	204,494
ZAHL DER AUSREISSER	1	1	2	0	1	2	1	3	3
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR. NR.	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
52 [illegible]	-10.219	-19.909	-23.675	-36.148	-50.153	26.297	27.382	28.621	28.706
[illegible]	-1.489	-7.759	-15.521	-24.338	-32.458	21.333	24.197	25.724	24.671
[illegible]	0.612	-3.929	-8.850	-17.565	-26.665	21.324	21.662	22.654	24.405
[illegible]	64.041	53.266	68.953	75.623	98.527	49.857	44.048	43.031	50.818
[illegible]	-1.931	-1.614	-1.742	-4.831	-2.716	2.025	1.679	1.172	5.262
[illegible]	5.337	0.355	5.647	13.040	11.187	10.821	8.726	4.869	57.354
[illegible]	32.314	28.324	32.413	27.733	35.110	22.815	22.308	21.309	20.905
[illegible]	-39.085	-49.767	-58.093	-58.812	-75.499	-0.550	2.282	4.841	3.236
[illegible]	30.280	20.179	13.114	3.644	0.027	45.424	48.866	49.831	46.542
[illegible]	291.620	-343.719	-375.283	-517.365	-625.655	-90.619	-104.262	-100.478	-96.627
[illegible]	89.551	144.939	98.173	129.711	145.087	385.335	340.584	281.923	627.921
ZAHL DER AUSGELOSTEN	2	1	1	2	2	2	1	3	1
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
53 [illegible]	110.618	109.030	115.850	124.794	133.338	113.314	109.958	105.341	101.235
[illegible]	74.406	83.130	87.423	97.969	97.357	59.477	58.611	56.501	54.390
[illegible]	73.407	78.060	83.773	84.800	85.150	52.539	55.068	49.355	50.000
[illegible]	161.708	98.164	106.445	129.860	170.468	325.411	310.718	271.160	272.485
[illegible]	5.565	2.014	2.386	6.946	4.264	7.350	7.461	6.872	6.997
[illegible]	45.541	8.004	7.096	14.743	23.581	56.357	58.944	49.522	50.024
[illegible]	30.651	29.940	33.099	44.276	46.023	31.548	32.485	28.526	28.536
[illegible]	48.969	49.816	54.655	53.309	53.340	26.242	26.056	26.285	25.193
[illegible]	108.991	125.500	136.742	159.460	144.180	94.607	93.046	90.000	84.174
[illegible]	4.461	3.767	1.875	1.682	1.031	0.810	1.280	0.0	0.638
[illegible]	1310.310	932.057	716.604	879.521	1334.171	2934.148	3130.191	2291.917	2357.444
ZAHL DER AUSGELOSTEN	1	2	1	1	2	5	5	5	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
54 [illegible]	211.243	199.070	219.176	232.765	257.027	247.682	235.991	230.447	223.160
[illegible]	157.853	170.268	182.956	188.017	185.086	152.889	147.377	145.330	142.331
[illegible]	141.608	157.012	171.982	182.058	176.792	141.469	135.283	130.606	134.450
[illegible]	276.622	169.327	176.885	210.792	271.693	671.977	589.392	539.247	524.327
[illegible]	5.303	2.342	2.017	4.499	2.724	8.957	8.387	8.052	7.644
[illegible]	38.699	9.224	4.852	8.104	8.399	92.538	79.804	74.399	63.901
[illegible]	61.837	19.247	73.208	78.385	79.362	82.369	72.052	71.663	70.243
[illegible]	89.711	52.209	109.334	104.531	108.920	64.658	70.795	72.516	65.326
[illegible]	251.138	265.161	255.342	274.451	298.037	235.981	219.720	221.193	210.798
[illegible]	16.693	24.939	10.651	10.141	3.413	1.093	5.235	0.0	4.478
[illegible]	2489.796	982.242	1045.241	1283.023	1599.163	8743.290	7255.373	6462.121	5779.091
ZAHL DER AUSGELOSTEN	2	2	1	2	2	5	5	5	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
55 ARITHM. MITTEL	2987.618	3164.054	3266.460	3272.555	3388.351	2992.458	3027.666	2968.594	2831.762
ROBUSTER MITTELWERT	2410.223	2669.929	3092.742	3042.667	3065.150	2542.101	2566.152	2517.414	2526.328
MEDIAN	2237.727	2520.000	2879.069	2755.457	2712.691	2319.070	2383.373	2321.126	2231.209
STANDARDABWEICHUNG	2441.718	2259.938	2007.116	2200.766	2408.269	3036.511	3039.644	2727.978	2678.703
SCHIEFE	2.692	1.890	1.252	1.503	2.108	4.312	4.386	3.718	4.184
WIELBUNG	10.049	4.341	1.921	3.175	6.683	26.341	26.340	19.588	25.401
MEDIAN D.ABW.V.MED.	845.727	965.007	1173.869	1227.126	1194.100	1159.166	1151.209	1103.846	1067.515
1. QUARTIL	1523.077	1579.304	1713.462	1671.111	1773.578	1256.604	1290.000	1352.876	1285.714
3. QUARTIL	3531.393	3840.426	4332.973	4359.509	4463.153	3810.000	3708.000	3620.738	3576.675
MINIMUM	518.571	565.714	600.000	188.497	144.000	4.162	394.839	261.474	348.000
MAXIMUM	14428.571	13158.429	11869.091	13372.238	15513.762	28212.203	27702.609	23768.357	24277.991
ZAHL DER AUSREISSER	1	4	1	1	2	6	6	4	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	1	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	326	327
57 ARITHM. MITTEL	96.495	104.929	102.668	111.816	114.636	65.075	65.830	65.118	54.903
ROBUSTER MITTELWERT	66.062	78.796	76.605	86.059	92.259	48.668	47.174	48.640	43.598
MEDIAN	61.894	74.929	69.682	77.490	79.156	44.256	43.985	46.377	39.792
STANDARDABWEICHUNG	107.169	100.965	105.891	108.630	109.683	81.596	88.073	78.221	67.338
SCHIEFE	2.138	2.078	2.339	4.008	1.861	4.777	5.109	4.928	5.437
WIELBUNG	4.896	5.050	6.921	4.804	4.594	35.973	40.196	41.716	47.992
MEDIAN D.ABW.V.MED.	35.266	38.321	36.052	38.963	44.357	26.096	25.965	24.718	23.704
1. QUARTIL	30.817	38.324	38.403	41.284	42.550	20.398	21.487	24.136	19.825
3. QUARTIL	108.762	128.033	116.972	147.676	154.171	75.814	76.018	74.290	65.879
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	588.205	564.829	634.951	602.642	655.835	885.545	975.548	907.954	797.872
ZAHL DER AUSREISSER	1	1	2	1	1	3	3	2	2
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
58 ARITHM. MITTEL	208.853	223.960	236.610	257.944	260.378	144.155	140.776	143.157	110.151
ROBUSTER MITTELWERT	141.222	164.716	180.207	188.597	194.788	86.310	84.110	88.215	77.176
MEDIAN	118.811	140.929	146.807	163.055	157.016	75.238	73.177	76.014	68.766
STANDARDABWEICHUNG	254.274	266.317	297.082	288.195	275.767	326.211	293.027	316.369	154.253
SCHIEFE	2.892	3.936	4.096	4.372	2.073	11.853	11.034	12.857	5.084
WIELBUNG	11.387	17.216	24.946	24.874	5.118	175.310	158.787	200.548	36.532
MEDIAN D.ABW.V.MED.	73.462	82.970	97.425	98.667	98.208	45.935	45.647	45.659	40.349
1. QUARTIL	58.431	69.901	73.068	73.726	85.618	39.282	37.180	40.000	33.252
3. QUARTIL	256.201	243.249	302.214	309.767	336.674	145.564	143.762	157.661	133.136
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	1747.885	2007.240	2456.644	1673.172	1469.282	5203.820	4577.746	5221.989	1892.326
ZAHL DER AUSREISSER	1	1	1	2	2	1	1	1	3
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

ITEM [illegible]	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
6[illegible] ARITHM. MITTEL	[illegible]	[illegible]	3.188	[illegible]	1.967	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	1.640	1.191	1.192	1.085	2.950	4.055	7.785	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.937	0.985	0.873	[illegible]	3.240	[illegible]	[illegible]
[illegible]	8.181	[illegible]	[illegible]	3.886	3.177	[illegible]	13.758	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	3.173	3.598	4.038	3.518	[illegible]	[illegible]	4.178
[illegible]	[illegible]	[illegible]	17.165	17.060	20.249	16.133	15.444	[illegible]	21.743
[illegible]	1.728	[illegible]	[illegible]	0.764	0.768	[illegible]	2.761	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.427	0.383	0.324	0.764	1.001	0.808	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.578	7.130	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	33.143	[illegible]	23.000	113.547	167.730	[illegible]	[illegible]
ZAHL DER AUSREISSER	1	1	2	1	2	4	5	5	6
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
62 ARITHM. MITTEL	47.670	[illegible]	42.742	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	38.753	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	37.468	[illegible]	35.988	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	35.464	37.329	24.148	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2.981	[illegible]	1.341	[illegible]	[illegible]
[illegible]	8.824	[illegible]	[illegible]	10.439	[illegible]	[illegible]	3.173	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	15.135	15.123	[illegible]	[illegible]	16.407	[illegible]	[illegible]
1. QUARTIL	25.189	22.966	23.757	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	11.475	[illegible]
3. [illegible]	[illegible]	[illegible]	56.730	[illegible]	53.446	[illegible]	[illegible]	44.410	48.131
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	232.633	263.805	147.211	167.801	136.487	[illegible]
ZAHL DER AUSREISSER	2	1	1	2	2	1	1	1	1
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
65 ARITHM. MITTEL	[illegible]	[illegible]	-0.060	[illegible]	-0.123	0.157	0.171	0.169	0.170
[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0.058	[illegible]	-0.113	0.153	[illegible]	0.167	[illegible]
MEDIAN	-0.002	[illegible]	-0.033	-0.071	[illegible]	0.144	0.172	0.153	0.177
STANDARDABWEICHUNG	0.226	[illegible]	0.207	[illegible]	[illegible]	0.227	[illegible]	0.214	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0.172	[illegible]	-0.485	[illegible]	0.147	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0.242	-0.306	0.069	0.227
[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.140	0.105	[illegible]	[illegible]	0.144	0.131	0.143
1. QUARTIL	-0.144	[illegible]	-0.199	-0.188	-0.228	-0.064	0.017	0.032	[illegible]
3. [illegible]	[illegible]	[illegible]	0.064	0.020	[illegible]	[illegible]	0.307	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	-0.816	[illegible]	-0.445	-0.380	-0.471	[illegible]
[illegible]	0.429	[illegible]	0.461	[illegible]	0.439	0.714	0.733	0.744	0.792
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR	KENNZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
66	ARITHM. MITTEL	0.240	0.206	0,152	0,106	0,062	0,627	0,640	0,627	0,614
	ROBUSTER MITTELWERT	0.215	0.180	0,127	0,029	**********	0,520	0,525	0,499	0,482
	MEDIAN	0.182	0.130	0,054	0,025	0,0	0,465	0,479	0,449	0,413
	STANDARDABWEICHUNG	0.253	0.218	0,186	0,149	0,104	0,760	0,715	0,767	0,706
	SCHIEFE	1.574	1.551	1,698	1,613	2,528	7,522	5,732	5,587	6,779
	WOELBUNG	2.657	2.957	3,268	4,252	8,453	86,300	51,895	47,104	65,967
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.157	0.127	0,094	0,025	0,0	0,243	0,236	0,232	0,218
	1. QUARTIL	0.029	0.027	0,0	0,0	0,0	0,259	0,283	0,238	0,239
	3. QUARTIL	0.340	0.292	0,243	0,173	0,108	0,789	0,804	0,752	0,736
	MINIMUM	0.0	0.0	0,0	0,0	0,0	0,001	0,003	0,000	0,023
	MAXIMUM	1.234	1.060	0,947	0,675	0,644	10,458	8,594	8,033	10,969
	ZAHL DER AUSREISSER	0	0	1	0	1	3	2	3	4
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
68	ARITHM. MITTEL	0.769	0.606	0,425	0,328	0,258	2.604	2,037	2,458	2,023
	ROBUSTER MITTELWERT	0.575	0.411	0,271	0,126	**********	1.049	1,061	1,088	1,132
	MEDIAN	0.443	0.340	0,234	0,087	0,0	0,948	0,957	0,971	1,049
	STANDARDABWEICHUNG	1.086	0.910	0,780	0,967	1,382	15,702	5,633	11,235	16,287
	SCHIEFE	3.282	3.584	4,083	8,352	9,128	17.225	13,197	15,790	16,501
	WOELBUNG	14.130	16.926	33,472	79,139	89,745	303,125	205,754	266,450	287,248
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.410	0.313	0,234	0,087	0,0	0,539	0,501	0,544	0,583
	1. QUARTIL	0.106	0.069	0,0	0,0	0,0	0,532	0,564	0,574	0,550
	3. QUARTIL	0.934	0.851	0,528	0,352	0,239	1,726	1,760	1,788	1,833
	MINIMUM	0.0	0.0	0,0	0,0	0,0	0,020	0,015	0,016	0,747
	MAXIMUM	7.202	8.244	6,676	9,936	11,741	283,500	93,000	195,900	298,667
	ZAHL DER AUSREISSER	2	2	1	1	1	1	1	1	1
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	1	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	326	327
69	ARITHM. MITTEL	2.152	1.940	1,464	0,899	0,613	7,352	6,215	6,756	8,785
	ROBUSTER MITTELWERT	1.365	1.202	0,779	0,244	**********	3,956	3,834	3,612	3,101
	MEDIAN	1.117	1.016	0,627	0,209	0,0	3,337	3,262	3,106	2,458
	STANDARDABWEICHUNG	3.283	3.097	2,415	1,586	1,475	20,547	10,590	16,631	40,396
	SCHIEFE	3.024	3.056	3,034	3,266	4,063	9,758	5,964	8,658	12,560
	WOELBUNG	11.046	14.660	11,441	13,636	28,867	113,644	47,439	88,965	177,533
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	1.055	0.953	0,627	0,209	0,0	2,226	2,092	2,135	1,795
	1. QUARTIL	0.144	0.117	0,0	0,0	0,0	1,410	1,532	1,292	1,177
	3. QUARTIL	2.647	2.424	1,777	1,287	0,687	7,086	7,206	6,601	5,985
	MINIMUM	0.0	0.0	0,0	0,0	0,0	0,020	0,016	0,132	0,747
	MAXIMUM	20.136	19.470	15,609	10,286	11,515	283,500	112,884	195,900	630,200
	ZAHL DER AUSREISSER	2	1	2	2	2	4	4	3	3
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	1	1	1	1	2	3	1
	ZAHL DER WERTE	119	119	118	118	118	326	325	324	326

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
70 ARITHM. MITTEL	1.277	1.159	1.037	0.966	0.783	3.212	2.678	3.504	5.289
ROBUSTER MITTELWERT	1.103	0.926	0.667	0.777	0.729	1.476	1.521	1.498	1.529
MEDIAN	0.954	0.964	0.876	0.767	0.770	1.410	1.464	1.449	1.467
STANDARDABWEICHUNG	1.272	1.060	1.026	1.270	1.146	20.722	10.893	26.558	54.368	
SCHIEFE	4.503	3.917	5.081	9.775	5.625	17.595	16.987	17.695	17.304	
SPANNUNG	26.560	23.669	36.557	55.334	36.611	312.166	297.514	314.078	317.269	
1. MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.449	0.319	0.294	0.241	0.243	0.501	0.501	0.449	0.456	
1. QUARTIL	0.651	0.640	0.629	0.571	0.455	0.990	1.042	1.057	1.047	
3. QUART	1.565	1.278	1.192	1.045	1.007	2.185	2.149	2.145	2.249	
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.020	0.088	0.167	0.246	
MAXIMUM	10.197	7.069	9.453	14.456	11.333	374.500	195.545	479.000	783.333	
ZAHL DER AUSREISSER	2	1	1	1	2	1	1	1	1	
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	326	327	
71 ARITHM. MITTEL	1.343	1.306	1.356	1.419	1.689	0.885	0.827	0.829	0.793	
ROBUSTER MITTELWERT	1.004	1.029	1.098	1.143	1.234	0.750	0.726	0.718	0.726	
MEDIAN	1.002	1.020	1.045	1.138	1.217	0.747	0.703	0.741	0.718	
STANDARDABWEICHUNG	1.569	1.060	1.019	1.124	1.747	0.837	0.699	0.748	0.498	
SCHIEFE	5.826	3.159	3.246	4.466	5.361	5.137	5.335	6.494	3.408	
SPANNUNG	41.263	10.625	11.558	23.661	31.984	32.712	38.932	57.010	18.680	
1. MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.245	0.218	0.247	0.203	0.262	0.241	0.231	0.219	0.221	
1. QUARTIL	0.804	0.884	0.887	0.967	0.995	0.526	0.500	0.495	0.511	
3. QUART	1.321	1.343	1.399	1.409	1.622	1.007	0.974	0.942	0.954	
MINIMUM	0.362	0.361	0.365	0.494	0.368	0.084	0.100	0.044	0.068	
MAXIMUM	14.455	8.383	6.596	8.913	15.980	7.356	7.000	8.602	4.471	
ZAHL DER AUSREISSER	2	2	2	2	2	5	5	3	5	
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327	
72 ARITHM. MITTEL	3.759	4.178	4.471	4.582	5.478	2.820	3.156	2.908	2.599	
ROBUSTER MITTELWERT	2.537	2.960	3.182	3.794	4.400	1.905	1.646	1.779	1.490	
MEDIAN	2.218	2.810	2.869	3.376	3.760	1.688	1.477	1.633	1.478	
STANDARDABWEICHUNG	5.912	4.829	6.437	3.924	5.762	3.957	5.473	4.708	4.104	
SCHIEFE	6.667	3.351	6.048	2.764	3.796	6.899	5.197	6.656	5.378	
SPANNUNG	53.987	13.569	45.555	9.770	17.683	73.439	33.771	61.989	34.335	
1. MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.955	1.127	1.285	1.493	1.739	0.809	0.677	0.789	0.623	
1. QUARTIL	1.560	1.760	1.742	2.192	2.381	1.013	0.992	0.996	0.997	
3. QUARTIL	3.901	4.949	4.567	5.874	7.056	3.065	3.074	2.958	2.658	
MINIMUM	0.594	0.767	0.709	1.053	0.883	0.210	0.269	0.141	0.215	
MAXIMUM	57.000	34.000	60.000	29.328	39.580	52.000	50.500	57.500	35.500	
ZAHL DER AUSREISSER	1	2	1	1	2	2	5	3	5	
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327	

VAR MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
74 ARITHM. MITTEL	5.212	8.053	7,013	24,793	10.686	4.060	5,716	5,870	5,093
ROBUSTER MITTELWERT	3.122	3.809	4,082	4,833	5.576	2,457	2,036	2,028	1,941
MEDIAN	2.887	3.027	3,758	4,378	4,478	2,250	1,784	1,730	1,477
STANDARDABWEICHUNG	8.926	23.711	10,974	184,848	25,461	10,183	13,381	12,132	20,597
SCHIEFE	5.190	9.148	4,295	10,505	6,665	5,787	5,435	5,102	7,057
WOELBUNG	30.628	89.693	21,386	109,851	48,007	42,224	36,468	31,566	73,317
MEDIAN D.ABW.V.MED.	1.314	1.056	1,735	2,087	2,220	1,248	0,919	0,988	0,776
1. QUARTIL	1.890	2.168	2,325	2,689	3,130	1,177	1,150	1,166	1,147
3. QUARTIL	4.774	6.953	6,372	7,741	9,480	4,286	4,125	3,874	3,761
MINIMUM	0.654	0.941	1,048	1,371	0,021	0,223	0,302	0,161	0,234
MAXIMUM	69.912	270.500	81,000	1989,000	230,333	102,600	133,000	100,250	242,000
ZAHL DER AUSREISSER	2	1	2	1	2	4	5	6	5
ZAHL DER MISS.VAL.	1	1	0	1	1	1	0	1	1
ZAHL DER WERTE	118	118	119	118	118	326	327	326	326
75 ARITHM. MITTEL	1.591	1.981	1,607	1,788	2,068	1.167	0,994	0,951	0,971
ROBUSTER MITTELWERT	1.092	1.119	1,219	1,220	1,350	0,810	0,780	0,772	0,780
MEDIAN	1.000	1.100	1,170	1,222	1,305	0,815	0,752	0,784	0,765
STANDARDABWEICHUNG	1.442	1.327	1,498	2,228	2,913	2,832	1,445	1,117	0,593
SCHIEFE	4.799	3.017	3,650	5,054	5,489	10,411	9,496	7,031	3,730
WOELBUNG	25.500	15.042	14,414	28,469	34,754	123,326	114,078	58,737	21,785
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.278	0.247	0,280	0,241	0,329	0,254	0,249	0,236	0,233
1. QUARTIL	0.872	0.887	0,959	1,026	1,055	0,566	0,545	0,545	0,555
3. QUARTIL	1.416	1.449	1,614	1,834	1,810	1,076	1,044	1,020	1,026
MINIMUM	0.383	0.362	0,426	0,502	0,380	0,084	0,103	0,046	0,071
MAXIMUM	14.455	9.375	10,125	17,200	24,747	35,381	20,786	11,772	5,846
ZAHL DER AUSREISSER	2	1	3	2	2	3	3	3	5
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
77 ARITHM. MITTEL	0.508	0.508	0,507	0,507	0,504	0,569	0,572	0,570	0,572
ROBUSTER MITTELWERT	0.510	0.508	0,509	0,508	0,506	0,573	0,575	0,572	0,574
MEDIAN	0.484	0.487	0,487	0,488	0,488	0,600	0,595	0,570	0,581
STANDARDABWEICHUNG	0.183	0.182	0,183	0,183	0,183	0,215	0,213	0,218	0,215
SCHIEFE	0.000	0.130	0,048	0,066	0,036	-0,438	-0,419	-0,360	-0,333
WOELBUNG	-0.528	-0.514	-0,468	-0,515	-0,386	-0,520	-0,543	-0,690	-0,455
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.127	0.126	0,117	0,129	0,124	0,163	0,166	0,177	0,175
1. QUARTIL	0.368	0.376	0,391	0,387	0,383	0,411	0,408	0,405	0,409
3. QUARTIL	0.695	0.625	0,632	0,636	0,643	0,734	0,750	0,761	0,759
MINIMUM	0.054	0.051	0,052	0,075	0,010	0,005	0,008	0,008	0,003
MAXIMUM	0.931	0.915	0,903	0,921	0,922	0,945	0,948	0,952	0,952
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

[illegible]	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
78 ARITHM. MITTEL	0.526	0.524	0.517	0.509	0.458	0.616	0.618	0.611	0.614
[illegible] ROBUSTER MITTELWERT	0.528	0.525	0.519	0.511	0.498	0.623	0.623	0.615	0.617
MEDIAN	0.510	0.512	0.497	0.493	0.464	0.662	0.655	0.644	0.632
STANDARDABWEICHUNG	0.184	0.183	0.186	0.184	0.186	0.219	0.217	0.220	0.217
SCHIEFE	-0.063	0.010	0.079	0.133	0.136	-0.624	-0.605	-0.522	-0.522
WOELBUNG	-0.498	-0.565	-0.384	-0.407	-0.322	-0.359	-0.371	-0.538	-0.494
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.132	0.132	0.122	0.124	0.121	0.155	0.161	0.168	0.174
1. QUARTIL	0.393	0.392	0.392	0.381	0.382	0.462	0.455	0.452	0.449
3. QUARTIL	0.660	0.654	0.643	0.633	0.627	0.786	0.791	0.800	0.803
MINIMUM	0.064	0.060	0.053	0.077	0.029	0.006	0.010	0.009	0.003
MAXIMUM	0.939	0.933	0.926	0.948	0.942	0.950	0.960	0.962	0.960
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
8[illegible] ARITHM. MITTEL	0.310	0.314	0.320	0.328	0.334	0.230	0.231	0.235	0.231
[illegible] ROBUSTER MITTELWERT	0.309	0.314	0.319	0.327	0.333	0.222	0.225	0.229	0.227
MEDIAN	0.310	0.333	0.340	0.354	0.356	0.186	0.193	0.199	0.203
STANDARDABWEICHUNG	0.145	0.147	0.150	0.147	0.148	0.157	0.156	0.158	0.154
SCHIEFE	0.048	0.003	-0.018	-0.073	-0.052	0.830	0.808	0.757	0.743
WOELBUNG	-0.725	-0.810	-0.703	-0.743	-0.750	0.153	0.052	-0.100	-0.104
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.115	0.104	0.108	0.119	0.103	0.101	0.105	0.109	0.109
1. QUARTIL	0.187	0.177	0.202	0.212	0.212	0.107	0.107	0.108	0.106
3. QUARTIL	0.418	0.415	0.415	0.434	0.444	0.341	0.341	0.350	0.336
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.013	0.012	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	0.697	0.650	0.714	0.713	0.670	0.801	0.798	0.781	0.769
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
81 ARITHM. MITTEL	0.298	0.305	0.316	0.329	0.346	0.210	0.211	0.216	0.213
[illegible] ROBUSTER MITTELWERT	0.297	0.304	0.315	0.326	0.344	0.202	0.204	0.209	0.208
MEDIAN	0.296	0.314	0.331	0.349	0.367	0.173	0.173	0.130	0.185
STANDARDABWEICHUNG	0.142	0.140	0.153	0.154	0.164	0.144	0.143	0.146	0.143
SCHIEFE	0.128	0.112	0.079	0.102	0.083	0.903	0.873	0.822	0.764
WOELBUNG	-0.684	-0.732	-0.688	-0.498	-0.743	0.487	0.239	0.093	-0.090
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.109	0.107	0.108	0.116	0.112	0.090	0.092	0.076	0.100
1. QUARTIL	0.179	0.174	0.196	0.205	0.200	0.097	0.100	0.100	0.097
3. QUARTIL	0.403	0.405	0.472	0.438	0.470	0.311	0.306	0.313	0.313
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.013	0.012	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	0.655	0.647	0.674	0.732	0.733	0.761	0.750	0.769	0.734
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR. MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
82 ARITHM. MITTEL	0.037	0.037	0.038	0.040	0.039	0.035	0.033	0.034	0.032
ROBUSTER MITTELWERT	0.032	0.032	0.031	0.032	0.031	0.025	0.025	0.026	0.025
MEDIAN	0.030	0.027	0.028	0.032	0.028	0.022	0.022	0.023	0.022
STANDARDABWEICHUNG	0.030	0.034	0.037	0.037	0.039	0.039	0.036	0.038	0.037
SCHIEFE	2.437	2.387	2.877	3.014	3.456	2.756	2.727	2.941	4.146
WOELBUNG	8.055	8.940	10.212	14.887	14.988	8.671	8.368	10.715	28.109
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.014	0.013	0.013	0.014	0.012	0.012	0.012	0.014	0.013
1. QUARTIL	0.018	0.018	0.016	0.018	0.018	0.012	0.011	0.011	0.010
3. QUARTIL	0.048	0.046	0.047	0.047	0.046	0.041	0.039	0.040	0.040
MINIMUM	0.004	0.004	0.003	0.002	0.004	0.002	0.001	0.0	0.001
MAXIMUM	0.190	0.177	0.225	0.255	0.270	0.235	0.209	0.244	0.390
ZAHL DER AUSREISSER	2	2	3	2	2	5	7	6	2
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
83 ARITHM. MITTEL	0.035	0.035	0.037	0.039	0.040	0.021	0.029	0.030	0.029
ROBUSTER MITTELWERT	0.031	0.030	0.031	0.032	0.032	0.023	0.023	0.024	0.023
MEDIAN	0.029	0.027	0.028	0.030	0.028	0.020	0.020	0.021	0.020
STANDARDABWEICHUNG	0.027	0.028	0.035	0.036	0.041	0.033	0.030	0.031	0.033
SCHIEFE	2.045	2.040	2.896	2.986	3.200	2.588	2.031	2.676	5.059
WOELBUNG	5.338	5.059	10.688	14.792	12.042	7.922	7.032	9.471	44.947
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.013	0.012	0.014	0.013	0.014	0.011	0.011	0.012	0.011
1. QUARTIL	0.017	0.018	0.015	0.018	0.019	0.012	0.011	0.010	0.010
3. QUARTIL	0.046	0.046	0.045	0.046	0.046	0.037	0.036	0.038	0.037
MINIMUM	0.004	0.004	0.003	0.002	0.004	0.002	0.001	0.0	0.001
MAXIMUM	0.161	0.160	0.219	0.249	0.257	0.205	0.182	0.217	0.396
ZAHL DER AUSREISSER	1	2	3	2	2	6	5	4	2
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
84 ARITHM. MITTEL	0.147	0.144	0.130	0.140	0.137	0.167	0.157	0.161	0.160
ROBUSTER MITTELWERT	0.144	0.139	0.126	0.127	0.121	0.134	0.150	0.151	0.153
MEDIAN	0.139	0.134	0.111	0.116	0.117	0.134	0.131	0.134	0.139
STANDARDABWEICHUNG	0.073	0.076	0.067	0.094	0.160	0.116	0.091	0.099	0.091
SCHIEFE	0.662	0.751	0.960	4.262	2.806	2.255	0.997	1.258	1.122
WOELBUNG	0.170	0.366	0.903	7.712	11.050	9.446	0.614	1.670	1.425
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.047	0.050	0.043	0.047	0.045	0.058	0.053	0.054	0.056
1. QUARTIL	0.093	0.080	0.077	0.076	0.076	0.086	0.088	0.090	0.091
3. QUARTIL	0.191	0.189	0.174	0.177	0.169	0.223	0.218	0.210	0.219
MINIMUM	0.020	0.027	0.029	0.026	0.023	0.013	0.013	0.015	0.013
MAXIMUM	0.368	0.384	0.375	0.659	0.714	0.989	0.477	0.579	0.508
ZAHL DER AUSREISSER	0	0	0	1	2	3	0	1	0
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	1	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	326	327

VAR. BEZEICHN.	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
85 ARITHM. MITTEL	0.027	0.034	0.041	0.044	0.047	0.026	0.023	0.020	0.019
ROBUSTER MITTELWERT	0.023	0.029	0.035	0.036	0.039	0.017	0.014	0.012	0.012
MEDIAN	0.021	0.026	0.033	0.034	0.037	0.016	0.012	0.011	0.010
STANDARDABWEICHUNG	0.024	0.034	0.042	0.041	0.043	0.055	0.053	0.047	0.046
SCHIEFE	2.243	4.716	4.643	3.594	2.826	7.575	8.018	8.367	8.428
WOELBUNG	6.749	31.045	20.061	10.649	66.533	73.237	80.189	93.755	
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.011	0.014	0.014	0.015	0.010	0.008	0.007	0.006	
1. QUARTIL	0.012	0.020	0.022	0.023	0.007	0.005	0.005	0.005	
3. QUARTIL	0.034	0.047	0.052	0.056	0.057	0.027	0.023	0.020	0.018
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	0.140	0.420	0.375	0.333	0.293	0.621	0.603	0.543	0.561
ANZ. DER AUSREISSER	2	1	1	1	1	4	4	4	4
ANZ. DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ANZ. DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
86 ARITHM. MITTEL	0.028	0.036	0.039	0.043	0.048	0.022	0.019	0.017	0.016
ROBUSTER MITTELWERT	0.022	0.028	0.035	0.036	0.040	0.016	0.013	0.011	0.011
MEDIAN	0.020	0.025	0.032	0.034	0.038	0.014	0.011	0.010	0.010
STANDARDABWEICHUNG	0.023	0.028	0.033	0.036	0.042	0.028	0.025	0.022	0.022
SCHIEFE	2.206	4.176	2.923	4.544	2.388	6.345	6.721	7.041	7.157
WOELBUNG	6.692	8.705	14.139	9.940	6.525	49.252	54.258	60.573	61.766
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.010	0.013	0.014	0.014	0.016	0.009	0.007	0.006	0.006
1. QUARTIL	0.012	0.013	0.019	0.022	0.023	0.006	0.005	0.004	0.004
3. QUARTIL	0.033	0.042	0.049	0.055	0.057	0.025	0.022	0.019	0.017
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	0.137	0.177	0.255	0.251	0.235	0.388	0.368	0.346	0.352
ANZ. DER AUSREISSER	2	1	1	1	2	4	4	4	4
ANZ. DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ANZ. DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
87 ARITHM. MITTEL	0.045	0.054	0.055	0.054	0.053	0.059	0.049	0.042	0.043
ROBUSTER MITTELWERT	0.044	0.050	0.054	0.053	0.053	0.057	0.048	0.041	0.041
MEDIAN	0.042	0.054	0.055	0.056	0.055	0.060	0.049	0.043	0.042
STANDARDABWEICHUNG	0.027	0.029	0.029	0.026	0.025	0.042	0.034	0.025	0.030
SCHIEFE	0.636	0.607	0.758	0.377	0.115	2.451	1.947	0.551	3.329
WOELBUNG	0.052	-0.062	2.463	1.417	-0.123	19.376	11.882	0.327	26.531
MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.019	0.026	0.019	0.017	0.016	0.026	0.022	0.017	0.015
1. QUARTIL	0.023	0.028	0.035	0.037	0.036	0.029	0.023	0.021	0.026
3. QUARTIL	0.063	0.071	0.074	0.071	0.069	0.082	0.068	0.058	0.056
MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
MAXIMUM	0.134	0.142	0.188	0.162	0.116	0.439	0.320	0.139	0.328
ANZ. DER AUSREISSER	0	0	1	1	0	1	1	0	2
ANZ. DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ANZ. DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR NR.	ZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
91	ARITHM. MITTEL	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.014	0.014	0.014	0.014
	ROBUSTER MITTELWERT	0.008	0.007	0.006	0.004	0.004	0.013	0.013	0.012	0.012
	MEDIAN	0.006	0.006	0.005	0.003	0.003	0.012	0.011	0.010	0.011
	STANDARDABWEICHUNG	0.008	0.010	0.005	0.005	0.005	0.012	0.013	0.013	0.013
	SCHIEFE	1.855	1.042	1.071	2.687	1.271	2.219	2.716	2.035	3.407
	WOELBUNG	5.153	0.639	0.763	13.078	1.000	7.374	14.194	6.229	21.487
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.005	0.005	0.004	0.003	0.003	0.006	0.006	0.006	0.006
	1. QUARTIL	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.006	0.006	0.005	0.005
	3. QUARTIL	0.013	0.010	0.008	0.008	0.007	0.018	0.019	0.018	0.019
	MINIMUM	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	MAXIMUM	0.051	0.029	0.024	0.040	0.018	0.089	0.112	0.090	0.129
	ZAHL DER AUSREISSER	1	0	0	1	0	3	2	3	2
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
94	ARITHM. MITTEL	0.953	0.951	0.971	0.986	1.012	0.910	0.912	0.917	0.919
	ROBUSTER MITTELWERT	0.946	0.946	0.963	0.979	0.999	0.918	0.920	0.926	0.927
	MEDIAN	0.956	0.951	0.963	0.972	0.985	0.922	0.929	0.933	0.933
	STANDARDABWEICHUNG	0.079	0.070	0.068	0.072	0.084	0.062	0.062	0.063	0.061
	SCHIEFE	3.099	4.911	0.817	1.218	1.126	-1.699	-1.787	-1.794	-1.694
	WOELBUNG	19.770	19.271	6.542	4.453	6.368	3.033	4.677	4.647	4.173
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.027	0.029	0.023	0.033	0.040	0.032	0.032	0.030	0.031
	1. QUARTIL	0.923	0.924	0.940	0.951	0.958	0.886	0.884	0.888	0.891
	3. QUARTIL	0.977	0.975	0.987	1.013	1.041	0.951	0.956	0.958	0.961
	MINIMUM	0.781	0.813	0.679	0.754	0.860	0.619	0.608	0.615	0.623
	MAXIMUM	1.515	1.350	1.258	1.298	1.305	1.015	0.998	1.063	1.020
	ZAHL DER AUSREISSER	1	3	2	1	1	3	3	4	3
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
95	ARITHM. MITTEL	0.554	0.548	0.483	0.461	0.421	0.701	0.704	0.687	0.725
	ROBUSTER MITTELWERT	0.554	0.527	0.465	0.427	0.384	0.621	0.624	0.611	0.653
	MEDIAN	0.531	0.504	0.433	0.379	0.356	0.600	0.597	0.580	0.627
	STANDARDABWEICHUNG	0.452	0.316	0.247	0.274	0.254	0.546	0.531	0.594	0.532
	SCHIEFE	3.748	0.959	0.848	1.273	1.268	3.709	3.217	3.102	2.975
	WOELBUNG	24.876	1.104	0.269	1.652	2.226	21.613	16.424	17.037	13.615
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.227	0.200	0.145	0.138	0.135	0.218	0.213	0.214	0.243
	1. QUARTIL	0.317	0.316	0.291	0.270	0.244	0.415	0.406	0.393	0.397
	3. QUARTIL	0.792	0.714	0.614	0.594	0.546	0.844	0.863	0.823	0.798
	MINIMUM	0.046	-0.143	0.085	0.028	0.027	-0.075	-0.136	-0.197	-0.148
	MAXIMUM	4.000	1.567	1.322	1.520	1.327	5.096	4.575	4.764	4.468
	ZAHL DER AUSREISSER	1	0	0	0	1	3	4	3	4
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR INDEXZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
97 ARITHM. MITTEL	1.217	1.151	1.139	1.091	1.036	1.843	1.781	1.625	1.625
GEOMETR. MITTEL	1.189	1.155	1.118	1.057	1.000	1.482	1.509	1.475	1.453
MEDIAN	1.162	1.142	1.102	1.062	1.015	1.450	1.468	1.435	1.412
STANDARDABWEICHUNG	0.334	0.259	0.295	0.370	0.374	2.340	4.324	0.921	0.396
SCHIEFE	0.288	-0.585	0.768	2.321	1.462	13.561	15.605	5.315	4.682
WOELBUNG	1.772	0.877	4.119	11.574	5.587	213.094	261.722	45.133	36.784
STDABW D.ARITHM.MITT.	0.120	0.108	0.094	0.137	0.154	0.233	0.257	0.250	0.243
1. QUARTIL	1.071	1.057	1.014	0.913	0.845	1.254	1.234	1.212	1.200
3. QUARTIL	1.326	1.270	1.227	1.193	1.155	1.700	1.830	1.737	1.739
MINIMUM	0.124	-0.030	0.196	0.143	0.081	-0.559	-1.024	-2.162	-1.779
MAXIMUM	2.244	2.041	2.431	3.260	2.833	40.000	76.000	10.571	10.333
ZAHL DER AUSREISSER	0	1	1	2	1	2	1	3	3
ZAHL DER MISS.VAL.	1	1	1	0	0	3	1	2	2
ZAHL DER WERTE	118	118	118	119	119	324	326	325	325
[illegible] ARITHM. MITTEL	-3.427	-14.459	-8.168	-3.997	-3.224	-11.374	7.462	-5.467	-6.747
GEOMETR. MITTEL	-4.434	-3.067	-3.647	-3.141	-2.950	-6.906	-8.026	-8.413	-8.379
MEDIAN	-3.766	-3.279	-3.454	-2.959	-2.655	-6.221	-6.530	-7.512	-7.399
STANDARDABWEICHUNG	32.753	74.060	25.819	3.682	3.344	67.494	291.430	274.126	58.421
SCHIEFE	4.717	-4.017	-7.116	-2.432	0.959	-5.066	16.165	8.111	5.344
WOELBUNG	38.569	21.072	53.394	6.740	13.466	72.380	279.407	167.424	56.467
STDABW D.ARITHM.MITT.	2.385	1.719	1.789	1.319	1.137	5.096	6.145	5.754	7.565
1. QUARTIL	-7.755	-5.750	-5.640	-4.639	-3.971	-13.432	-15.606	-15.416	-18.183
3. QUARTIL	-1.757	-1.707	-1.868	-1.912	-1.564	-2.200	-1.721	-2.274	-2.559
MINIMUM	111.786	-521.150	-731.144	-20.177	-15.333	-824.250	-796.000	-2206.133	-238.155
MAXIMUM	264.429	269.250	-0.445	-0.424	17.332	447.500	5075.000	4080.070	662.778
ZAHL DER AUSREISSER	2	4	2	3	1	3	1	3	3
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	1	3	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	326	324	327	327
102 ARITHM. MITTEL	1.048	1.038	1.010	1.018	0.969	1.003	1.004	0.993	0.975
GEOMETR. MITTEL	0.995	0.990	0.993	0.987	0.983	0.994	0.993	0.994	0.993
MEDIAN	0.999	0.999	0.997	0.991	0.990	0.999	0.999	0.999	0.997
STANDARDABWEICHUNG	0.284	0.156	0.120	0.125	0.175	0.090	0.114	0.081	0.075
SCHIEFE	5.363	3.967	2.477	1.792	2.254	2.811	4.320	2.991	-3.999
WOELBUNG	31.382	15.269	11.374	5.601	11.845	21.779	28.959	30.328	18.436
STDABW D.ARITHM.MITT.	0.021	0.025	0.019	0.016	0.028	0.010	0.009	0.008	0.008
1. QUARTIL	0.977	0.977	0.974	0.975	0.956	0.984	0.984	0.993	0.978
3. QUARTIL	1.018	1.027	1.015	1.005	1.004	1.000	1.000	1.000	1.000
MINIMUM	0.779	0.789	0.642	0.738	0.434	0.524	0.633	0.609	0.451
MAXIMUM	3.108	1.977	1.736	1.608	1.950	1.614	1.895	1.742	1.116
ZAHL DER AUSREISSER	3	2	2	1	2	7	6	5	6
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR.	INSGESAMT	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
125	ARITHM. MITTEL	0.021	0.011	-0.010	-0.029	-0.061	0.068	0.069	0.067	0.066
	ROBUSTER MITTELWERT	0.034	0.023	0.004	-0.017	-0.041	0.062	0.064	0.059	0.061
	MEDIAN	0.029	0.026	0.003	-0.006	-0.028	0.054	0.056	0.054	0.052
	STANDARDABWEICHUNG	0.086	0.075	0.067	0.073	0.110	0.055	0.054	0.056	0.055
	SCHIEFE	-3.003	-3.059	-2.003	-1.730	-2.431	1.450	1.408	1.571	1.483
	WOELBUNG	17.052	16.370	5.783	3.989	8.466	2.726	2.890	3.296	3.522
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.027	0.023	0.023	0.031	0.041	0.029	0.030	0.027	0.030
	1. QUARTIL	0.005	-0.000	-0.021	-0.058	-0.065	0.029	0.032	0.030	0.026
	3. QUARTIL	0.065	0.047	0.026	0.017	0.004	0.080	0.084	0.091	0.095
	MINIMUM	-0.565	-0.434	-0.315	-0.358	-0.643	-0.029	-0.045	-0.081	-0.038
	MAXIMUM	0.262	0.134	0.148	0.095	0.172	0.333	0.353	0.329	0.340
	ZAHL DER AUSREISSER	1	3	1	1	2	1	1	2	2
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
127	ARITHM. MITTEL	0.028	0.030	-0.004	-0.029	-0.057	0.169	0.176	0.164	0.177
	ROBUSTER MITTELWERT	0.046	0.050	0.008	-0.018	-0.046	0.135	0.137	0.131	0.140
	MEDIAN	0.039	0.039	0.004	-0.011	-0.029	0.122	0.126	0.120	0.125
	STANDARDABWEICHUNG	0.127	0.096	0.082	0.095	0.105	0.178	0.194	0.171	0.180
	SCHIEFE	0.775	-0.011	-1.079	-2.033	-0.092	2.846	3.161	2.966	2.985
	WOELBUNG	3.447	3.055	2.539	7.453	1.440	11.562	13.240	12.992	12.627
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.040	0.037	0.030	0.042	0.080	0.070	0.069	0.064	0.073
	1. QUARTIL	0.010	-0.000	-0.026	-0.063	-0.116	0.066	0.071	0.061	0.059
	3. QUARTIL	0.107	0.070	0.033	0.021	0.004	0.208	0.210	0.200	0.223
	MINIMUM	-0.346	-0.350	-0.281	-0.323	-0.461	-0.030	-0.052	-0.078	-0.076
	MAXIMUM	0.568	0.393	0.194	0.154	0.189	1.422	1.400	1.360	1.313
	ZAHL DER AUSREISSER	1	1	0	2	0	5	5	4	4
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
130	ARITHM. MITTEL	0.063	0.050	0.029	0.010	-0.016	0.105	0.100	0.097	0.093
	ROBUSTER MITTELWERT	0.063	0.057	0.036	0.016	-0.007	0.094	0.094	0.089	0.086
	MEDIAN	0.059	0.050	0.035	0.017	0.010	0.084	0.086	0.082	0.076
	STANDARDABWEICHUNG	0.097	0.078	0.070	0.076	0.088	0.005	0.068	0.070	0.066
	SCHIEFE	-0.409	-1.880	-1.173	-1.194	-1.184	6.343	1.388	1.492	1.553
	WOELBUNG	8.434	8.514	4.546	4.286	3.642	71.467	2.342	3.013	3.659
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.032	0.030	0.022	0.038	0.040	0.039	0.040	0.037	0.034
	1. QUARTIL	0.028	0.020	0.012	-0.022	-0.058	0.050	0.049	0.046	0.048
	3. QUARTIL	0.101	0.093	0.060	0.055	0.032	0.139	0.131	0.128	0.120
	MINIMUM	-0.444	-0.350	-0.286	-0.353	-0.407	0.002	0.003	-0.062	-0.037
	MAXIMUM	0.499	0.220	0.212	0.204	0.256	1.288	0.392	0.449	0.441
	ZAHL DER AUSREISSER	2	2	1	1	1	1	3	1	2
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VARIABLE	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
132 ARITHM. MITTEL	0.225	0.179	0.096	0.050	-0.019	0.755	0.862	0.839	0.853
GEOMETR. MITTEL (G)	0.158	0.129	0.083	0.033	-0.010	0.518	0.543	0.548	0.482
MEDIAN	0.139	0.117	0.079	0.040	0.013	0.428	0.461	0.458	0.420
STANDARDABWEICHUNG	0.326	0.259	0.166	0.197	0.181	0.876	1.919	2.144	2.111
SCHIEFE	1.058	1.300	0.568	1.223	-0.341	2.544	13.220	11.655	13.239
WOELBUNG	5.652	3.244	1.317	5.135	1.237	8.020	209.329	153.559	237.222
MITTLERE D.ABS.V.MED.	0.184	0.083	0.062	0.072	0.075	0.264	0.282	0.275	0.226
1. QUARTIL	0.061	0.044	0.026	-0.036	-0.104	0.234	0.227	0.215	0.248
3. QUARTIL	0.328	0.227	0.159	0.108	0.065	0.031	0.972	0.934	0.394
MINIMUM	-0.380	-0.379	-0.284	-0.448	-0.582	0.003	0.020	-0.052	-0.026
MAXIMUM	1.772	1.417	0.588	1.007	0.532	5.833	32.000	32.000	35.000
ZAHL DER AUSREISSER	2	0	0	1	0	4	1	2	1
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
133 ARITHM. MITTEL	0.173	0.119	0.059	0.027	-0.009	0.458	0.392	0.593	1.026
GEOMETR. MITTEL (G)	0.122	0.095	0.060	0.026	-0.005	0.335	0.429	0.318	0.343
MEDIAN	0.108	0.086	0.049	0.028	0.012	0.289	0.290	0.282	0.295
STANDARDABWEICHUNG	0.257	0.163	0.107	0.117	0.113	1.000	16.499	2.173	9.062
SCHIEFE	4.710	4.060	0.269	0.637	-0.424	-5.889	-5.175	1.356	16.152
WOELBUNG	34.022	0.001	3.346	5.485	2.021	83.104	169.907	39.846	281.059
MITTLERE D.ABS.V.MED.	0.073	0.064	0.038	0.048	0.053	0.169	0.168	0.160	0.172
1. QUARTIL	0.044	0.033	0.017	-0.024	-0.068	0.151	0.154	0.145	0.165
3. QUARTIL	0.230	0.168	0.105	0.074	0.046	0.579	0.601	0.566	0.595
MINIMUM	-0.382	-0.350	-0.250	-0.352	-0.423	-19.667	-226.333	-18.000	-35.000
MAXIMUM	2.574	0.923	0.531	0.606	0.344	8.857	178.875	16.659	175.000
ZAHL DER AUSREISSER	1	1	1	1	0	4	2	6	1
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	1	1	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	326	326	327
134 ARITHM. MITTEL	1.075	1.119	0.991	1.049	0.684	1.087	1.083	1.057	1.065
GEOMETR. MITTEL (G)	1.014	1.036	0.957	1.022	0.645	1.000	1.002	0.995	0.998
MEDIAN	1.000	1.000	0.981	0.990	0.699	1.000	1.000	1.000	1.000
STANDARDABWEICHUNG	0.678	0.954	1.114	2.204	4.388	0.549	0.479	0.871	0.770
SCHIEFE	2.261	2.554	-3.329	3.186	-3.591	7.964	6.170	7.022	7.048
WOELBUNG	19.963	11.909	27.835	39.118	22.430	92.295	57.668	113.478	97.289
MITTLERE D.ABS.V.MED.	0.087	0.121	0.163	0.240	0.247	0.036	0.051	0.054	0.042
1. QUARTIL	0.925	0.942	0.813	0.812	0.765	0.972	0.966	0.952	0.958
3. QUARTIL	1.141	1.169	1.095	1.287	1.264	1.068	1.073	1.057	1.045
MINIMUM	-1.025	-0.958	-7.500	-9.355	-32.700	-0.861	0.103	-5.500	-2.093
MAXIMUM	5.650	4.850	4.111	18.929	21.000	8.234	6.567	12.878	11.125
ZAHL DER AUSREISSER	2	2	1	2	3	4	5	3	4
ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

VAR	MASSZAHL	5.	4.	3.	2.	1.	74	75	76	77
138	ARITHM. MITTEL	0.121	0.074	0,003	-0,044	-0,103	0,560	0,652	0,638	0,652
	ROBUSTER MITTELWERT	0.064	0.058	0,006	-0,029	-0,072	0,332	0,364	0,359	0,327
	MEDIAN	0.054	0.040	0,006	-0,014	-0,061	0,272	0,313	0,272	0,286
	STANDARDABWEICHUNG	0.278	0.210	0,141	0,162	0,157	0,742	1,576	1,705	1,958
	SCHIEFE	1.639	0.733	-0,012	-0,703	-1,562	2,650	12,908	12,064	14,713
	WOELBUNG	4.207	3.068	1,674	4,617	3,386	8,380	202,042	163,333	225,510
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.064	0.074	0,054	0,061	0,080	0,158	0,218	0,199	0,189
	1. QUARTIL	0.014	-0.064	-0,047	-0,112	-0,162	0,124	0,138	0,135	0,139
	3. QUARTIL	0.209	0.139	0,064	0,034	0,006	0,684	0,668	0,695	0,676
	MINIMUM	-0.395	-0.730	-0,442	-0,578	-0,940	-0,055	-0,249	-0,154	-0,265
	MAXIMUM	1.278	0.957	0,478	0,479	0,297	4,833	26,000	29,000	33,000
	ZAHL DER AUSREISSER	1	0	0	0	1	5	1	2	1
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
139	ARITHM. MITTEL	0.112	0.084	0,045	0,021	-0,011	0,220	0,234	0,221	0,220
	ROBUSTER MITTELWERT	0.095	0.084	0,054	0,024	-0,006	0,191	0,190	0,188	0,198
	MEDIAN	0.084	0.070	0,045	0,025	0,012	0,176	0,180	0,181	0,183
	STANDARDABWEICHUNG	0.143	0.113	0,086	0,099	0,106	0,194	0,211	0,193	0,180
	SCHIEFE	0.810	-0.139	-0,844	-0,453	-0,421	2,522	3,059	2,725	2,697
	WOELBUNG	2.673	3.077	1,947	2,848	1,744	8,824	12,788	11,329	10,450
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.051	0.050	0,032	0,045	0,050	0,076	0,074	0,076	0,082
	1. QUARTIL	0.040	0.024	0,017	-0,023	-0,068	0,111	0,113	0,103	0,115
	3. QUARTIL	0.160	0.139	0,089	0,067	0,043	0,283	0,272	0,261	0,277
	MINIMUM	-0.333	-0.348	-0,249	-0,350	-0,380	0,003	0,011	-0,050	-0,012
	MAXIMUM	0.669	0.427	0,229	0,325	0,344	1,484	1,650	1,472	1,365
	ZAHL DER AUSREISSER	0	1	0	0	0	4	5	2	4
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327
140	ARITHM. MITTEL	0,052	0.047	0,031	0,014	-0,007	0,095	0,089	0,084	0,081
	ROBUSTER MITTELWERT	0.057	0.053	0,037	0,021	0,001	0,084	0,082	0,075	0,072
	MEDIAN	0.052	0.051	0,037	0,027	0,015	0,080	0,072	0,068	0,064
	STANDARDABWEICHUNG	0.079	0.068	0,071	0,076	0,087	0,086	0,064	0,063	0,061
	SCHIEFE	-1.754	-6.364	-0,474	-1,293	-1,366	6,390	1,719	1,659	1,741
	WOELBUNG	10.386	9.774	5,913	4,556	4,130	71,245	4,335	3,889	4,270
	MEDIAN D.ABW.V.MED.	0.029	0.027	0,026	0,036	0,041	0,034	0,033	0,032	0,030
	1. QUARTIL	0.024	0.025	0,013	-0,018	-0,041	0,049	0,045	0,042	0,039
	3. QUARTIL	0.086	0.084	0,064	0,051	0,044	0,117	0,118	0,112	0,107
	MINIMUM	-0.426	-0.317	-0,263	-0,327	-0,415	-0,012	0,002	-0,034	-0,030
	MAXIMUM	0.270	0.187	0,321	0,246	0,213	1,157	0,410	0,376	0,381
	ZAHL DER AUSREISSER	1	2	2	1	1	1	3	2	4
	ZAHL DER MISS.VAL.	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	ZAHL DER WERTE	119	119	119	119	119	327	327	327	327

Anhang 6

Für die empirischen Untersuchungen benutzte Programme und Programmsysteme:

1. Vom Rechenzentrum der Universität Bochum zur Verfügung gestellte Programme

   - AGFAP

     A.R. HAKSTIAN and K.S. BAY: User's manual to accompany the Alberta General Factor Analysis Program, Alberta 1973

   - BMDP

     W.J. DIXON and M.B. BROWN (eds.): BMDP-77 - Biomedical Computer Programs, P-series, Berkeley-Los Angeles-London 1977

   - FORTRAN

     Telefunken Computer GmbH (Hrsg.): FORTRAN-Statistik, System TR 440, Konstanz o.J.

   - SPSS

     N.H. NIE et. al.: SPSS-Statistical Package for the Social Sciences, 2nd ed., New York 1975. Deutsche Version 6 für den TR 440.

2. Fremde, übernommene, dem Rechensystem und der Aufgabenstellung angepaßte Programme:

   - FAKTOR

     Von K. ÜBERLA zur Verfügung gestelltes FORTRAN-IV-Programm zur Faktorenanalyse

   - HAM3MD (Unterprogramm)

     D.F. ANDREWS et. al.: Robust estimates of location, Princeton 1972

   - MULDIS

     R.A. EISENBEIS and R.B. AVERY: Discriminant analysis and classification procedures: theory and practice, Lexington (Mass.) 1972

3. Eigenerstellte Programme in FORTRAN-IV:

   - BARGM

     Durchführung des BARGMANN-Tests in Verbindung mit der PROMAX-Rotation in der PIAGGIO-Version

- DESKRI

  Berechnung verschiedener Maßzahlen und Druckaufbereitung für Bilanzkennzahlen

- FCTEST

  Nichtparametrische Varianzanalyse (F_c-Test) nach FRIEDMAN für mehrere Merkmale sequentiell

- NPDIS

  Nichtparametrische multivariate Diskriminanzanalysen nach PARZEN, F/H und L/Q mit verschiedenen Klassifikationsmöglichkeiten

- NPDISU

  Nichtparametrische univariate Diskriminanzanalyse nach F/H mit one-hold-out-Klassifikation

- QCPLOT

  Quantile-contour-plot nach ANDREWS zur multivariaten Ausreißer-Entdeckung

- RANG

  Berechnung von SPEARMAN-Rangkorrelationen

Hinzu kommen verschiedene kleinere Programme und Unterprogramme in FORTRAN-IV, ALGOL-6o und COBOL für

- die Datenübertragung
- die Plausibilitätsüberprüfungen der Bilanzen
- die Bilanzdrucke
- die Kennzahlenberechnungen
- die Graphiken
- sonstige Dienstleistungen

Literaturverzeichnis

H. ABELS: Wirtschaftsstatistik, Opladen 1976.

E.I. ALTMAN: Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy, in: The Journal of Finance, 23 (1968), pp. 589-6o9.

E.I. ALTMAN: Railroad bankruptcy propensity, in: Journal of Finance, 26 (1971), pp. 333-345.

E.I. ALTMAN: Some estimates of the cost of lending errors for commercial banks, in: The Journal of Commercial Bank Lending, 1977, pp. 51-58.

E.I. ALTMAN et. al.: Financial and statistical analysis for commercial loan evaluation: a French experience, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 9 (1974), pp. 195-211.

E.I. ALTMAN et. al.: Zeta analysis: a new model to identify bankruptcy risk of corporations, in: Journal of Banking and Finance, 1 (1977), pp. 29-54.

T.W. ANDERSON: Some nonparametric multivariate procedures based on statistically equivalent blocks, in: Multivariate Analysis I, ed. by P.R. KRISHNAIAH, New York 1966, pp. 5-27.

D.F. ANDREWS: Plots of high-dimensional data, in: Biometrics, 28 (1972), pp. 125-136.

D.F. ANDREWS et. al.: Robust estimates of location, Princeton 1972.

H. ANTOINE: Kennzahlen, Richtzahlen, Planungszahlen, 2. Aufl., Wiesbaden 1958.

R. BALL: Index of empirical research in accounting, in: Journal of Accounting Research, 9 (1971), pp. 1-31.

G. BAMBERG: Statistische Entscheidungstheorie, Würzburg 1972.

G. BAMBERG und F. BAUR: Statistik, München-Wien 198o.

BANKENFACHAUSSCHUSS DES IDW: Zur Abschlußprüfung von Kreditinstituten - Einzelfragen zur Prüfung des Kreditgeschäftes und Darstellung der Prüfungsergebnisse im Prüfungsbericht, 1 (1978).

R. BARGMANN: Signifikanzuntersuchungen der Einfachen Struktur in der Faktoren-Analyse, in: Mitteilungsblatt für Mathematische Statistik, 7 (1955), S. 1-24.

V. BARNETT and T. LEWIS: Outliers in statistical data, New York 1979.

M.S. BARTLETT: Statistical estimation of density functions, in: Sankhya, Ser. A, 25 (1963), pp. 245-254.

W.H. BEAVER: Financial ratios as predictors of failure, in: Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1966, pp. 71-111.

K. BEERMANN: Prognosemöglichkeiten von Kapitalverlusten mit Hilfe von Jahresabschlüssen, Düsseldorf 1976.

P.K. BHATTACHARYA and S. DAS GUPTA: Classification into exponential populations, in: Sankhya, Ser. A, 26 (1964), pp. 17-24.

J. BILDERBEEK: An empirical study of the predictive ability of financial ratios in the Netherlands, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 49 (1979), S. 388-4o7.

BILDVERARBEITUNG UND MUSTERERKENNUNG. DAGM Symposium, Oberpfaffenhofen, 11.-13. Oktober 1978, hrsg. von E. TRIENDL, Berlin-Heidelberg-New York 1978.

W. BIRKENFELD: One step towards a nonparametric discriminant analysis, in: COMPSTAT 1978, Wien 1978, pp. 162-169.

M. BLUM: Failing company discriminant analysis, in: Journal of Accounting Research, 12 (1974), pp. 1-25.

H.H. BOCK: Automatische Klassifikation, Göttingen 1974.

H. BÖING: Strategien zur Begrenzung von Kreditverlusten im Betriebs- und Investitionsgeschäft der Geschäftsbanken, Diss. Köln 198o.

G.E.P. BOX: Non-normality and tests on variances, in: Biometrika, 4o (1953), pp. 318-335.

W. BRACHWITZ: Zur Frage der Anwendung des geometrischen Mittels (insbesondere bei der Berechnung von Indexzahlen), in: Allgemeines Statistisches Archiv, 42 (1958), S. 39-41.

L. BREIMAN et. al.: Variable kernel estimates of multivariate densities, in: Technometrics, 19 (1977), pp. 135-144.

H. BRUSE: Die Prognosefähigkeit von Kennzahlen bei verschiedenen Maßen für das Unternehmenswachstum, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 48 (1978), S. 138-152.

H. BÜNING und G. TRENKLER: Nichtparametrische statistische Methoden, Berlin-New York 1978.

H.E. BÜSCHGEN: Zunehmende Fremdfinanzierung als Insolvenzgefahr, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, 27 (1975), S. 93-1o9.

H. BULLING: Entscheidungshilfen der Diskriminanzanalyse bei der Gewährung von Konsumentenkrediten und gewerblichen Krediten, Diss. Berlin 1976.

BUNDESAUFSICHTSAMT FÜR DAS KREDITWESEN: Bekanntmachung Nr. 2/68 betreffend Richtlinien für den Inhalt der Prüfungsberichte zu den Jahresabschlüssen der Kreditinstitute (Prüfungsrichtlinien) vom 2o.12.68, in: Bundesanzeiger Nr. 3 vom 7.1.69

H. BURGARD: Der zwischenbetriebliche Betriebsvergleich als Mittel der Kreditwürdigkeitsprüfung, Diss. Köln 196o.

T. CACOULLOS: Estimation of a multivariate density, in: Annals of Statistical Mathematics, Tokyo, 37 (1966), pp. 179-189.

J.B. CARROLL: An analytical solution for approximating simple structure in factor analysis, in: Psychometrika, 18 (1953), pp. 23-38.

J.B. CARROLL: Biquartimin criterion for rotation to oblique simple structure in factor analysis, in: Science, 126 (1957), pp. 1114-1115.

R.B. CATTELL: The scree test for the number of factors, in: Multivariate Behavorial Research, 1 (1966), pp. 245-276.

D. CHILD: The essentials of factor analysis, London 1973.

K. CHMIELEWICZ: Betriebliches Rechnungswesen, Band 1: Finanzierung und Bilanz, Reinbek bei Hamburg 1973.

K. CHMIELEWICZ: Betriebliche Finanzwirtschaft I, Finanzierungsrechnung, Berlin-New York 1976.

C.K. CHOW: An optimum recognition error and reject trade off, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-16 (197o), pp. 41-46.

G. CLAUSS und H. EBNER: Grundlagen der Statistik, 2. Aufl., Zürich-Frankfurt 1975.

W.G. COCHRAN and C.E. HOPKINS: Some classification problems with multivariate qualitative data, in: Biometrics, 17 (1961), pp. 1o-32.

A.G. COENENBERG et. al.: Jahresabschluß und Jahresabschlußanalyse, München 1974.

T.M. COVER: Estimation by the nearest-neighbor-rule, in: IEEE Transactions an Information Theory, IT-14 (1968), pp. 5o-55.

T.M. COVER: A hierarchy of probability density function estimates, in: Frontiers of Pattern Recognition, ed. by S. WATANABE, New York 1972, pp. 83-98.

T.M. COVER: The best two independent measurements are not the two best, in: IEEE Transactions on Syst., Man and Cybern., SMC-4 (1974), pp. 116-117.

T.M. COVER and P.O. HART: Nearest neighbor pattern classifikation, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-13 (1967), pp. 21-27.

D.R. COX and N.J.H. SMALL: Testing multivariate normality, in: Biometrika, 64 (1978), pp. 263-272.

S. DAS GUPTA: Nonparametric classifikation rules, in: Sankhya, 26 (1964), pp. 25-3o.

S. DAS GUPTA: Theories and methods in classification: A review, in: Discriminant analysis and applications, ed. by T. CACOULLOS, New York-London 1973, pp. 77-137.

E.B. DEAKIN: A discrimiant analysis of predictors of business failure, in: Journal of Accounting Research, 1o (1972), pp. 167-179.

E.B. DEAKIN: Distributions of financial accounting ratios: Some empirical evidence, in: The Accounting Review, 51 (1976), pp. 9o-96.

S.J. DEVLIN et. al.: Robust estimation and outlier detection with correlation coefficients, in: Biometrica, 62 (1975), pp. 531-546.

E. DICKEN: Kreditwürdigkeitsprüfung, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Kontaktstudium, 29 (1977), S. 163-172.

W.J. DIXON and M.B. BROWN (eds.): BMDP-77, Biomedical Computer Programs, P-series, Berkeley-Los Angeles-Londen 1977.

R.P.W. DUIN: On the choice of smoothing parameters for Parzen estimators of probability density functions, in: IEEE Transactions on Computers, C-25 (1976), pp. 1175-1179.

R.O. EDMISTER: An empirical test of financial ratio analysis for small business failure prediction, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 7 (1972), pp. 1477-1493.

F. EHRHARD: Bilanzanalyse und steuerliche Betriebsprüfung, Wiesbaden 197o.

R.A. EISENBEIS et. al.: Investigating the relative importance of individual variables and variable subsets in discriminant analysis, in: Communications in Statistics, 2 (1973), pp. 2o5-219.

C. EISFELD: Kontenanalyse im Dienste der Kreditbeobachtung, in: Die Sparkasse, 55 (1935), S. 333-345.

R. ELAM: The effect of lease data von the predictive ability of financial ratios, in: Accounting Review, 5o (1975), pp. 25-43.

J. ESENWEIN-ROTHE: Statistische Kennzahlen, in: Handwörterbuch des Rechnungswesens, hrsg. von E. KOSIOL, Stuttgart 197o, Spalten 816-827.

B.S. EVERITT: Graphical techniques for multivariate data, London 1978.

D.C. EWERT: Trade credit management: Selection of Accounts receivable using a statistical model, Diss. Stanford University 1968.

FAIR, ISAAC & CO., INC (ed.): Articles on credit scoring, San Rafael (Cal.) 1979.

G.A. FERGUSON: The concept of parsimony in factor analysis, in: Psychometrika, 19 (1954), pp. 281-29o.

R.A. FISHER: The use of multiple measurement in taxonomic problems, in: The Annals of Eugenics, 7 (1936), pp. 179-188.

P.J. FITZ PATRICK: A comparison of ratios of successful industrial enterprises with those of failed firms, in: Certified Public Accountant, 1932, pp. 598-6o5, 656-662, 727-731.

E. FIX and J.L. HODGES: Non-parametric discrimination: consistency properties, in: U.S. School of Aviation Medicine, Proj. 21-49-oo4, Report No. 4, Randolph Field (Texas) 1951.

E. FIX and J.L. HODGES: Discriminatory analysis: non-parametric discrimination: small sample performance, in: U.S. School of Aviations Medicine, Proj. 21-49-oo4, Report No. 11, Randolph Field (Texas) 1951.

W. FLESKES: Eine nichtparametrische Punktschätzmethode für Realzeitanwendung, in: Angewandte Informatik, 2o (1978), S. 533-538.

D.H. FOOLEY and J.W. SAMMON: An optimal set of discriminant vectors, in: IEEE Transactions on Computers, C-24 (1975), pp. 281-289.

R. FOULKE: Practical financial statement analysis, 6th ed., London 1968.

R.E. FRANK et. al.: Bias in multiple discriminant analysis, in: Journal of Marketing Research, 2 (1965), pp. 25o-258.

J.H. FRIEDMAN et. al.: An algorithm for finding nearest neighbors, in: IEEE Transactions on Computers, C-24 (1975), pp. 1ooo-1oo6.

K.S. FU et. al.: Feature selection in pattern recognition, in: IEEE Transaction on System Sciences and Cybernetics, SSC-6 (197o), pp. 33-39.

K. FUKUNAGA: Introduction to statistical pattern recognition, New York 1972.

K. FUKUNAGA and L.D. HOSTETLER: Optimization of k-nearest-neighbor density estimates, in: IEEE Transaction on Information Theory, IT-19 (1973), pp. 32o-326.

K. FUKUNAGA and W.L.G. KOONTZ: Application of the Karhunen-Loêve expansion to feature selection and ordering, in: IEEE Transactions on Computers, C-19 (197o), pp. 311-318.

K. FUKUNAGA and P.M. NARENDRA: A branch and bound algorithm for computing k-nearest neighbors, in: IEEE Transactions on Computers, 24 (1975), pp. 75o-753.

H. GAUER: Vorbereitung von Unternehmen auf Kreditwürdigkeitsprüfungen, 4. Aufl., Frankfurt 1976.

G. GEBHARDT: Insolvenzprognosen aus aktienrechtlichen Jahresabschlüssen. Eine Beurteilung der Reform der Rechnungslegung durch das Aktiengesetz 1965 aus der Sicht unternehmensexterner Adressaten, Wiesbaden 198o.

M.P. GESSAMAN and P.H. GESSAMAN: A comparison of some multivariate discrimination procedures, in: Journal of the American Statistical Association, 67 (1972), pp. 468-472.

E. GESSLER et. al.: Aktiengesetz, Kommentar, Bd. III, 1973.

N. GLICK: Estimation unconditional probabilities of correct classification, in: Stanford University Department of Statistics: Technical Report No. 3, 1969.

N. GLICK: Sample based classification procedures derived from density estimators, in: Journal of American Statistical Association, 67 (1972), pp. 116-122.

R. GNANADESIKAN: Methods for statistical data analysis of multivariate observations, New York 1977.

R. GNANADESIKAN and J.R. KETTENRING: Robust estimates, residuals, and outlier detection with multiresponse data, in: Biometrics, 28 (1972), pp. 81-124.

M. GOLDSTEIN: Comparison of some density estimate classification procedures, in: Journal of American Statistical Association, 7o (1975), pp. 666-669.

H.W. GOTTINGER: Subjektive Wahrscheinlichkeiten, Göttingen-Zürich 1974.

J.C. GOWER: A general coefficient of similarity and some of its properties, in: Biometrics, 27 (1971), pp. 857-871.

H. GRÄFER: Einführung in die Bilanzanalyse. Die Beurteilung von Unternehmen anhand veröffentlichter Jahresabschlüsse, Herne 1978.

B.F. GREEN: The orthogonal approximation of an oblique structure in factor analysis, in: Psychometrika, 17 (1952), pp. 429-44o.

B.F. GREEN: In the score controversy, in: Psychometrika, 41 (1976), pp. 263-266.

G. GROSSE: Bilanz und Kredit. Prüfung, Beurteilung und Überwachung, Berlin 1932.

L. GUTTMAN: Multiple group methods for common-factor analysis: their basis, computations, and interpretations, in: Psychometrika, 17 (1952), pp. 2o9-223.

L. GUTTMAN: Some necessary conditions for common-factor analysis, in: Psychometrika 19 (1954), pp. 149-161.

J.D.F. HABBEMA et. al.: A stepwise discriminant analysis program using density estimation, in: COMPSTAT 1974, Wien 1974, pp. 1o1-11o.

J.D.F. HABBEMA et. al.: Variable kernel density estimation in discriminant analysis, in: COMPSTAT 1978, Wien 1978, pp. 178-185.

K.F. HAGENMÜLLER: Kreditwürdigkeitsprüfung, in: Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, hrsg. von H.E. BÜSCHGEN, Stuttgart 1976, Spalten 1224-1234.

K.F. HAGENMÜLLER: Der Bankbetrieb, Teil II: Aktivgeschäfte und Dienstleistungsgeschäfte, 4. Aufl. Wiesbaden 1978.

F.R. HAMPEL: The influence curve and its role in robust estimation, in: Journal of American Statistical Association, 69 (1974), pp. 383-393.

H.H. HARMAN: Modern factor analysis, 3rd. ed., Chicago 1976.

H.H. HARMAN and W.H. JONES: Factor analysis by minimizing residuals (minres), in: Psychometrika 31 (1966), pp. 351-368.

C.W. HARRIS: On factors and factor scores, in: Psychometrika, 32 (1967), pp. 363-379.

P.E. HART: The condensed nearest neighbor rule, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-14 (1968), pp. 515-516.

J. HAUSCHILDT: Bilanzanalyse mit Kennzahlensystemen. Das "Du-Pont-Controlsystem" und seine Anwendung auf deutsche Jahresabschlüsse, in: Harzburger Hefte, 13 (197o), S. 28 ff.

J. HAUSCHILDT: Entwicklungslinien der Bilanzanalyse, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 23 (1971), S. 335-351.

J. HAUSCHILDT: "Kreditwürdigkeit". Bezugsgrößen von Verhaltenserwartungen in Kreditbeziehungen, in: Hamburger Jahrbuch für Wirtschafts- und Gesellschaftspolitik, hrsg. von D. ORTLIEB et. al., 17 (1972), S. 167-183.

J. HAUSCHILDT: Bankgeschäfte und Bankpolititk, Kurseinheit 3, Fernuniversität Hagen, Hagen 198o.

H. HEILAND: Ein neuer Ansatz zur Orthogonaltransformation faktorieller Modelle, Diss. München 1966.

A.E. HENDRICKSON and P.O. WHITE: PROMAX: A quick method for rotation to oblique simple structure, in: British Journal of Statistical Psychology, 17 (1964), pp. 65-7o.

J. HERMANS and J.D.F. HABBEMA: Comparison of five methods to estimate posterior probabilities, in: EDV in Medizin und Biologie, 6 (1975), S. 14-19.

J. HERMANS and J.D.F. HABBEMA: The ALLOC package: Multigroup discriminant analysis programs based on direct density estimation, in: COMPSTAT 1976, Wien 1976, pp. 35o-357.

K. HÖFER: Ex-post Prognose des Unternehmenswachstums - Überprüfung der Ansätze von Perlitz und Bruse an den Daten der Bonner Stichprobe, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, 48 (1978), S. 452 ff.

R. HOFMANN: Bilanzkennzahlen, 4. Aufl. 1977.

R.V. HOGG: Statistical robustness: one view of its use in application today, in: The American Statistician, 33 (1979), pp. 1o8-115.

K. HOLM: Die Faktorenanalyse, in: Die Befragung, hrsg. von K. HOLM, Band 3, München 1976.

J.L. HORN: A rationale and test for the number of factors in factor analysis, in: Psychometrika, 3o (1965), pp. 179-185.

J.O. HORRIGAN: Some empirical bases of financial ratio analysis, in: The Accounting Review, 4o (1965), pp. 558-568.

J.O. HORRIGAN: A short history of financial ratio analysis, in: The Accounting Review, 43 (1968), pp. 284-294.

H. HOTELLING: Analysis of a complex of statistical variables into principal components, in: Journal of Educational Psychology, 24 (1933), pp. 417-441, 498-52o.

P.J. HUBER: Robust estimation of a location parameter, in: The Annals of Mathematical Statistics, 35 (1964), pp. 73-1o1.

P.J. HUBER: The behavior of maximum likelihoods estimates under nonstandard conditions, in: Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium of Mathematical Statistical Probability, 1967, pp. 221-233.

J. HÜTTER und J. WEGENER: Bilanzauswertung des Branchendienstes, in: Die Sparkasse, 95 (1978), S. 233-237.

R.I. JENNRICH and P.F. SAMPSON: Rotation for simple loadings, in: Psychometrika, 31 (1966), pp. 313-323.

K.G. JÖRESKOG: Statistical estimation in factor analysis, Göteborg-Uppsala 1963.

O.M. JOY and J.O. TOLLEFSON: On the financial applications of discriminant analysis, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1o (1975), pp. 723-739.

H.F. KAISER: The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis, in: Psychometrika, 23 (1958), pp. 187-2oo.

H.F. KAISER: A second generation Little Jiffy, in: Psychometrika, 35 (197o), pp. 4o1-415.

H.F. KAISER and J. CAFFREY: Alpha factor analysis, in: Psychometrika 3o (1965), pp. 1-14.

H.F. KAISER and K.W. DICKMAN: Analytic determination of common factors, in: American Journal of Psychology, 14 (1959), p. 425.

W. KALLWASS: Privatrecht für Wirtschafts- und Sozialwissenschaftler, 6. Aufl., Porz 1972.

TH. KALVERAM: Über Faktorenanalyse. Kritik eines theoretischen Konzepts und seine mathematische Neuformulierung, in: Archiv für Psychologie, 122 (197o), S. 92-118.

W.F. KEMPF: Zur Bewertung der Faktorenanalyse als psychologische Methode, in: Psychologische Beiträge, 15 (1972), S. 61o-625.

M.G. KENDALL: Discrimination and classification, in: Multivariate Analysis I, ed. by P.R. KRISHNAIAH, New York 1966, pp. 165-185.

M.G. KENDALL: Multivariate analysis, London 1975.

J. KITTLER: Mathematical methods of feature selection in pattern recognition, in: International Journal of Man-Machine Studies, 7 (1975), pp. 6o9-637.

H. KÖNIG und J. WOLTERS: Einführung in die Spektralanalyse ökonomischer Zeitreihen, Meisenheim am Glan 1972.

S. KOLLER: Typisierung korrelativer Zusammenhänge, in: Metrika, 6 (1963), S. 65-75.

W.L.G. KOONTZ and K. FUKUNAGA: Asymptotic analysis of a nonparametric clustering technique, in: IEEE Transactions on Computers, C-21 (1972), pp. 967-974.

J. KRAHN et. al.: Maschinelle Einzelbilanzanalyse (EBIL), in: Betriebswirtschaftliche Blätter für die Praxis der Sparkassen und Landesbanken/ Girozentralen, 27 (1978), S. 77-82.

E. KREIM: Finanzplanung und Kreditentscheidung, Wiesbaden 1977.

J. KRIZ: Statistik in den Sozialwissenschaften, Reinbek bei Hamburg 1973.

H.J. KRÜMMEL: Zur Bewertung im Kreditstatus, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 14 (1962), S. 137-151.

H.E. KYBURG and H.E. SMOKLER (eds.): Studies in subjective probability, New York-London-Sydney 1964.

P.A. LACHENBRUCH: An almost unbiased method to obtaining confidence intervals for the probability of misclassification in discriminant analysis, in: Biometrics, 23 (1967), pp. 639-645.

P.. LACHENBRUCH: Discriminant analysis, New York 1975.

A. LANGENBRINCK: Bilanzanalyse per Computer, in: Bankinformation, Heft 3, 1979, S. 24.

D.N. LAWLEY: The estimation of factor loadings by the method of maximum likelihood, in: Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 6o (194o), pp. 64-82.

U. LEFFSON: Die Grundsätze ordnungsmäßiger Buchführung, 3. Aufl., Düsseldorf 1972.

U. LEFFSON: Bilanzanalyse, Stuttgart 1976.

H. LINHART: Techniques for discriminant analysis with discrete variables, in: Metrika, 2 (1959), pp. 138-149.

F. LÖSEL und W. WÜSTENDÖRFER: Zum Problem unvollständiger Datenmatrizen in der empirischen Sozialforschung, in: Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie, 26 (1974), S. 342-357.

D.O. LOFTSGAARDEN and C.P. QUESENBERRY: A nonparametric estimate of a multivariate density function, in: Annals of Mathematical Statistics, 36 (1965), pp. 1o49-1o51.

O. LOISTL: Bilanzielle Kennziffern und Liquiditätsbeurteilung, Diskussionspapier Nr. 12, TU Berlin 1974.

W. LÜCK: Die externe Rechnungslegung der Aktiengesellschaften in der Bundesrepublik Deutschland und in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Eine vergleichende Untersuchung, Düsseldorf 197o.

Y.P. MACK and M. ROSENBLATT: Multivariate k-nearest neighbor density estimates, in: Journal of Multivariate Analysis, 9 (1979), pp. 1-15.

J.F. MALKOVICH and A.A. AFIFI: On tests for multivariate normality, in: Journal of the American Statistical Association, 68 (1973), pp. 176-179.

H. VON MANGOLDT und K. KNOPP: Einführung in die höhere Mathematik, 3. Band, 12. Aufl., Stuttgart 1965.

K. MAYR: Insolvenzprognosen mittels Jahresabschlußinformationen, Frankfurt-Zürich 1976.

W. MECKES: EDV-Analyse von Kundenbilanzen mit Branchenvergleichswerten, in Bank-Information, Heft 1, 1979, S. 7-9.

W. MEISEL: Computer-oriented approaches to pattern recognition, 2nd ed., New York 1974.

K. MELLEROWICZ und H. JONAS: Bestimmungsfaktoren der Kreditfähigkeit, 2. Aufl., Berlin 1957.

G. MENGES: Grundmodelle wirtschaftlicher Entscheidungen, Köln-Opladen 1969

G. MENGES und H.J. SKALA: Grundriß der Statistik, Teil 2, Daten, Opladen 1973.

P. MERTENS: Die Theorie der Mustererkennung in den Wirtschaftswissenschaften, in: Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, 29 (1977), S. 777-794.

C.L. MERWIN: Financing small corporations in five manufacturing industries, 1926-1936, ed. by National Bureau of Economic Research, New York 1942, pp. 9o-1o5.

G. MEYER-BRÖTZ und J. SCHÜRMANN: Methoden der automatischen Zeichenerkennung, München-Wien 197o.

A. MOXTER: Aussagegrenzen von "Bilanzen", in: Wirtschaftswissenschaft und Studium - WISU, 4 (1975), S. 325-329.

A.N. MUCCIARDI and E.E. GOSE: A comparison of seven techniques for choosing subsets of pattern recognition properties, in: IEEE Transactions on Computers, C-2o (1971), pp. 1o23-1o31.

H. MÜLLER: Aktuelle Entwicklungen in der praktischen Kreditprüfung, in: Der Bankbetrieb zwischen Theorie und Praxis, Festschrift zum 6o. Geburtstag von K.F. HAGENMÜLLER, hrsg. von J. SÜCHTING, Wiesbaden 1977, S. 117-13o.

J. NETER: Discussion of financial ratios as predictors of failure, in: Empirical Research in Accounting: Selected Studies 1966, pp. 112-118.

J.O. NEUHAUS and CH. WRIGLEY: The Quartimax method. An analytic approach to orthogonal simple structure, in: The British Journal of Statistical Psychology, 7 (1954), pp. 81-91.

H. NIEMANN: Methoden der Mustererkennung, Frankfurt 1974.

H. NIEMANN: Mustererkennung - Einführung und Übersicht, in: Informatik-Spektrum, 2 (1979), S. 12-24.

H. NIEMANN: Mustererkennung - Anwendungen, in: Informatik-Spektrum, 3 (198o), S. 19-3o.

Y.E. ORGLER: A credit scoring model for commercial loans, in: Journal of Money, Credit and Banking, 2 (197o), pp. 435-445.

P. ORLIK: Das Dilemma der Faktorenanalyse, in: Psychologische Beiträge, 1o (1967), S. 87-98.

o.V.: Executive Committee Control Charts, a description of the DuPont chart system for appraising operating performance, Wilmington (Del.) 1959.

o.V.: Informationsbedarf und -quellen bei der Kreditentscheidung, in: Der Bankkaufmann, 23 (1974), S. 25-3o, 65-72.

E. PARZEN: On estimation of a probability density function and mode, in: Annals of Mathematical Statistics, 33 (1962), pp. 1065-1076.

B. PAULUHN: Einzelwertberichtigung auf Engagements, in: Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, 32 (1979), S. 688-692.

K. PAWLIK: Dimension des Verhaltens, Bern-Stuttgart 1968.

R. PEIPMANN: Erkennung von Strukturen und Mustern. Grundlagen und Verfahren, Berlin-New York 1976.

M. PERLITZ: Die Prognose des Unternehmenswachstums aus Jahresabschlüssen deutscher Aktiengesellschaften, Wiesbaden 1973.

L. PIAGGIO: Bemerkungen zur Promax-Methode für schiefwinklige Faktorenrotation, in: Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 19 (1972), S. 460-475.

G.E. PINCHES et. al.: The stability of financial patterns in industrial organizations, in: Journal of Finance, 28 (1973), pp. 388-396.

C. PINZKA and D.R. SAUNDERS: Analytic rotation to simple structure, II: Extension to an oblique solution. Research Bulletin, RB-54-31, Princeton (N.J.) 1954.

E. POTTHOFF: Kreditwürdigkeitsprüfung, in: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, hrsg. von E. GROCHLA und W. WITTMANN, 4. Aufl., Stuttgart 1975, Spalten 2391-2396.

C.P. QUESENBERRY and M.P. GESSAMAN: Nonparametric discrimination using tolerance regions, in: Annals of Mathematical Statistics, 39 (1968), pp. 664-673.

J.W. RAATGEVER and R.P. DUIN: On the variable kernel model for multivariate nonparametric density estimation, in: COMPSTAT 1978, Wien 1978, pp. 524-533.

M. RADKE: Finanzwirtschaftliche Kennzahlen, in: Handwörterbuch der Finanzwirtschaft, hrsg. von H.E. BÜSCHGEN, Stuttgart 1976, Spalten 1111-1120.

C.R. RAO: Estimation and tests of significance in factor analysis, in: Psychometrika, 20 (1955), pp. 93-111.

M. REHBINDER: Gelten die neuen Bewertungsvorschriften des Aktienrechts auch für Unternehmen mit anderer Rechtsform?, in: Neue Juristische Wochenschrift, 19 (1966), S. 1549.

H. REICHARDT: Statistische Methoden für Wirtschaftswissenschaftler, 6. Aufl., Opladen 1976.

D. REVENSTORF: Lehrbuch der Faktorenanalyse, Stuttgart 1976.

M. ROSENBLATT: Remarks on some nonparametric estimate of a density function, in: Annals of Mathematical Statistics, 27 (1956), pp. 832-837.

M. ROSENBLATT: Global measures of deviation for kernel and nearest neighbor density estimates, in: Smoothing techniques for curve estimation, Proceedings, ed. by TH. GASSER and M. ROSENBLATT, Heidelberg 1979, pp. 181-19o.

D. ROTHENBERG: Predicting the status of your loan ... three years from now, in: The Journal of Commercial Bank Lending, 198o, pp. 28-41.

B. RUDOLPH: Die Kreditvergabeentscheidung der Banken, Opladen 1974.

L. SACHS: Angewandte Statistik. Statistische Methoden und ihre Anwendbarkeit, 5. Aufl., Berlin 1978.

D.R. SAUNDERS: A computer program to find the best-fitting orthogonal factors for a given hypothesis, in: Psychometrika, 25 (196o), pp. 199-2o5.

H. SCHNEEWEISS: Ökonometrie, 2. Aufl., Würzburg-Wien 1974.

D. SCHNEIDER: Grundzüge der Unternehmensbesteuerung, Opladen 1974.

P.H.V. SCHÖNEMANN: A new machine method for orthogonal rotation, in: Psychometrika, 31 (1966), pp. 235-254.

CHR. SCHUCHARD-FISCHER et. al.: Multivariate Analysemethoden, Berlin-Heidelberg-New York 198o.

J. SCHÜRMANN: Polynomklassifikatoren für die Zeichenerkennung, München-Wien 1977.

J.F. SINKEY jr.: A multivariate statistical analysis of the characteristics of problem banks, in: Journal of Finance, 3o (1975), pp. 21-36.

C.A.B. SMITH: Some examples of discrimination, in: Annals of Eugenics, 13 (1947), pp. 272-282.

H. SPÄTH: Cluster-Analyse-Algorithmen zur Objektklassifizierung und Datenreduktion, München-Wien 1975.

W.H. STAEHLE: Kennzahlen und Kennzahlensysteme als Mittel der Organisation und Führung von Unternehmen, Wiesbaden 1969.

H. STANNIGEL: Kreditrevision bei Banken und Sparkassen, Frankfurt 1969.

J.H. VON STEIN und M. KIRSCHNER: Die Kreditwürdigkeitsprüfung, in: OBST/HINTNER, Geld-, Bank- und Börsenwesen, hrsg. von N. KLOTEN und J.H. VON STEIN, 37. Aufl., Stuttgart 198o, S. 254-271.

M. STEINER: Ertragskraftorientierter Unternehmenskredit und Insolvenzrisiko, Stuttgart 198o.

D. STEINHAUSEN und K. LANGER: Clusteranalyse, New-York-Berlin 1977.

D.L. STEVENS: Financial characteristics of merged firms: a multivariate analysis, in: Journal of Financial und Quantitative Analysis, 8 (1973), pp. 149-158.

J. SÜCHTING: Finanzmanagement. Theorie und Politik der Unternehmensfinanzierung, 2. Aufl., Wiesbaden 1978.

C.W. SWONGER: Sample set condensation for a condensed nearest neighbor decision rule for pattern recognition, in: Frontiers of Pattern Recognition, ed. by S. WATANABE, New York 1972, pp. 511-526.

L.L. THURSTONE: Multiple factor analysis. A development and expansion of "The vectors of mind", 7th ed., Chicago 1965.

H.J. TRAMPISCH: Trennprobleme bei unvollständiger Information - Eine Übersicht, in: EDV in Medizin und Biologie, 6 (1975), S. 2-8.

R. TRAUTNER: Die Bewertung des wirtschaftlichen Eigenkapitals im Rahmen der Kreditwürdigkeitsprüfung, Diss. München 1957.

L.R. TUCKER: Relations of factor score estimates to their use, in: Psychometrika, 36 (1971), pp. 427-436.

K. ÜBERLA: Faktorenanalyse, 2. Aufl., Berlin-Heidelberg-New York 1971.

J.W. VAN NESS and C. SIMPSON: On the effects of dimension in discriminant analysis, in: Technometrics, 18 (1976), pp. 175-187.

F. VOGEL: Probleme und Verfahren der numerischen Klassifikation, Göttingen 1975.

G. VOGLER: Bilanzen, Stuttgart 1972.

G. VOGLER und H. MATTES: Theorie und Praxis der Bilanzanalyse, Berlin 1975.

M. WÄCHTERSHÄUSER: Kreditrisiko und Kreditentscheidung im Bankbetrieb. Zur Ökonomisierung des Kreditentscheidungsprozesses im Bankbetrieb, Wiesbaden 1971.

T.J. WAGNER: Nonparametric estimates of probability density, in: IEEE Transactions on Information Theory, IT-21 (1975), pp. 438-44o.

G. WAHBA: Optimal smoothing of density estimates, in: Classification and clustering, ed. by VAN RYZIN, New York 1977, pp. 423-458.

A. WALD: Statistical decision function, New York 195o.

S. WATANABE: Karhunen-Loève expansion and factor analysis, in: Transactions on 4th Praque Conference on Information Theory, Prag 1965, pp. 635-66o.

E.J. WEGMAN: Nonparametric probability density estimation, I.: A summary of available methods, in: Technometrics, 14 (1972), pp. 533-546.

P. WEIBEL: Die Aussagefähigkeit von Kriterien zur Bonitätsbeurteilung im Kreditgeschäft der Banken. Eine empirische Untersuchung, Bern-Stuttgart 1973.

G. WEINRICH: Kreditwürdigkeitsprognosen. Steuerung des Kreditgeschäfts durch Risikoklassen, Wiesbaden 1978.

M. WEISS: Diskriminanzfunktionen aus Bilanzkennzahlen zur Fusionsprognose deutscher Aktiengesellschaften, Diss. Kiel 1976.

W. WERTZ: Statistical density estimation. A survey, Göttingen 1978.

A.W. WHITNEY: A direct method of nonparametric measurement selection, in: IEEE Transactions on Computers, C-2o (1971), pp. 11oo-11o3.

H. WISSENBACH: Betriebliche Kennzahlen und ihre Bedeutung im Rahmen der Unternehmerentscheidung, Berlin 1967.

ZENTRALVERBAND DER ELEKTROTECHNISCHEN INDUSTRIE E.V. (Hrsg.): ZVEI Kennzahlensystem - Ein Instrument zur Unternehmenssteuerung, 2. Aufl., Frankfurt 1971.

C. ZIMMERER: Kreditwürdigkeit durch Finanzmanipulation?, in: Der Bankkaufmann, 23 (1974), S. 443-448.

L E B E N S L A U F

06.02.1952	geboren in 4300 Essen
1958 - 1962	Volksschule in Essen-Heidhausen
1962 - 1970	altsprachliches Gymnasium in Essen (Abschluß: Abitur)
1970 - 1972	Banklehre bei der Dresdner Bank AG, 5800 Hagen (Abschluß: Kaufmannsgehilfe)
1972 - 1978	8 Semester Studium der Wirtschaftswissenschaften an der Ruhr-Universität Bochum (Abschluß: Diplom-Ökonom)
1973 - 1974	Grundwehrdienst bei der Bundeswehr (Abschluß: Fähnrich d. R.)
1975 - 1978	studentische Hilfskraft an den Universitäten Bochum und Essen (Programmierung)
1978 - 1980	wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für quantitative Methoden I, Prof. Dr. Helmut Reichardt, Universität Bochum
1978 - 1980	wissenschaftlicher Mitarbeiter am Forschungsprojekt "Früherkennung von Kreditrisiken" von Prof. Dr. Johann Heinrich von Stein, Universität Stuttgart-Hohenheim
ab 1981	berufliche Tätigkeit bei der Schröder, Münchmeyer, Hengst Investment GmbH, Frankfurt

Druck und Verarbeitung: copy shop, darmstadt, tel. 21353